2年 教科書 解答

5章『図形の性質と証明』

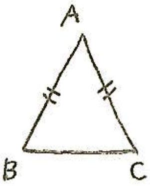
(P.124～157　プリントNO.41～47)

NO.41 2年 教科書 解答

P.126

1 $\triangle ABC$で 仮定 $\boxed{AB=AC}$

結論 $\boxed{\angle B=\angle C}$



P.127

2 (1) 辺ABと辺AC，辺ADと辺AD

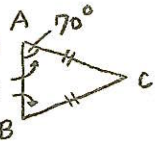
$\angle BAD$と$\angle CAD$

「辺」は、あってもなくてもOK。「∠」は必ずつけること。

(2) 合同な図形では、対応する角は等しいから。

P.128

3 (1)



底角は等しい

$\angle A=\angle B=70°$

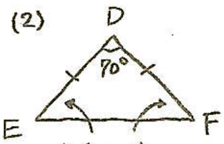
$\angle C=180°-70°\times 2$

$=180°-140°$

$=40°$

$\underline{\angle B=70°,\ \angle C=40°}$

(2)



底角は等しい

$\angle E=\angle F=(180°-70°)\div 2$

$=110°\div 2$

$=55°$

$\underline{\angle E=\angle F=55°}$

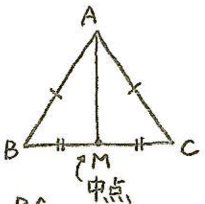
P.129

4 (1)（仮定）

$AB=AC,\ BM=CM$

（結論）

$\angle BAM=\angle CAM,\ AM\perp BC$



(2)（証明）

$\triangle ABM$と$\triangle ACM$で

仮定より $AB=AC$ －①

$BM=CM$ －②

また、AMは共通だから

$AM=AM$ －③

①,②,③から3組の辺が、それぞれ等しいので

$\triangle ABM\equiv\triangle ACM$

合同な図形では対応する角は等しいので

$\underline{\angle BAM=\angle CAM}$

また $\angle AMB=\angle AMC$ －④

$\angle AMB+\angle AMC=180°$ －⑤

④,⑤から

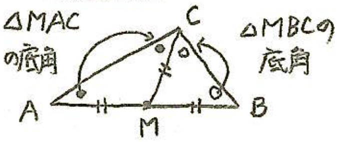
$2\angle AMB=180°$

よって$\angle AMB=90°$

したがって

$\underline{AM\perp BC}$

説明しよう



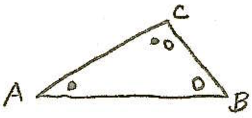
$\triangle MAC$の底角だから

$\angle MCA$も ●

$\triangle MBC$の底角だから

$\angle MCB$も ○

$\triangle ABC$の内角が ●+●+○+○となり



和は180°だから

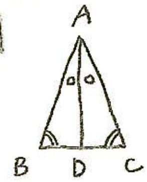
●+○$=180°\div 2=90°$

よって $\angle ACB=90°$

●や○が何度かわからないけれど●+○の1つずつの合計が何度になるか、考えることができる場合がある。

P.130

5



$\angle A$の二等分線をひき、BCとの交点をDとする。

$\triangle ABD$と$\triangle ACD$で

ADは$\angle A$の二等分線だから

$\angle BAD=\angle\boxed{CAD}$ －①

仮定より $\angle B=\angle\boxed{C}$ －②

三角形の内角の和が180°であることと、①,②から

$\angle ADB=\angle\boxed{ADC}$ －③

また、ADは共通だから

$AD=AD$ －④

①,③,④ $\boxed{\text{1組の辺とその両端の角}}$が

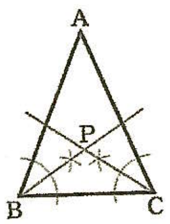
それぞれ等しいので

$\triangle ABD\equiv\triangle ACD$

合同な図形では、対応する辺は等しいので

$AB=AC$

6 (1)



(2) $\triangle ABC$は、$AB=AC$の二等辺三角形で、二等辺三角形の2つの底角は等しいので

$\angle B=\angle C$ －①

仮定より

$\angle PBC=\frac{1}{2}\angle B$ －②

$\angle PCB=\frac{1}{2}\angle C$ －③

①,②,③から

$\angle PBC=\angle PCB$

2つの角が等しい三角形は、二等辺三角形だから、$\triangle PBC$は二等辺三角形となる。

NO.42　2年　教科書　解答

P.131

7 (1) △ABCと△DEFで
AB = DE, BC = EF, CA = FDならば
△ABC≡△DEFである。

(2) △ABCと△DEFで
∠A = ∠D, ∠B = ∠E, ∠C = ∠Fならば
△ABC≡△DEFである。

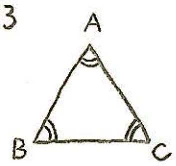
P.132

8 (1) 整数a, bで
a+bが偶数ならば
aもbも奇数である。
} 逆は、正しくない。
(反例) a = 2, b = 4

(2) △ABCで
∠A+∠B = 90°ならば
∠Cは直角である。
} 逆は、正しい。

P.133

9



(証明)
△ABCで
2つの角が等しい三角形は
二等辺三角形だから
∠A = ∠Bより CA = CB －①
∠B = ∠Cより AB = AC －②
①, ②から AB = BC = CA

練習問題

① (1) △ABCが鈍角三角形ならば
∠Cは鈍角である。
} 逆は、正しくない。
(反例)
∠A = 100°, ∠B = ∠C = 40°

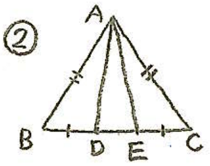
(2) aが偶数ならば
aは6の倍数である。
} 逆は、正しくない。
(反例) a = 2

(3) 整数a, bで abが偶数ならば
aもbも偶数である。
} 逆は正しくない。
(反例)
a = 1, b = 2

(4) 同位角が等しいならば
2つの直線は平行である。
} 逆は、正しい。

(5) 2つの三角形の面積が等しいならば
2つの三角形は合同である。
} 逆は正しくない。
(反例)
底辺4cm, 高さ1cmの三角形と
底辺2cm, 高さ2cmの三角形

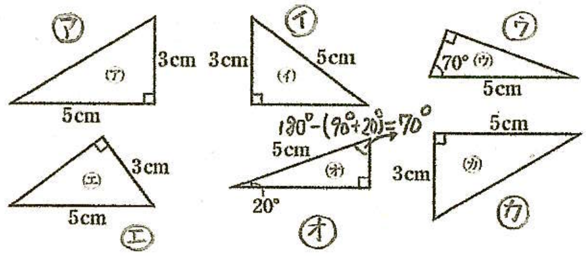
②



△ABDと△ACEで
仮定より AB = AC －①
BD = CE －②
二等辺三角形の2つの底角は
等しいので①から
∠ABD = ∠ACE －③
①, ②, ③から 2組の辺とその間の角が
それぞれ等しいので
△ABD≡△ACE
合同な図形では、対応する辺は等しいので
AD = AE
よって △ADEは、AD = AEの二等辺三角形
になる。

P.137

1



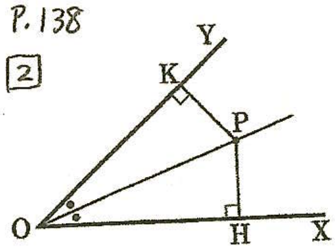
㋐と㋕　2組の辺とその間の角が、それぞれ等しい。

㋑と㋓　直角三角形の斜辺と他の1辺が、それぞれ等しい。

㋒と㋔　直角三角形の斜辺と1つの鋭角が、それぞれ等しい。

P.138

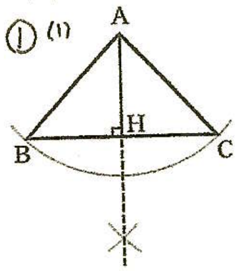
2



(証明)
△POHと△POKで
仮定より
∠PHO = ∠PKO = 90° －①
∠POH = ∠POK －②
POは共通だから
PO = PO －③
①, ②, ③から 直角三角形の斜辺と1つの
鋭角が、それぞれ等しいので
△POH≡△POK
合同な図形では、対応する辺は等しいので
PH = PK

練習問題

① (1)



(2) △ABHと△ACHで
仮定より ∠AHB = ∠AHC = 90° －①
AB = AC －②
AHは共通だから
AH = AH －③
①, ②, ③から 直角三角形の斜辺と
他の1辺が等しいので
△ABH≡△ACH
合同な図形は対応する辺は等しいので BH = CH

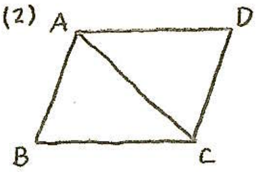
NO. 43　2年　教科書　解答

P. 141

1 (1) 「平行四辺形の 2組の向かいあう角は、それぞれ等しい。」
ならば

仮定 $AB /\!/ DC,\ AD /\!/ BC$　結論 $\angle A=\angle C,\ \angle B=\angle D$

(2)

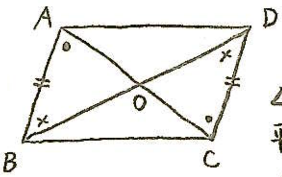


(証明)

$\triangle ABC \equiv \triangle CDA$ から
合同な図形では、対応する角は等しいので
$\angle B=\angle D$

また、$\angle BAC=\angle DCA,\ \angle BCA=\angle DAC$ から
$\angle BAC+\angle DAC=\angle DCA+\angle BCA$
よって $\angle A=\angle C$

2



(証明)

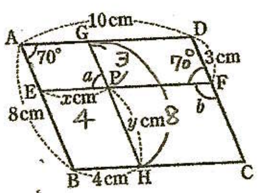
$\triangle OAB$ と $\triangle OCD$ で、
平行線の錯角は等しいので
$AB /\!/ DC$ から
$\angle BAO=\angle DCO$ ―①
$\angle ABO=\angle CDO$ ―②

また、平行四辺形の向かいあう辺は等しいので、
$AB=CD$ ―③

①,②,③から 1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので、$\triangle OAB \equiv \triangle OCD$
合同な図形では、対応する辺は、それぞれ等しいので、$AO=CO,\ BO=DO$
したがって、平行四辺形の対角線は、それぞれの中点で交わる。

P. 142　練習問題

①



□ABCDで
$AB /\!/ GH,\ AD /\!/ EF$
だから、図の中にできる四角形は、すべて平行四辺形になる。

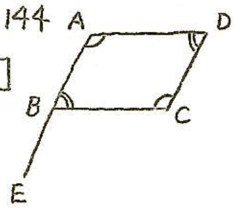
したがって　□EBHPで $x=4$
□GPFDで $GP=DF=3$ だから
$y=8-3=5$

よって
$x=4,\ y=5$
$\angle a=70^\circ,\ \angle b=110^\circ$

□AEPGで $\angle GPE=\angle a=70^\circ$
□AEFDで $\angle DFE=70^\circ$ だから
$\angle b=180^\circ-70^\circ=110^\circ$

P.144

1

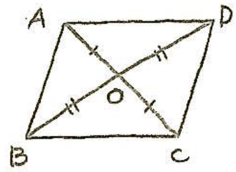


(証明)
辺ABをBの方に延長した直線上に点Eをとる。
$\angle A=\angle C,\ \angle B=\angle D$ だから
$\angle A+\angle B=\angle C+\angle D$ ―①

四角形の内角の和は360°だから
$\angle A+\angle B+\angle C+\angle D=360^\circ$ ―②
①,②から $\angle A+\angle B=180^\circ$ ―③
点A,B,Eは一直線上にあるから
$\angle B+\angle CBE=180^\circ$ ―④
③,④から $\angle A=\angle CBE$
同位角が等しいので $AD /\!/ BC$ ―⑤

$\angle A=\angle C,\ \angle A=\angle CBE$ より
$\angle C=\angle CBE$
錯角が等しいので $AB /\!/ DC$ ―⑥
⑤,⑥から 2組の向かいあう辺がそれぞれ平行なので、四角形ABCDは、平行四辺形である。

2



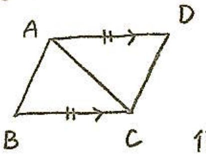
(証明)
$\triangle OAB$ と $\triangle OCD$ で
仮定より $AO=CO$ ―①
$BO=DO$ ―②
対頂角は等しいので
$\angle AOB=\angle COD$ ―③
①,②,③から 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので　$\triangle OAB \equiv \triangle OCD$

合同な図形では、対応する辺は等しいので
$AB=CD$ ―④
$\triangle OAD$ と $\triangle OCB$ でも同じように考えて
$AD=CB$ ―⑤

④,⑤から　2組の向かいあう辺が、それぞれ等しいので、四角形ABCDは平行四辺形である。

P. 145

3

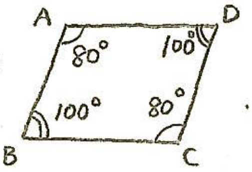


(証明)
対角線ACをひく。
$\triangle ABC$ と $\triangle CDA$ で
仮定より $BC=DA$ ―①
共通だから $AC=CA$ ―②
平行線の錯角は等しいので $\angle ACB=\angle CAD$ ―③
①,②,③から 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので、　$\triangle ABC \equiv \triangle CDA$
合同な図形では、対応する辺は等しいので $AB=CD$ ―④
①,④から 2組の向かいあう辺がそれぞれ等しいので四角形ABCDは平行四辺形である。

NO.44　2年　教科書　解答

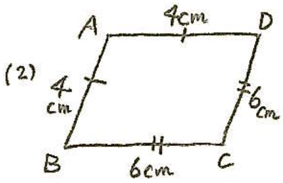
P.145

4 (1)



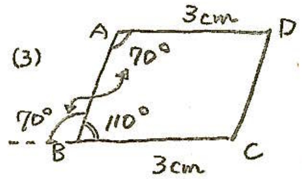
2組の向かいあう角が
それぞれ等しいから
平行四辺形である。

(2)



向かいあう辺が等しく
なっていないので
平行四辺形ではない。

(3)

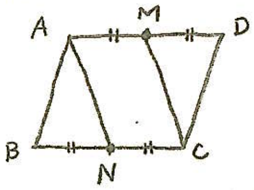


（図は、正しくない。数値だけ意識するように。）

$\angle B$の外角が$70°$で、
錯角の位置にある2つの
角が$70°$で等しいので$AD /\!/ BC$
また$AD = BC$でもあるので
1組の向かいあう辺が等しくて平行
だから　平行四辺形である。

P.146

5



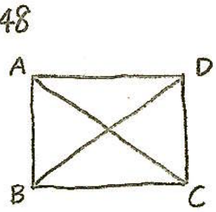
（証明）

平行四辺形の向かいあう
辺は平行だから
$AD /\!/ BC$ －①
また、平行四辺形の向かいあう
辺は等しいので
$AD = BC$

M, Nは それぞれ AD, BCの中点だから
$AM = NC$ －②
①, ②から 1組の向かいあう辺が等しくて
平行であるので、四角形ANCMは
平行四辺形である。

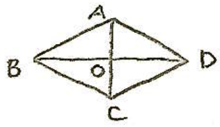
P.148

1



(ア)「長方形の対角線の長さは等しい」の証明

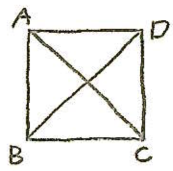
$\triangle ABC$と$\triangle DCB$で
平行四辺形の性質より
$AB = DC$ －①
共通だから
$BC = CB$ －②
長方形の性質より
$\angle ABC = \angle DCB = 90°$ －③
①, ②, ③から 2組の辺と、その間の角が
それぞれ等しいので$\triangle ABC \equiv \triangle DCB$ よって$AC = DB$



(イ)「ひし形の対角線は、垂直に交わる」の証明

ひし形の対角線の交点をOとする。
四角形ABCDは、ひし形だから
平行四辺形とひし形の性質を考えると
$\triangle ABO$と$\triangle ADO$で
$AB = AD$ －①
$BO = DO$ －②
共通だから　$AO = AO$ －③
①, ②, ③から　3組の辺がそれぞれ等しいので
$\triangle ABO \equiv \triangle ADO$
よって$\angle AOB = \angle AOD$
点B, O, Dは一直線上にあるから
$\angle AOB = \angle AOD = 90°$
したがって　$AO \perp BD$

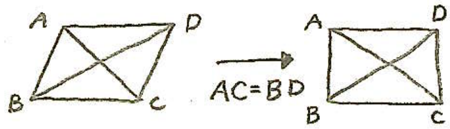
2



正方形は、長方形でもあり、ひし形
でもあるから、正方形の対角線
は、長さが等しく、垂直に交わる。
（左の図で$AC = DB$, $AC \perp DB$）

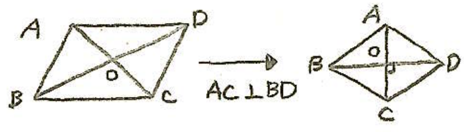
P.149

3 （長方形）



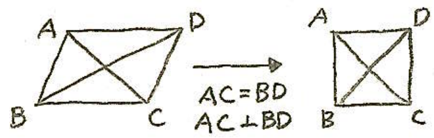
▱ABCDで、$AC = BD$が加わると、
$\triangle ABC$と$\triangle DCB$で 3組の辺がそれぞれ等しいので
$\triangle ABC \equiv \triangle DCB$　これを満たす平行四辺形
は長方形である。
だから、$AC = BD$のとき、▱ABCDは長方形になる。

（ひし形）



▱ABCDで、対角線の交点をOとする。$AC \perp BD$が
加わると、2組の辺とその間の角が、それぞれ等しい
ので、$\triangle OAB$, $\triangle OCB$, $\triangle OCD$, $\triangle OAD$は
すべて合同である。よって$AB = CB = CD = AD$
これを満たす平行四辺形は、ひし形である。
だから、$AC \perp BD$のとき、▱ABCDは、ひし形
になる。

（正方形）

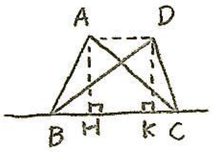


▱ABCDで、$AC = BD$が加わると長方形になり、4つの角
が、すべて等しくなる。また$AC \perp BD$が加わると、ひし形
になり、4つの辺がすべて等しくなる。
だから、$AC = BD$, $AC \perp BD$のとき、▱ABCDは
正方形になる。

NO. 45　2年　教科書　解答

P. 150

1 △ABCと△DBCの面積が等しく、底辺BCは共通だから、△ABCと△DBCの高さを、それぞれAH, DKとすると



AH = DK　－①

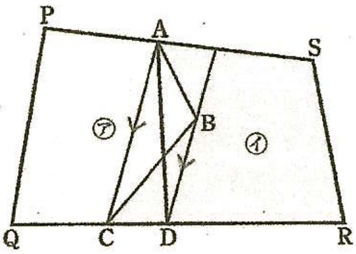
また AH // DK　－②

①, ②から、1組の向かいあう辺が等しくて平行であるので、四角形AHKDは平行四辺形である。

よって AD // HK　したがって AD // BC

P. 151

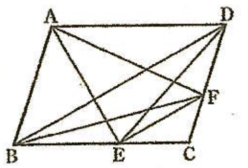
2



点Bを通りACに平行な直線とQRが交わる点をDとする。

練習問題

①



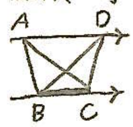
まず △ABEで BE // ADだから
底辺BE共通で
→ △ABE = △DBE

次に △DBEで BD // EFだから
底辺BD共通で
→ △DBE = △DBF

次に △DBFで DF // ABだから
底辺DF共通で
→ △DBF = △DFA

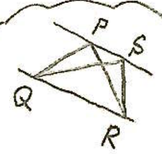
見つける順番も大切!!

面積の等しい三角形



AD // BCのとき
底辺BC共通だから
△ABC = △DBC

平行線で底辺共通



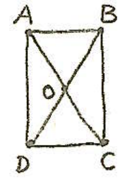
PS // QRのとき
・底辺QR共通だから
△PQR = △SQR
・底辺PS共通だから
△QPS = △RPS

△DBE, △DBF, △DFA

(合同ではないので、頂点の対応は考えなくてよい)

P. 153

1

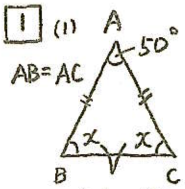


(証明)
四角形ABCDで
仮定より AO = CO　－①
　　　　BO = DO　－②
①, ②から、対角線がそれぞれの中点で交わるので、四角形ABCDは、平行四辺形である。
したがって、AB // DC

2 四角形ABCDは平行四辺形で、さらに対角線の長さが等しいので、長方形

P. 154　章末問題　学びをたしかめよう

1 (1)



$2x + 50 = 180$

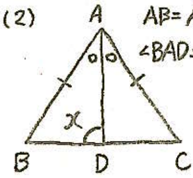
$2x = 130$

$x = \frac{130}{2}$

$= 65$

$\angle x = 65°$

(2)

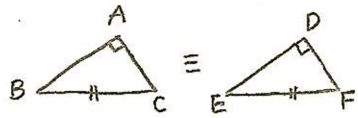


△ABDと△ACDは
2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから合同
だから ∠ADB = ∠ADC = ∠x
∠BDC = 180° だから
2x = 180° より ∠x = 90°

2 (1) 逆　$ab > 0$ ならば $a > 0$, $b > 0$ である。
正しくない。(反例) $a = -1$, $b = -2$

(2) 逆　△ABCと△DEFで
AB = DE, ∠A = ∠D, ∠B = ∠E ならば △ABC ≡ △DEF である。
正しい。

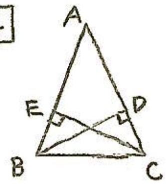
3



(1) ∠A = ∠D = 90°, BC = EF, AC = $\boxed{DF}$
(直角三角形の斜辺と他の1辺が、それぞれ等しい。)

(2) ∠A = ∠D = 90°, BC = EF, $\boxed{\angle B}$ = ∠E
(直角三角形の斜辺と1つの鋭角が、それぞれ等しい。)

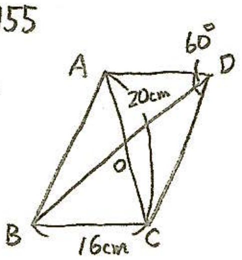
4



(証明)
△EBCと△DCBで
仮定より ∠BEC = ∠CDB = 90°　－①
二等辺三角形の底角は等しいから
∠EBC = ∠DCB　－②
また共通だから BC = CB　－③
①, ②, ③から 直角三角形の斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しいので △EBC ≡ △DCB
よって BE = CD

P. 155

5



AD = $\boxed{16}$ cm (AD=BC)

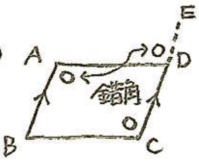
OA = $\boxed{10}$ cm (OA=OB)

∠ABC = $\boxed{60}$° (∠ABC=∠ADC)

∠BCD = $\boxed{120}$°

(∠BCD+∠ADC=180°)

6 (1)



AB//DCだから ∠A=∠ADE

∠A=∠C だから ∠ADE=∠C

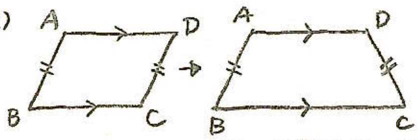
同位角が等しいので

AD// BC

2組の向かいあう辺が、それぞれ平行だから

平行四辺形である。

(2)



上の四角形ABCDのように

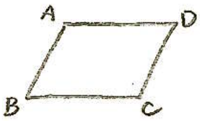
AD// BC, AB=DCでも

平行四辺形にならないことがある。

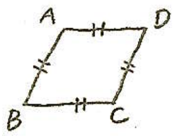
(台形)

平行四辺形であるといえない。

7

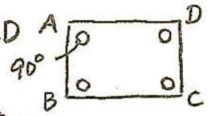


→ (1) AB=AD

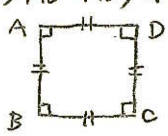


(4つの辺がすべて等しい) ひし形

→ (2) ∠A=∠D

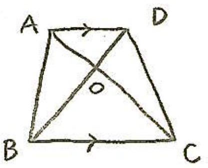


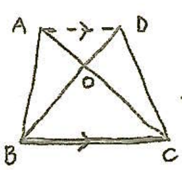
(3) AB=AD, ∠A=∠D (4つの角がすべて等しい) 長方形



正方形 (4つの辺, 4つの角がすべて等しい)

8





底辺BC共通で

△ABC=△DBC

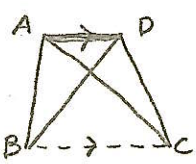
この三角形の

共通部分△OBC

を除いた三角形

も面積は等しい

△ABO=△DCO



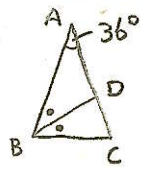
底辺AD共通で

△BAD=△CAD

よって △ABC=△DBC, △BAD=△CAD, △ABO=△DCO

P. 156 学びを身につけよう

①



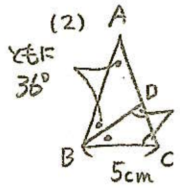
(180°−36°)÷2

(1) AB=ACだから∠ABC=∠ACB=72°

∠DBC=72°÷2=36°

よって∠BDC=180°−(36°+72°)

=180°−108° = 72°



ともに72°だから △BDCは二等辺三角形

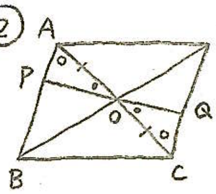
BC=BD= 5cm

△DABも底角が36°の二等辺三角形になる

から DB=DA= 5cm

よって BD=5cm, AD=5cm

②



(証明)

△APOと△CQOで

平行四辺形の対角線は中点で

交わるから AO = CO−①

平行線の錯角は等しいから

∠PAO=∠QCO−②

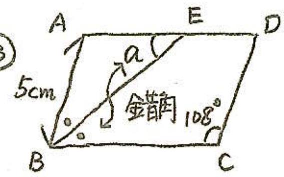
また 対頂角だから ∠POA=∠QOC−③

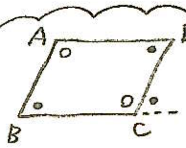
①, ②, ③から 1組の辺とその両端の角が

それぞれ等しいので △APO≡△CQO

よって PO= QO

③





□ABCD は

∠A+∠B

=∠B+∠C

=∠C+∠D

=∠D+∠A

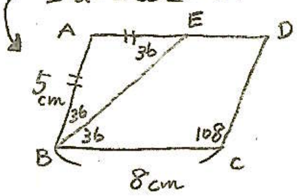
すべて180°

∠C=108°だから

∠B=180°−108°=72°

∠ABE=∠CBE=36°

∠a=∠CBE=36°



∠ABE=∠AEB=36°だから

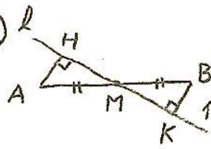
△ABEは AB=AE=5cm

よって ED=AD−AE

= 8−5=3cm

∠a=36°, ED=3cm

④



(1)(証明)

△AHMと△BKMで

仮定より∠AHM=∠BKM=90°−①

AM=BM−②

対頂角で∠AMH=∠BMK−③

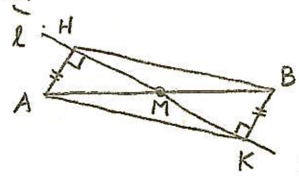
①,②,③から 直角三角形の斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しい

ので △AHM≡△BKM　よって AH=BK

NO.47　2年　教科書　解答

P. 156 つづき　学びを身につけよう

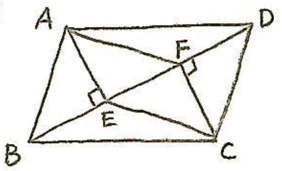
④つづき



(1)の証明より AH=BK -①
∠AHM=∠BKMで
錯角が等しいから AH//BK -②
①,②から 1組の向かいあう辺が等しくて、平行であるので
四角形AKBHは平行四辺形

(別の理由)
(1)の証明より
△AHM≡△BKMだから
AM=BM -①
HM=KM -②
①,②から対角線がそれぞれの中点で交わるので、四角形AKBHは平行四辺形

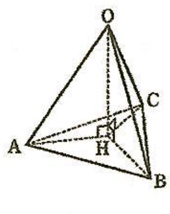
⑤



(証明)
△ABEと△CDFで
AB=CD -①
∠ABE=∠CDF -②
∠AEB=∠CFD=90° -③
①,②,③から 直角三角形の斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しいので
△ABE≡△CDF
よって AE=CF -④
また ③から ∠AEF=∠CFE=90°となり
錯角が等しいので AE//CF -⑤
④,⑤から 1組の向かいあう辺が等しくて平行であるので、四角形AECFは平行四辺形である。

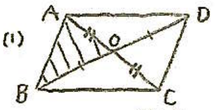
P. 157

⑥



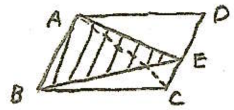
(証明)
△OAHと△OBHで
仮定より∠OHA=∠OHB=90° -①
OA=OB -②
共通だから OH=OH -③
①,②,③から 直角三角形の斜辺と他の1辺がそれぞれ等しいので
△OAH≡△OBH
よって AH=BH -④
△OAHと△OCHで、同じように考えて
AH=CH -⑤
④,⑤から AH=BH=CH

⑦ (1)



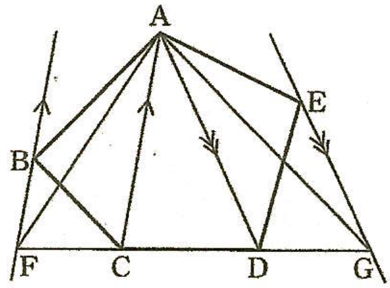
AO=COだから
$\triangle ABO = \triangle ABC \times \frac{1}{2}$
$= \square ABCD \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$
$= 36 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$
$= 9$
9cm^2

(2)



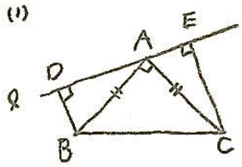
△ABEと△ABCは底辺AB共通で高さも等しいから、面積は等しい。
$\triangle ABE = \triangle ABC$
$= \square ABCD \times \frac{1}{2}$
$= 36 \times \frac{1}{2}$
$= 18$
18cm^2

⑧



点Bを通りACに平行な直線をひき、DCを延長した直線との交点をFとする。
同じように、点Eを通りADに平行な直線をひき、CDを延長した直線との交点をGとする。
このとき △ABC=△AFC（底辺AC共通）
△AED=△AGD（底辺AD共通）であり
五角形ABCDE=△AFG（△ACDが共通）となるので、求める三角形は、△AFGである。

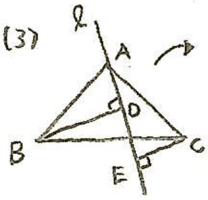
⑨ (1)



(証明)
△ABDと△CAEで
仮定より ∠ADB=∠CEA=90° -①
AB=CA -②
また、∠BAD=180°−∠BAC−∠CAE
=90°−∠CAE -③
∠ACE=180°−∠AEC−∠CAE
=90°−∠CAE -④
③,④から ∠BAD=∠ACE -⑤
①,②,⑤から 直角三角形の斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しいので △ABD≡△CAE

(2) 合同な図形では、対応する辺は、それぞれ等しいので
BD=AE、CE=AD
よって BD+CE=AE+AD=DE

(3)



△ABD≡△CAEだから
BD=AE、AD=CE
よって BD−CE=AE−AD=DE
BD−CE=DE