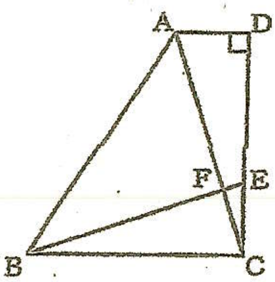
公立入試　図形（相似や三平方の定理の応用）※大問3(2)①②　(3)①②と出題され、①の方が解きやすい

3A (2)　図で，四角形ＡＢＣＤは，ＡＤ//ＢＣ，∠ＡＤＣ＝90°の台形である。Ｅは辺ＤＣ上の点で，ＤＥ：ＥＣ＝２：１であり，Ｆは線分ＡＣとＥＢとの交点である。

ＡＤ＝２cm，ＢＣ＝ＤＣ＝６cmのとき，次の①，②の問いに答えなさい。



①　線分ＥＢの長さは何cmか，求めなさい。

②　△ＡＢＦの面積は何cm²か，求めなさい。

公立入試　図形（相似や三平方の定理の応用）

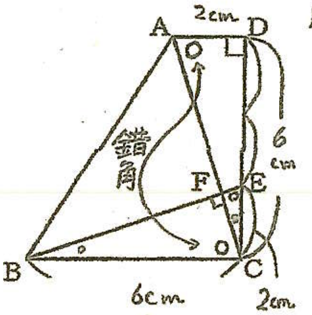
※大問3(2)①②　(3)①②と出題され、①の方が解きやすい

3A (2)　図で，四角形ＡＢＣＤは，ＡＤ//ＢＣ，∠ＡＤＣ＝90°の台形である。Ｅは辺ＤＣ上の点で，ＤＥ：ＥＣ＝２：１であり，Ｆは線分ＡＣとＥＢとの交点である。

ＡＤ＝２cm，ＢＣ＝ＤＣ＝６cmのとき，次の①，②の問いに答えなさい。

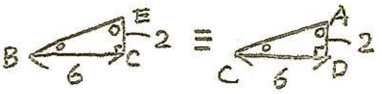
① 線分ＥＢの長さは何cmか，求めなさい。

② △ＡＢＦの面積は何cm²か，求めなさい。



問題の条件からわかること

合同な△



相似な△　△FBCで ∘＋○＝90° だから ∠EFC＝90°

△EBC ∽ △CBF ∽ △ECF

（それぞれの三角形で 3つの角が ∘と○と90°）

㋐→㋑→㋒→∘∘∘　考える順序

① ㋐ 直角三角形EBCで三平方の定理より

$EC^2 + BC^2 = EB^2$

$2^2 + 6^2 = EB^2$

$EB^2 = 4 + 36 = 40$

$EB = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 40 \\ 2 & 20 \\ 2 & 10 \\ & 5 \end{array}$$

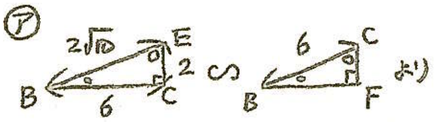
よって $EB = 2\sqrt{10}$ cm

② 考え方　その1

相似な三角形の辺の比から BF, FC, AF の長さがわかるから、

$\triangle ABF = \underset{底辺}{BF} \times \underset{高さ}{AF} \times \frac{1}{2}$ で求める！

㋐



左辺を2でわる

$\cancel{2}\sqrt{10} : \overset{3}{\cancel{6}} = 6 : BF$

$\sqrt{10}\,BF = 18$

$BF = \frac{18 \times \sqrt{10}}{\sqrt{10} \times \sqrt{10}}$

$= \frac{\overset{9}{\cancel{18}}\sqrt{10}}{\underset{5}{\cancel{10}}}$

$= \frac{9\sqrt{10}}{5}$

$\cancel{2}\sqrt{10} : \overset{3}{\cancel{6}} = 2 : CF$

$\sqrt{10}\,CF = 6$

$CF = \frac{6 \times \sqrt{10}}{\sqrt{10} \times \sqrt{10}}$

$= \frac{\overset{3}{\cancel{6}}\sqrt{10}}{\underset{5}{\cancel{10}}}$

$= \frac{3\sqrt{10}}{5}$

㋑ $AF = \overset{EB}{\overset{\shortparallel}{AC}} - CF$

$= 2\sqrt{10} - \frac{3\sqrt{10}}{5}$

$= \frac{7\sqrt{10}}{5}$

㋒ $\angle AFB = \angle BFC = 90°$ だから

$\triangle ABF = BF \times AF \times \frac{1}{2}$

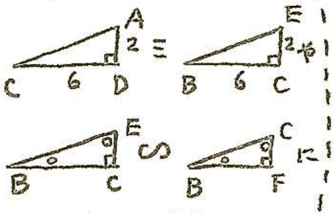
$= \frac{9\sqrt{10}}{5} \times \frac{7\sqrt{10}}{5} \times \frac{1}{2}$

$= \frac{9 \times 7 \times \cancel{10}}{5 \times \cancel{10}} \leftarrow \underset{10}{\underset{\shortparallel}{\sqrt{10} \times \sqrt{10}}}$

$= \frac{63}{5}$

よって $\triangle ABF = \frac{63}{5}$ cm²

考え方 その1は、



気づかないと 解けない

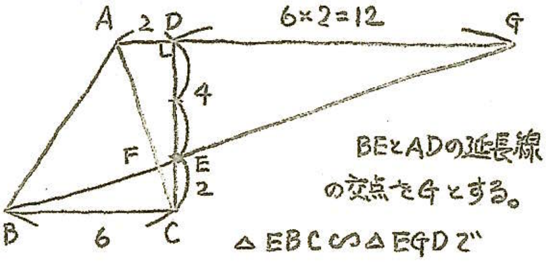
② 考え方　その2

△ABCの面積は $6 \times 6 \times \frac{1}{2} = 18$ とわかるから、

AF : FC の比がわかれば、

△ABC を その比をもとに分けて求める。

㋐



BEとADの延長線の交点をGとする。

△EBC ∽ △EGD で

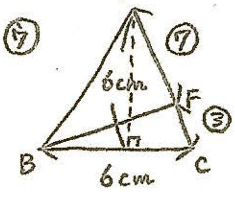
$\underset{2}{EC} : \underset{4}{ED} = \underset{6}{BC} : GD$ より

GD = 12 とわかる。

㋑ △FBC ∽ △FGA となり

$FC : FA = \underset{6}{BC} : \underset{12+2=14}{GA} = 6 : 14 = 3 : 7$ とわかる。

㋒



左のようになっているので

$\triangle ABF = \triangle ABC \times \frac{7}{\underset{7+3}{10}}$

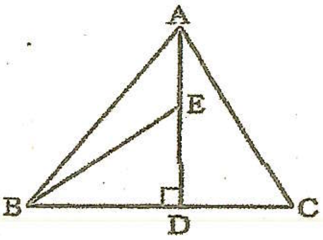
$= \overset{3}{\cancel{6}} \times \overset{3}{\cancel{6}} \times \frac{1}{\underset{1}{\cancel{2}}} \times \frac{7}{\underset{5}{\cancel{10}}}$

$= \frac{63}{5}$

よって $\frac{63}{5}$ cm²

3A (3)　図で，Dは△ABCの辺BC上の点で，BD：DC＝3：2，AD⊥BCであり，Eは線分AD上の点である。

△ABEの面積が△ABCの面積の$\frac{9}{35}$倍であるとき，次の①，②の問いに答えなさい。



①　線分AEの長さは線分ADの長さの何倍か，求めなさい。

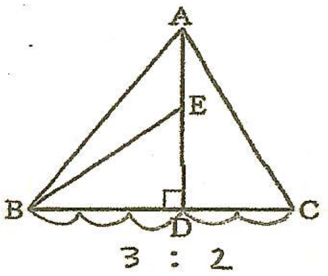
②　△ABEを，線分ADを回転の軸として1回転させてできる立体の体積は，△ADCを，線分ADを回転の軸として1回転させてできる立体の体積の何倍か，求めなさい。

3A (3)　図で，Dは△ABCの辺BC上の点で，BD：DC＝３：２，AD⊥BCであり，Eは線分AD上の点である。

△ABEの面積が△ABCの面積の $\frac{9}{35}$ 倍であるとき，次の①，②の問いに答えなさい。

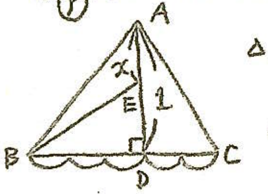
①　線分AEの長さは線分ADの長さの何倍か，求めなさい。

②　△ABEを，線分ADを回転の軸として１回転させてできる立体の体積は，△ADCを，線分ADを回転の軸として１回転させてできる立体の体積の何倍か，求めなさい。



考え方 その1

① ㋐ AEがADのx倍とすると



BD:DC=3:2 より

$\triangle ABD = \triangle ABC \times \frac{3}{5}$

$\triangle ABE = \triangle ABD \times x$

$= \triangle ABC \times \frac{3}{5} \times x$

問題より

㋑ $\triangle ABE = \triangle ABC \times \frac{9}{35}$ だから　等しい

$\frac{3}{5}x = \frac{9}{35}$ となる。

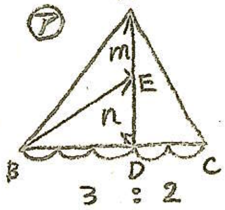
$x = \frac{\overset{3}{\cancel{9}}}{\underset{7}{\cancel{35}}} \times \frac{\cancel{5}}{\cancel{3}}$

$= \frac{3}{7}$

よって　AEはADの $\frac{3}{7}$ 倍

考え方 その2

㋐



AE：ED＝m：nとすると

$\triangle ABD = \triangle ABC \times \frac{3}{5}$

$\triangle ABE = \triangle ABD \times \frac{m}{m+n}$

$= \triangle ABC \times \frac{3}{5} \times \frac{m}{m+n}$

㋑ $\triangle ABE = \triangle ABC \times \frac{9}{35}$ だから

$\frac{3}{5} \times \frac{m}{m+n} = \frac{9}{35}$

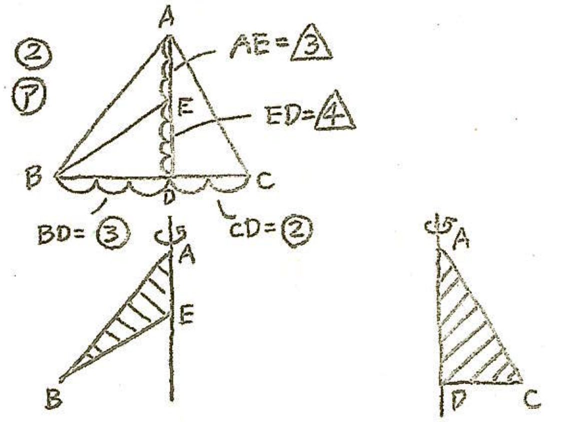
$\frac{m}{m+n} = \frac{\overset{3}{\cancel{9}}}{\underset{7}{\cancel{35}}} \times \frac{\cancel{5}}{\cancel{3}}$

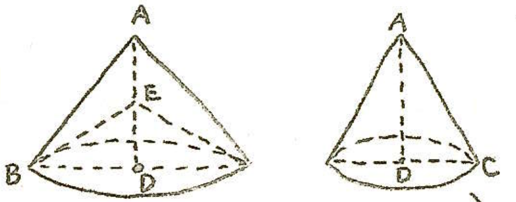
$\frac{m}{m+n} = \frac{3}{7} = \frac{3}{3+4}$ より

m＝3，n＝4と考えられる。

よって　AEはADの $\frac{3}{7}$ 倍

② ㋐

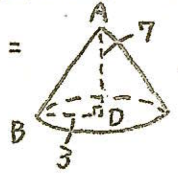




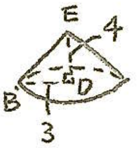
㋑ 体積の比を求める問題だから BD=3，CD=2，AE=3，ED=4，AD=7 として計算する。

求める立体

=



−



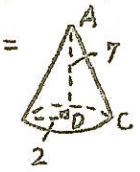
$= \pi \times 3^2 \times 7 \times \frac{1}{\cancel{3}} - \pi \times 3^2 \times 4 \times \frac{1}{\cancel{3}}$

$= 21\pi - 12\pi$

$= 9\pi$

求める立体

=



$= \pi \times 2^2 \times 7 \times \frac{1}{3}$

$= \frac{28}{3}\pi$

㋒ 「9π」は「$\frac{28}{3}\pi$」の何倍か、ということだから

（たとえば「10」は「2」の何倍か → 10÷2＝5倍）

$9\pi \div \frac{28}{3}\pi = 9\pi \times \frac{3}{28\pi} = \frac{27}{28}$

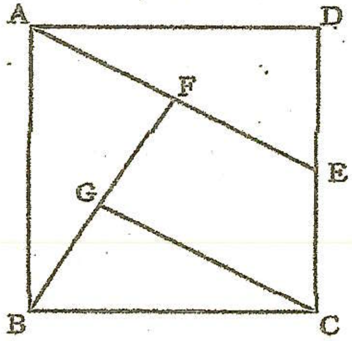
よって $\frac{27}{28}$ 倍

3B (2)　図で，四角形ＡＢＣＤは正方形であり，Ｅは辺ＤＣの中点，Ｆは線分ＡＥの中点，Ｇは線分ＦＢの中点である。

ＡＢ＝８cmのとき，次の①，②の問いに答えなさい。

① 線分ＧＣの長さは何cmか，求めなさい。

② 四角形ＦＧＣＥの面積は何cm^2か，求めなさい。

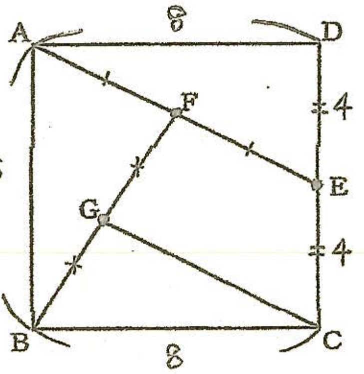


3B (2)　図で，四角形ＡＢＣＤは正方形であり，Ｅは辺ＤＣの中点，Ｆは線分ＡＥの中点，Ｇは線分ＦＢの中点である。

ＡＢ＝8 cmのとき，次の①，②の問いに答えなさい。

① 線分ＧＣの長さは何cmか，求めなさい。

② 四角形ＦＧＣＥの面積は何cm²か，求めなさい。

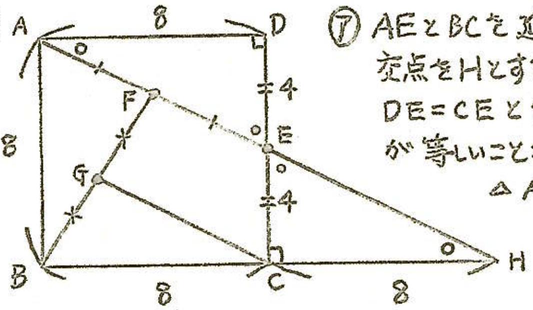


（公立入試の図は、正しく書かれているから、
理由がわからなくても、平行や垂直と
決めつけて考えていくと、正答になる場合もある。）

○ 上の図のままで、確実にわかるのは、
△ADEが直角三角形で、三平方の
定理より $AE=4\sqrt{5}$ ということ。

○ 図から予想できることは、
FE // GC(?)

①



㋐ AEとBCを延長させて
交点をHとする。
DE＝CEと錯角・対頂角
が等しいことから
△ADE≡△HCE
となる。

㋑ AD＝BC＝CH＝8で
GはBFの、CはBHの
中点だから、中点連結定理
より、GC // FH
$GC = \frac{1}{2}FH$

ここで、FE // GC
と、はっきりわかる

㋒ △ADEで三平方の定理より
$8^2+4^2=AE^2$ だから
$AE^2=64+16=80$
$AE=\sqrt{80}=4\sqrt{5}$

㋓ $FE=\frac{1}{2}AE=\frac{1}{2}\times4\sqrt{5}=2\sqrt{5}$

$\underset{FE}{2\sqrt{5}}$, $\underset{EH}{4\sqrt{5}}$: $FH=2\sqrt{5}+4\sqrt{5}=6\sqrt{5}$ だから

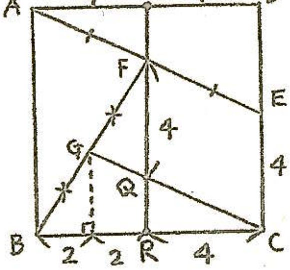
$GC=\frac{1}{2}FH=\frac{1}{\cancel{2}}\times\overset{3}{\cancel{6}}\sqrt{5}=3\sqrt{5}$

よって $\underline{GC=3\sqrt{5}\ cm}$

---

② 考え方 その1

㋐ ADの中点P
BCの 〃 R とし PRをひき
GCとの交点を
Qとする。



㋑ 左図で FE // QC
FQ // ECだから
▱FQCEとなる。(EC＝FQ＝4)

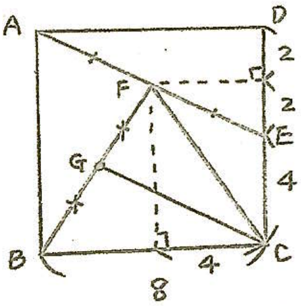
㋒ 四角形FGCE
＝▱FQCE＋△FQG

$= \underset{FQ}{4}\times\underset{RC}{4} + \underset{FQ}{4}\times\underset{高さ}{2}\times\frac{1}{2} = 16+4=20$

よって $\underline{20cm^2}$

② 考え方 その2

㋐ FCをひき
四角形FGCEを
△FGCと△FCE
に分ける。



㋑ GがFBの中点
だから
$\triangle FGC=\triangle FBC\times\frac{1}{2}$

ここで△FBCの底辺を
BCと見ると高さは6だから

$\triangle FBC=8\times6\times\frac{1}{2}=24$

$\triangle FGC=24\times\frac{1}{2}=12$

㋒ △FCEの底辺をECと見ると高さは
4だから　$\triangle FCE=4\times4\times\frac{1}{2}=8$

㋓ 四角形FGCE
＝△FGC＋△FCE
＝ 12 ＋ 8
＝ 20

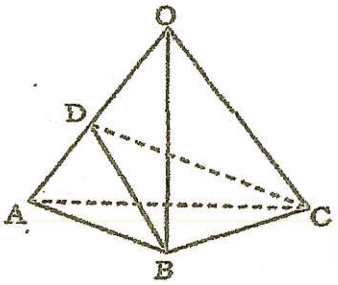
よって $\underline{20\ cm^2}$

3B (3)　図で，立体ＯＡＢＣは△ＡＢＣを底面とする正三角すいであり，Ｄは辺ＯＡ上の点で，△ＤＢＣは正三角形である。

ＯＡ＝ＯＢ＝ＯＣ＝６cm，ＡＢ＝４cmのとき，次の①，②の問いに答えなさい。

①　線分ＤＡの長さは何cmか，求めなさい。

②　立体ＯＤＢＣの体積は正三角すいＯＡＢＣの体積の何倍か，求めなさい。

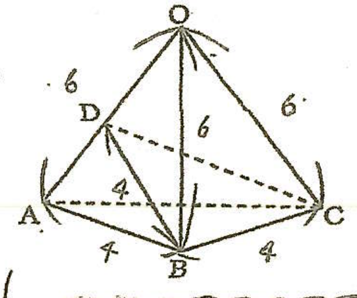


3B (3)　図で，立体ＯＡＢＣは△ＡＢＣを底面とする正三角すいであり，Ｄは辺ＯＡ上の点で，△ＤＢＣは正三角形である。

ＯＡ＝ＯＢ＝ＯＣ＝６cm，ＡＢ＝４cmのとき，次の①，②の問いに答えなさい。

① 線分ＤＡの長さは何cmか，求めなさい。

② 立体ＯＤＢＣの体積は正三角すいＯＡＢＣの体積の何倍か，求めなさい。



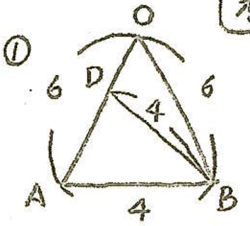
上の図から、すぐわかることは、

- 正三角すいの側面は、$\underset{4}{{}^{6}\triangle^{6}}$の二等辺△
- 底面は$\underset{4}{{}^{4}\triangle^{4}}$の正△
- 他に、△DBCは$\underset{4}{{}^{4}\triangle^{4}}$の正△

△BDA，△CDAは${}^{4}\triangle^{4}$の二等辺△

考え方 その1

①

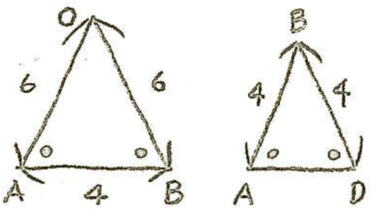


㋐ 二等辺三角形

OABとBADで底角は等しく、∠Aが共通

だから

相似になる



㋑ 対応する辺について

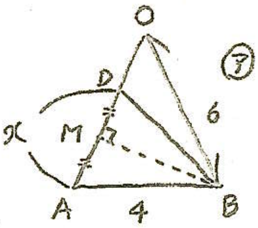
OA：BA＝AB：ADより

$\cancel{6}^{3}:\cancel{4}^{2}=4:AD$

$3AD=8$

$AD=\dfrac{8}{3}$　よって $\dfrac{8}{3}$cm

考え方 その2　相似な三角形に気づかない場合



㋐ BからDAに垂線をひき、交点をMとすると

Mは DAの中点になる。

㋑ DA＝xとすると

直角三角形BMAで $BM^2=AB^2-AM^2$

$BM^2=16-\left(\dfrac{x}{2}\right)^2$

直角三角形BMOで $BM^2=OB^2-OM^2$

$BM^2=6^2-\left(6-\dfrac{x}{2}\right)^2$

㋒ $16-\left(\dfrac{x}{2}\right)^2=6^2-\left(6-\dfrac{x}{2}\right)^2$を解くと

$16-\dfrac{x^2}{4}=36-\left(36-6x+\dfrac{x^2}{4}\right)$

$16-\cancel{\dfrac{x^2}{4}}=\cancel{36}-\cancel{36}+6x-\cancel{\dfrac{x^2}{4}}$

$16=6x$

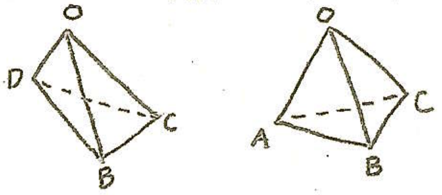
$x=\dfrac{\cancel{16}^{8}}{\cancel{6}_{3}}$

よって $\dfrac{8}{3}$cm

計算が大変!!

② 立体ODBCの体積と正三角すいOABCの体積

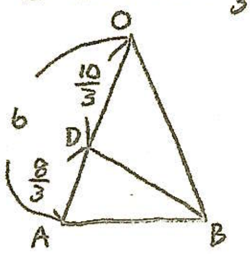
㋐



体積を比べるには、底面を△ODBと△OABと見ると、高さが等しいから、底面積を比べればいい。

㋑ ①より AD＝$\dfrac{8}{3}$cmだから

$OD=6-\dfrac{8}{3}=\dfrac{18}{3}-\dfrac{8}{3}=\dfrac{10}{3}$cm



㋒ △ODBと△OABの面積を比べるには、底辺をODとOAと見ると、高さが等しいから底辺を比べればいい。

㋓「立体ODBCの体積は、正三角すいOABCの体積の何倍か」

は

「ODはOAの何倍か」と同じだから

$\dfrac{10}{3}$　6

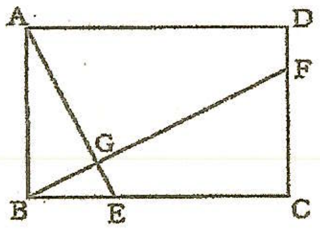
$\dfrac{10}{3}\div 6=\dfrac{\cancel{10}^{5}}{3}\times\dfrac{1}{\cancel{6}_{3}}=\dfrac{5}{9}$　よって $\dfrac{5}{9}$倍

公立入試　図形問題（相似や三平方の定理の応用）

毎年 3(2)①②，(3)①②と出題されています。(①は比較的、解きやすい)

2A (2)　図で，四角形ＡＢＣＤは長方形である。Ｅ，Ｆはそれぞれ辺ＢＣ，ＤＣ上の点で，ＥＣ＝２ＢＥ，ＦＣ＝３ＤＦである。また，Ｇは線分ＡＥとＦＢとの交点である。

ＡＢ＝４cm，ＡＤ＝６cmのとき，次の①，②の問いに答えなさい。

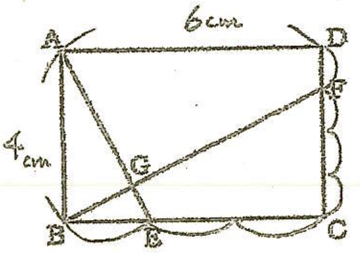


①　線分ＡＧの長さは線分ＧＥの長さの何倍か，求めなさい。

②　３点Ａ，Ｆ，Ｇが周上にある円の面積は，３点Ｅ，Ｆ，Ｇが周上にある円の面積の何倍か，求めなさい。

2A (2)　図で，四角形ＡＢＣＤは長方形である。Ｅ，Ｆはそれぞれ辺ＢＣ，ＤＣ上の点で，ＥＣ＝２ＢＥ，ＦＣ＝３ＤＦである。また，Ｇは線分ＡＥとＦＢとの交点である。

ＡＢ＝４cm，ＡＤ＝６cmのとき，次の①，②の問いに答えなさい。

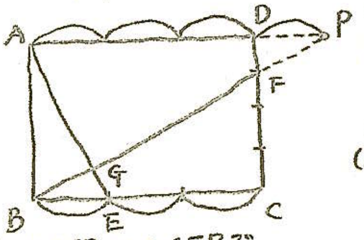


① 線分ＡＧの長さは線分ＧＥの長さの何倍か，求めなさい。

② ３点Ａ，Ｆ，Ｇが周上にある円の面積は，３点Ｅ，Ｆ，Ｇが周上にある円の面積の何倍か，求めなさい。

① 考え方 その1

相似な三角形をつくるために、
長方形の外に線をのばす方法



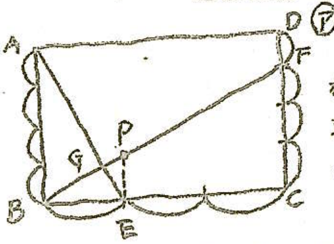
㋐ BFとADをのばし
交点をPとすると
AD // BC だから
(AP)　△DFP ∽ △CFB
△AGP ∽ △EGB
となる。

㋑ △DFP ∽ △CFB で
DF : CF = DP : CB より
1　3
CB = 3DP となり
上図のように AP : EB = 4 : 1 とわかる。

㋒ △AGP ∽ △EGB で
AG : EG = AP : EB = 4 : 1　よって AGはGEの4倍

考え方 その2

相似な三角形をつくるために
長方形の中に平行線をひく方法



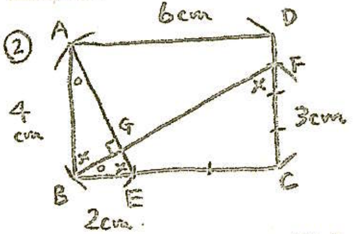
㋐ 求めたい AG : GE に
かかわるような相似な
三角形に目がつけれる
よう、平行線をひく。
PE // FC となる

そうすると
△BPE ∽ △BFC
△PGE ∽ △BGA
となる。

㋑ △BPE ∽ △BFC で
BE : BC = PE : FC より
1　3
FC = 3PE

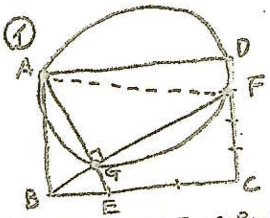
㋒ 上図のように
DF : FC = 1 : 3 で
AB = DC だから
AB : FC = 4 : 3 となる。
4FC = 3AB
$\frac{4}{3}$FC = AB

㋓ △PGE ∽ △BGA で
AG : EG = AB : EP
㋑と㋒から
AB = $\frac{4}{3}$FC
= $\frac{4}{3}$ × 3PE
= 4PE なので
AG : EG = 4PE : PE
= 4 : 1
よって 4倍



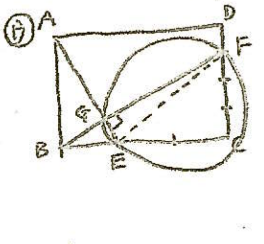
㋐ AB = 4cm, AD = 6cm だから
BE = 2cm, FC = 3cm とわかる。

△ABE と △BCF で
AB : BC = BE : CF = 2 : 3, ∠ABE = ∠BCD = 90°
4cm　6cm　2cm　3cm
だから △ABE ∽ △BCF
ということは ∠BAE = ∠CBF = ○印
∠AEB = ∠BFC = ×印
FC // AB で 錯角だから
∠BFC = ∠ABG = ×印 となるから
△ABG ∽ △AEB ∽ △BFC となり
∠AGB = ∠ABE = 90° とわかる。

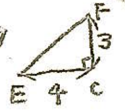


㋐で ∠AGF = 90° とわかったので
上図のような3点を通る円がかけ，
直径は，AFとなる。(円周角90°
と直径の関係)

三平方の定理より
$AF^2 = 6^2 + 1^2$
$AF^2 = 37$
$AF = \sqrt{37}$ cm



左図のように
∠FGE = 90° だから
3点, F, G, E を通る円も
かけ，直径は EF となる。



三平方の定理より
$EF^2 = 4^2 + 3^2$
$EF^2 = 25$
EF = 5 cm

㋓ ㋑の円と㋒の円の
直径の比は，相似比と
同じだから，面積比は，
2乗の比となる。
$(\sqrt{37})^2 : 5^2 = 37 : 25$

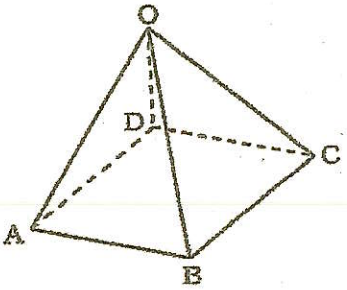
よって $\frac{37}{25}$ 倍

2A　(3)　図で，立体ＯＡＢＣＤは，正方形ＡＢＣＤを底面とする正四角すいである。

ＯＡ＝９cm，ＡＢ＝６cmのとき，次の①，②の問いに答えなさい。

①　正四角すいＯＡＢＣＤの体積は何cm^3か，求めなさい。

②　頂点Ａと平面ＯＢＣとの距離は何cmか，求めなさい。

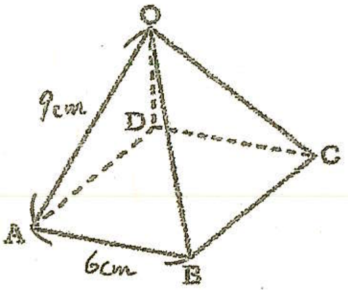


2A　(3)　図で，立体ＯＡＢＣＤは，正方形ＡＢＣＤを底面とする正四角すいである。

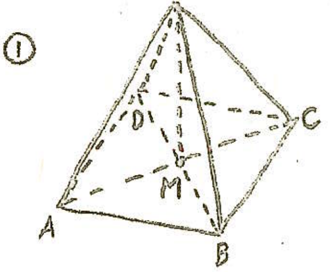
ＯＡ＝９cm，ＡＢ＝６cmのとき，次の①，②の問いに答えなさい。

① 正四角すいＯＡＢＣＤの体積は何cm^3か，求めなさい。

② 頂点Ａと平面ＯＢＣとの距離は何cmか，求めなさい。

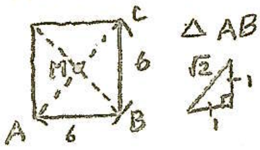


①



頂点Oから底面に垂線をおろすと
底面の正方形の対角線の交点M
を通る。

㋐ AMの長さを求めると



△ABCは直角二等辺三角形だから
$1:1:\sqrt{2}$の比になっていて
1にあたるのが6cmだから
$6:6:6\sqrt{2}$とわかる。

（$AC^2=6^2+6^2$として
$AC^2=72$
$AC=\sqrt{72}=6\sqrt{2}$と考えてもOK
考えやすい方法で！）

MはACの中点になるから　$AM=\frac{6\sqrt{2}}{2}=3\sqrt{2}$ cm

㋑ 正四角すいの高さを求めると

直角三角形AMOだから
三平方の定理より

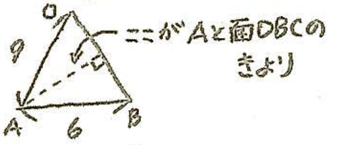
$(3\sqrt{2})^2=3\sqrt{2}\times3\sqrt{2}$
$=9\times2$
$=18$

$OM^2+(3\sqrt{2})^2=9^2$
$OM^2+18=81$
$OM^2=63 \leftarrow 81-18$
$OM=\sqrt{63}=3\sqrt{7}$

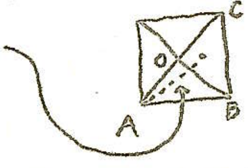
㋒ 体積＝底面積×高さ×$\frac{1}{3}$だから
↓正方形
$=6\times6\times3\sqrt{7}\times\frac{1}{3}$
$=36\sqrt{7}$

よって　$36\sqrt{7}$ cm^2

② 正四角すいを正面から見たとすると



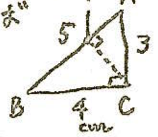
正四角すいを真上から見たとすると



とても、わかりにくい!!

（$3:5=CP:4$
$5CP=12$
$CP=\frac{12}{5}$）

たとえば



の△ABCで、「CとABとのきょりCPは何cmか」という問題は、相似を使っても解けるが次のようにも解ける。

まず△ABCの面積を求める。→　$\frac{4\times3}{2}=6$ cm^2 ア

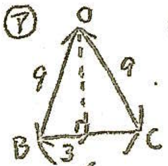
底辺をAB，高さをCPとして面積の式を考えると
$\frac{AB\times CP}{2}$だから　$\frac{5CP}{2}$ cm^2 イ

→ ア＝イより
$\frac{5CP}{2}=6$
$5CP=12$
$CP=\frac{12}{5}$ cm

上の ⬚ と同じように考えると

正四角すいの半分
↓
正四角すいの体積 ＝ 三角すいOABC×2
＝ 面OBC×AとOBCのきょり×$\frac{1}{3}$×2 と考えられる。

㋐



まず△OBCの面積を求めるために
三平方の定理を使って高さを求めると
$3^2+高さ^2=9^2$
$高さ^2=81-9$
$高さ=\sqrt{72}=6\sqrt{2}$

$\triangle OBC=\frac{6\times6\sqrt{2}}{2}$
$=18\sqrt{2}$

㋑ 上の式に求められた体積と面積をあてはめると

$36\sqrt{7}=18\sqrt{2}\times\overset{求めたい}{きょり}\times\frac{1}{3}\times2$

36でわって

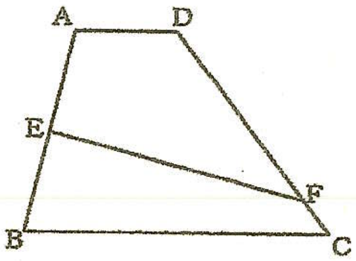
$\sqrt{7}=\sqrt{2}\times きょり\times\frac{1}{3}$
$\frac{3\sqrt{7}}{\sqrt{2}}=きょり$
$\frac{3\sqrt{7}\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=きょり$

$きょり=\frac{3\sqrt{14}}{2}$

よって　$\frac{3\sqrt{14}}{2}$ cm

2β (2) 図で，四角形ＡＢＣＤは，ＡＤ//ＢＣの台形である。Ｅは辺ＡＢの中点，Ｆは辺ＤＣ上の点で，四角形ＡＥＦＤと四角形ＥＢＣＦの周の長さが等しい。

ＡＤ＝２cm，ＢＣ＝６cm，ＤＣ＝５cm，台形ＡＢＣＤの高さが４cmのとき，次の①，②の問いに答えなさい。



① 線分ＤＦの長さは何cmか，求めなさい。

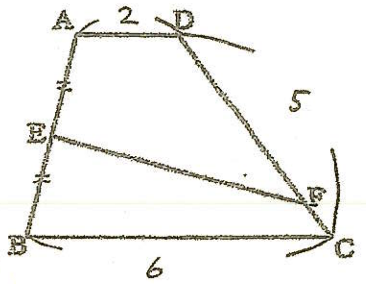
② 四角形ＥＢＣＦの面積は何cm²か，求めなさい。

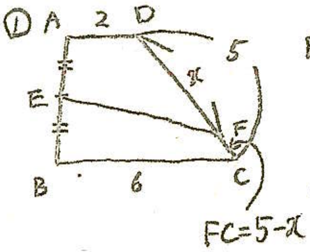
2B (2) 図で，四角形ＡＢＣＤは，ＡＤ//ＢＣの台形である。Ｅは辺ＡＢの中点，Ｆは辺ＤＣ上の点で，四角形ＡＥＦＤと四角形ＥＢＣＦの周の長さが等しい。

ＡＤ＝２cm，ＢＣ＝６cm，ＤＣ＝５cm，台形ＡＢＣＤの高さが４cmのとき，次の①，②の問いに答えなさい。

① 線分ＤＦの長さは何cmか，求めなさい。

② 四角形ＥＢＣＦの面積は何cm²か，求めなさい。



①


DF＝x cmとする

四角形AEFD と 四角形EBCFの周の長さが等しいから

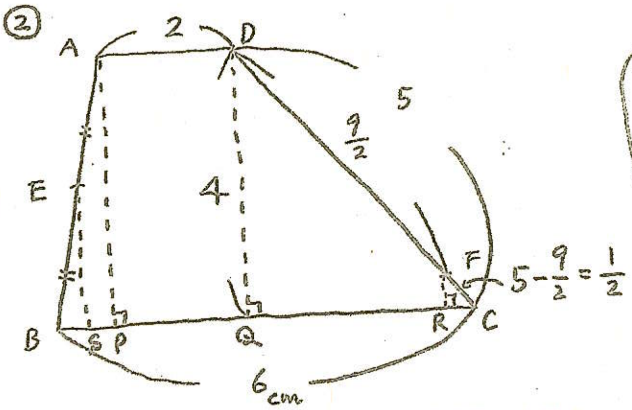
$$AE+2+x+EF = EB+6+5-x+EF$$

Eは中点で
AE＝EBであり
EFは共通だから
両辺から、けして

$$2+x = 11-x$$

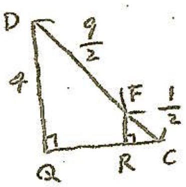
$$2x = 9$$

$$x = \frac{9}{2}$$ よって $\frac{9}{2}$ cm

②


上図のように A,D,F,EからBCに垂線をおろして
AP，DQ，FR，ESとする。

㋐ FRを求めると

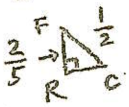


FR//DQより
FR：DQ＝CF：CDだから

$$FR : 4 = \cancel{\frac{1}{2}} : \cancel{\frac{10}{2}}$$
$$1 : 10$$

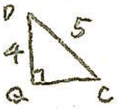
$$10FR = 4$$
$$FR = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

㋑ RCを求めると



$$RC^2+\left(\frac{2}{5}\right)^2=\left(\frac{1}{2}\right)^2$$
$$RC^2 = \frac{1}{4}-\frac{4}{25}$$
$$RC^2 = \frac{9}{100} \leftarrow \frac{25}{100}-\frac{16}{100}$$
$$RC = \frac{3}{10}$$

㋒ QCを求めると

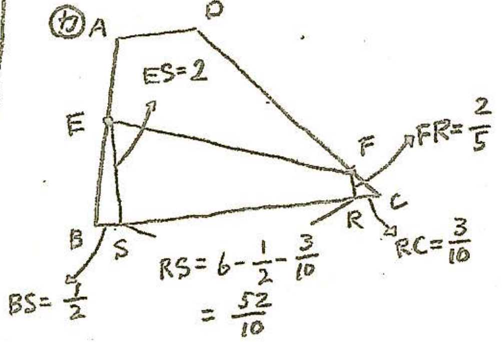


△DQCは 3：4：5の比をもつ
直角三角形だから QC＝3cm

㋓ 左図のように 長方形APQDとなるから
AD ＝ PQ ＝ 2cm

㋔ 直角三角形ABPに目をつけると
ES // APだから 中点連結定理より

$$ES = \frac{1}{2}AP = \frac{1}{2}\times 4 = 2\text{cm}$$
$$BS = \frac{1}{2}BP = \frac{1}{2}\times \underset{\overset{\uparrow}{6-2-3}}{1} = \frac{1}{2}\text{cm}$$

㋕


$$RS = 6-\frac{1}{2}-\frac{3}{10}$$
$$= \frac{52}{10}$$

四角形EBCF
＝△EBS＋台形ESRF＋△FRC

$$= \frac{1}{2}\times 2\times\frac{1}{2}+\left(\frac{2}{5}+2\right)\times\frac{52}{10}\times\frac{1}{2}+\frac{3}{10}\times\frac{2}{5}\times\frac{1}{2}$$
$$= \frac{1}{2}+\frac{12}{5}\times\frac{13}{5}+\frac{3}{50}$$
$$= \frac{25}{50}+\frac{312}{50}+\frac{3}{50} = \frac{340}{50} = \frac{34}{5}$$

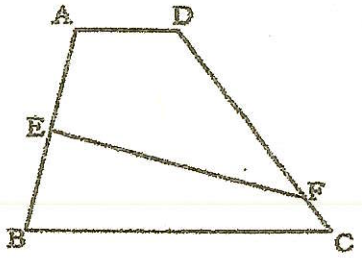
よって $\frac{34}{5}$ cm²

2B (2)　図で，四角形ＡＢＣＤは，ＡＤ//ＢＣの台形である。Ｅは辺ＡＢの中点，Ｆは辺ＤＣ上の点で，四角形ＡＥＦＤと四角形ＥＢＣＦの周の長さが等しい。

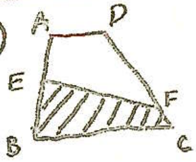
ＡＤ＝２cm，ＢＣ＝６cm，ＤＣ＝５cm，台形ＡＢＣＤの高さが４cmのとき，次の①，②の問いに答えなさい。

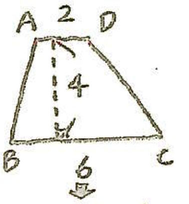
① 線分ＤＦの長さは何cmか，求めなさい。

② 四角形ＥＢＣＦの面積は何cm²か，求めなさい。



別の考え方

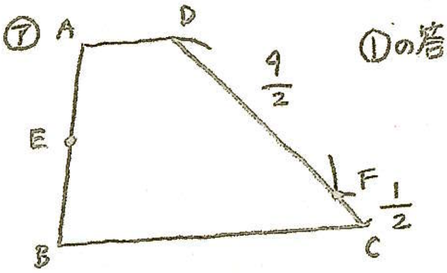
②


=


−


として考える。

$$\frac{(2+6)\times 4}{2}=16\,\mathrm{cm}^2$$

㋐


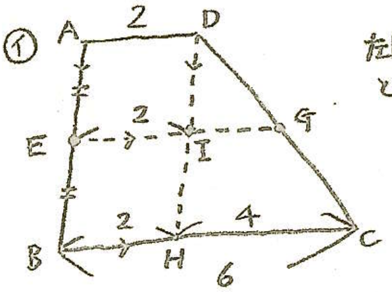
①の答えより $DF=\frac{9}{2}$cm

$FC=5-\frac{9}{2}=\frac{1}{2}$cm

がわかるから

$DF:FC=\frac{9}{2}:\frac{1}{2}$

$=9:1$ となる。

㋑


左図のように EG // BC, AB // DH

となる点、G, H, I をとると

▱ABHD だから AD = BH = 2

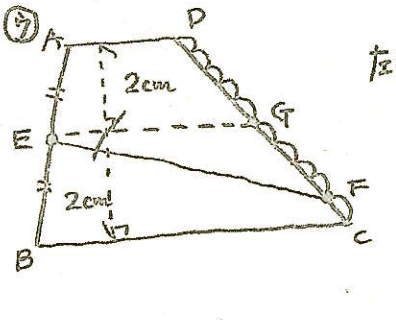
▱AEID　　AD = EI = 2

△DHC で $HC=\underset{6}{BC}-\underset{2}{BH}=4$

中点連結定理より

$IG=\frac{1}{2}HC=\frac{1}{2}\times 4=2$ cm

よって $EG=\underset{2}{EI}+\underset{2}{IG}=4$ cm

㋒


左図のように DF : FC = 9 : 1 ということは

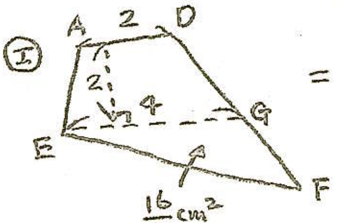
DC は FC の10倍で、G が DC の

中点、だから GF は FC の4倍となる。

△EGF は、底辺 EG = 4cm

高さが $2\mathrm{cm}\times\frac{4}{5}$ と考えられるので

面積は $4\times\frac{8}{5}\times\frac{1}{2}=\frac{16}{5}\mathrm{cm}^2$

㋓


= 台形AEGD + △EGF

$=\frac{(2+6)\times 2}{2}+\frac{16}{5}=8+\frac{16}{5}=\frac{56}{5}$

㋔ よって求めたい四角形EBCF

= 台形ABCD − 四角形AEFD

$=16-\frac{56}{5}$

$=\frac{80}{5}-\frac{56}{5}$

$=\frac{24}{5}$

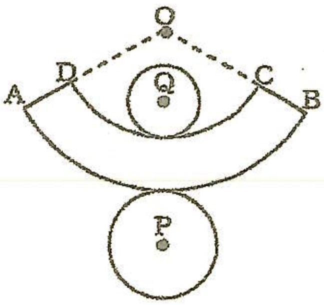
$\frac{24}{5}\mathrm{cm}^2$

2B (3)　図は，ある立体の展開図である。弧ＡＢ，ＤＣはともに点Ｏを中心とする円周の一部で，直線ＤＡ，ＣＢは点Ｏを通っている。また，円Ｐ，Ｑはそれぞれ弧ＡＢ，ＤＣに接している。

ＤＡ＝ＣＢ＝３cm，弧ＡＢ，ＤＣの長さがそれぞれ６πcm，４πcmのとき，次の①，②の問いに答えなさい。

① 円Ｐの面積と円Ｑの面積の和は何cm^2か，求めなさい。

② 展開図を組み立ててできる立体の体積は何cm^3か，求めなさい。

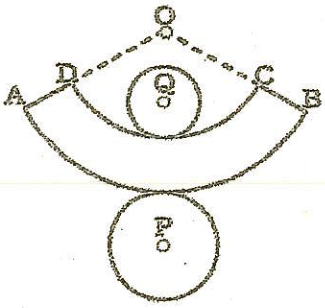


2B (3) 図は，ある立体の展開図である。弧AB，DCはともに点Oを中心とする円周の一部で，直線DA，CBは点Oを通っている。また，円P，Qはそれぞれ弧AB，DCに接している。

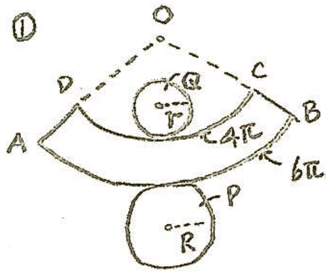
DA＝CB＝3 cm，弧AB，DCの長さがそれぞれ6π cm，4π cmのとき，次の①，②の問いに答えなさい。

① 円Pの面積と円Qの面積の和は何cm²か，求めなさい。

② 展開図を組み立ててできる立体の体積は何cm³か，求めなさい。



①



左図のように円Qの半径をr cm
円Pの半径をR cmとすると

円Qの円周は $2\pi r$ と表され，$\overset{\frown}{DC}$ と等しいから $2\pi r = 4\pi$ より $r = 2$cm

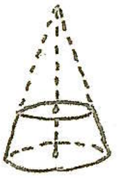
円Pの円周は $2\pi R$ と表され $\overset{\frown}{AB}$ と等しいから $2\pi R = 6\pi$ より $R = 3$cm

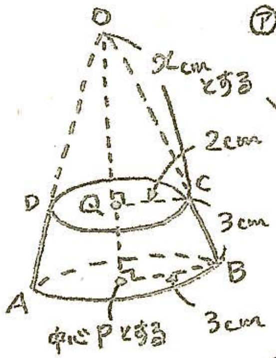
よって円Pと円Qの面積の和は，

$\pi r^2 + \pi R^2 = \pi\times 4 + \pi\times 9 = 13\pi$ $\underline{13\pi\ \mathrm{cm}^2}$

② 展開図を組み立てると下のような立体（円すい台）になる。

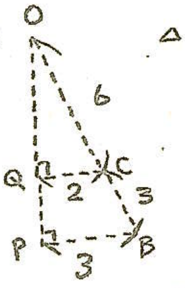
求めたい円すい台は、もとの円すいから、上の小さな円すいをひけばいい。
（底面の半径3cm）（底面の半径2cm）





㋐ 左図の直角三角形OQC，OPBで
QC∥PB だから
OC : OB = 2cm : 3cm
$x : x+3 = 2 : 3$
$3x = 2(x+3)$
$3x = 2x+6$
$x = 6$
OC＝6cmとわかる。

㋑



△OQCで三平方の定理より
$OQ^2 + 2^2 = 6^2$
$OQ^2 = 32$
$OQ = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$
OQ : OP ＝ 2 : 3 だから
$OP = \frac{3}{2}OQ = \frac{3}{2}\times 4\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$

㋒ 求めたい円すい台＝  − 

$= \pi\times 3^2\times 6\sqrt{2}\times\frac{1}{3} - \pi\times 2^2\times 4\sqrt{2}\times\frac{1}{3}$

$= 18\sqrt{2}\pi - \frac{16\sqrt{2}}{3}\pi = \frac{54\sqrt{2}}{3}\pi - \frac{16\sqrt{2}}{3}\pi = \frac{38\sqrt{2}}{3}\pi$ $\underline{\frac{38\sqrt{2}}{3}\pi\ \mathrm{cm}^3}$

別の考え方

 と  の相似比は
3：2だから
体積比は $3^3 : 2^3$
$= 27 : 8$

27−8

ということは  が  の $\frac{19}{27}$ となる。

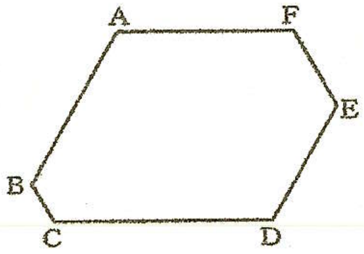
よって  $= \frac{\pi\times 3^2\times 6\sqrt{2}}{3}\times\frac{19}{27}$

$= \frac{\pi\times\cancel{3^2}\times\overset{2}{\cancel{6}}\sqrt{2}}{\cancel{3}}\times\frac{19}{\underset{3}{\cancel{27}}}$

$= \frac{38\sqrt{2}}{3}\pi$
となる。

よって

31 A (2)　図で，六角形ＡＢＣＤＥＦは内角の大きさがすべて等しい。ＡＢ＝ＡＦ＝４cm，ＥＤ＝３cm，ＦＥ＝２cmのとき，次の①，②の問いに答えなさい。



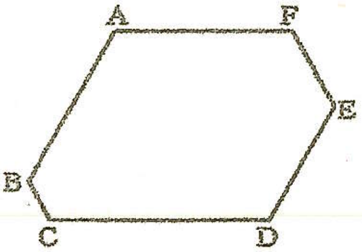
①　辺ＣＤの長さは何cmか，求めなさい。

②　六角形ＡＢＣＤＥＦの面積は何cm^{2}か，求めなさい。

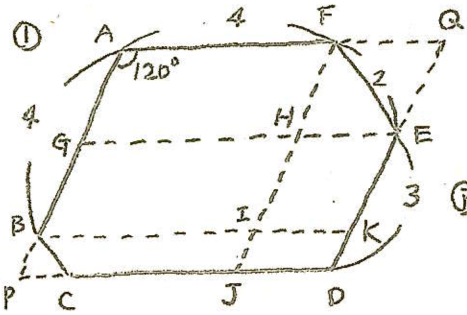
31 A (2)　図で，六角形ＡＢＣＤＥＦは内角の大きさがすべて等しい。
ＡＢ＝ＡＦ＝４cm，ＥＤ＝３cm，ＦＥ＝２cmのとき，次の①，②の問いに答えなさい。

①　辺ＣＤの長さは何cmか，求めなさい。

②　六角形ＡＢＣＤＥＦの面積は何cm²か，求めなさい。



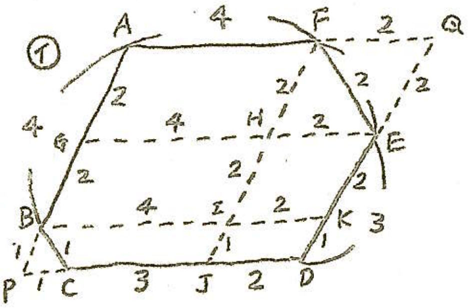
①



左の六角形ABCDEFの内角がすべて等しいということは、1つの外角が360°÷6=60°だから，内角は120°になる。

㋐ 図のように 平行線や 延長線をひくと内角が120°で 錯角・同位角を考えると正三角形や ひし形，平行四辺形がいくつかできる。

㋑

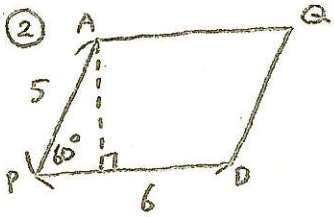


△BPC，△FHE，△FEQは正三角形でいくつかの平行四辺形に目をつけ，辺の長さを考えると、左図のようになる

よって　CD = CJ + JD
　　　　　= 3 + 2
　　　　　= 5

<u>5cm</u>

②



㋐ 左図のように □APDQ の高さをふくむ 直角三角形を考えると、$1:\sqrt{3}:2$ の比をもつ三角形で，

AP=5cm だから

$\underset{5cm}{AP}$：高さ = $2:\sqrt{3}$

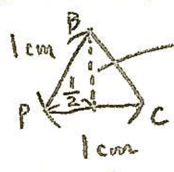
2×高さ = $5\sqrt{3}$

高さ = $\frac{5\sqrt{3}}{2}$ cmとわかる。

㋑ 求めたい六角形 ABCDEF = □APDQ − 正三角形BPC − 正三角形FEQ

$6\times\frac{5\sqrt{3}}{2}$

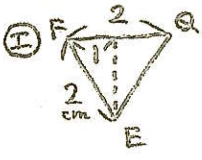
㋒ 正三角形BPCは $1:\sqrt{3}:2$ の比だから



高さは $\frac{1}{2}$cm × $\sqrt{3}$ = $\frac{\sqrt{3}}{2}$cmで

面積 = $1\times\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{3}}{4}$ cm²

㋓



正三角形FEQは △BPCと相似で
相似比が 2:1だから
面積比は 4:1となり、面積は $\frac{\sqrt{3}}{4}\times4=\sqrt{3}$ cm²

㋔ 六角形ABCDEF

= □APDQ − △BPC − △FEQ

$= 15\sqrt{3}-\frac{\sqrt{3}}{4}-\sqrt{3}$

$= \frac{60\sqrt{3}}{4}-\frac{\sqrt{3}}{4}-\frac{4\sqrt{3}}{4}$

$= \frac{55\sqrt{3}}{4}$

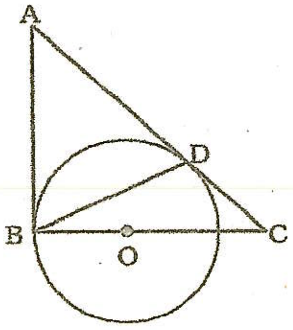
よって $\frac{55\sqrt{3}}{4}$ cm²

31A (3)　図で，円Ｏは中心が△ＡＢＣの辺ＢＣ上にあり，直線ＡＢ，ＡＣとそれぞれ点Ｂ，Ｄで接している。

ＡＢ＝２cm，ＡＣ＝３cmのとき，次の①，②の問いに答えなさい。

①　円Ｏの面積は何cm^2か，求めなさい。

②　△ＤＢＣを辺ＢＣを回転の軸として１回転させてできる立体の体積は，円Ｏを辺ＢＣを回転の軸として１回転させてできる立体の体積の何倍か，求めなさい。

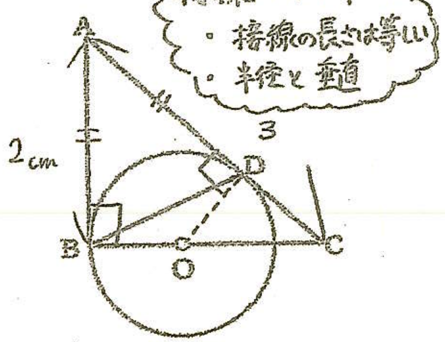


31A (3) 図で，円Oは中心が△ABCの辺BC上にあり，直線AB，ACとそれぞれ点B，Dで接している。

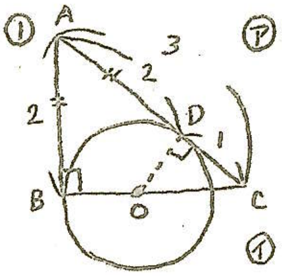
AB＝2cm，AC＝3cmのとき，次の①，②の問いに答えなさい。

① 円Oの面積は何cm²か，求めなさい。

② △DBCを辺BCを回転の軸として1回転させてできる立体の体積は，円Oを辺BCを回転の軸として1回転させてできる立体の体積の何倍か，求めなさい。



接線のポイント
・接線の長さは等しい
・半径と垂直

① 

㋐ 半径ODをひくと

$\angle ABC = \angle ODC = 90°$

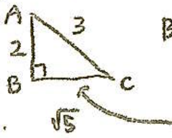
$\angle C$は共通だから

$\triangle ABC \backsim \triangle ODC$

㋑ $AB = AD = 2$だから

$DC = \underset{3}{AC} - \underset{2}{AD} = 1$

㋒ △ABCで三平方の定理より

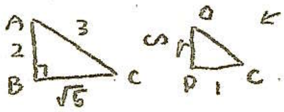


$BC^2 + 2^2 = 3^2$

$BC^2 = 5 \leftarrow 9-4$

$BC = \sqrt{5}$ cm

㋓ △ABC ∽ △ODCより



← ODは半径だから rとする

$2 : r = \sqrt{5} : 1$

$\sqrt{5}r = 2$

$r = \frac{2 \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

㋔ 円の面積は

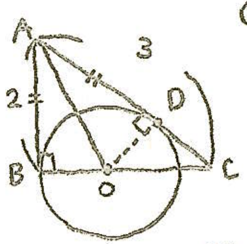
$\pi r^2 = \pi \times \frac{2\sqrt{5}}{5} \times \frac{2\sqrt{5}}{5}$

$= \pi \times \frac{4 \times \cancel{5}}{\cancel{25}\,5}$

$= \frac{4}{5}\pi$

よって $\underline{\frac{4}{5}\pi \text{ cm}^2}$

① 別の考え方

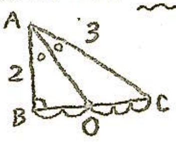


㋐ △ABOと△ADOで

AB=AD, BO=DO, AO=AOだから

合同となり，∠BAO＝∠DAO

↓

㋑ 

角の二等分線だから

AB:AC=BO:CO

＝2:3

㋒ △ABCで三平方の定理より

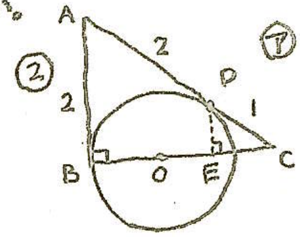
BC＝$\sqrt{5}$ cm とわかるから

半径BO＝$\sqrt{5} \times \frac{2}{5} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

㋓ よって円の面積は

$\pi \times \frac{2\sqrt{5}}{5} \times \frac{2\sqrt{5}}{5} = \pi \times \frac{4 \times \cancel{5}}{\cancel{25}\,5}$

$= \frac{4}{5}\pi$

② 

㋐ 接点DからBCに垂線をひきDEとする。

AB // DEだから

$\underset{1}{CD} : \underset{3}{CA} = DE : \underset{2\text{cm}}{AB}$ より

$3DE = 2$

$DE = \frac{2}{3}$ cm

$BC^2 + 2^2 = 3^2$ より

↓

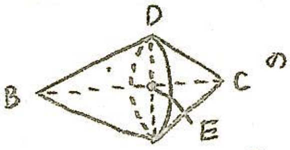
また $\underset{1}{CD} : \underset{2}{DA} = CE : EB$

$EB = 2CE$で，$BC = \sqrt{5}$ cmだったから

$EB = \frac{2}{3}BC = \frac{2\sqrt{5}}{3}$ cm

$EC = \frac{1}{3}BC = \frac{\sqrt{5}}{3}$ cm とわかる。

㋑ △DBCをBCを軸に回転した立体は，



のような立体だから

$\pi \times \overset{DE}{\frac{2}{3}} \times \frac{2}{3} \times \underset{\leftarrow BE}{\frac{2\sqrt{5}}{3}} \times \frac{1}{3} + \pi \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \overset{EC \downarrow}{\frac{\sqrt{5}}{3}} \times \frac{1}{3}$

$= \frac{8\sqrt{5}}{81}\pi + \frac{4\sqrt{5}}{81}\pi = \frac{{}^{4}\cancel{12}\sqrt{5}}{\cancel{81}_{27}}\pi = \frac{4\sqrt{5}}{27}\pi$

㋒ 円OをBCを軸に回転した立体は，

半径 $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ cmの 球だから

①の(エ)で求めた

$\frac{4}{3}\pi \times \frac{2\sqrt{5}}{5} \times \frac{2\sqrt{5}}{5} \times \frac{2\sqrt{5}}{5} = \frac{32\sqrt{5}}{75}\pi$

㋓ $\frac{4\sqrt{5}}{27}\pi \text{ cm}^3$は，$\frac{32\sqrt{5}}{75}\pi \text{ cm}^3$の何倍か

ということだから，（たとえば 6は2の何倍かなら 6÷2＝3倍）

$\frac{4\sqrt{5}\pi}{27} \div \frac{32\sqrt{5}\pi}{75} = \frac{\cancel{4\sqrt{5}\pi} \times \cancel{75}\,25}{\cancel{27}_{9} \times \cancel{32\sqrt{5}\pi}_{8}}$

$= \frac{25}{72}$

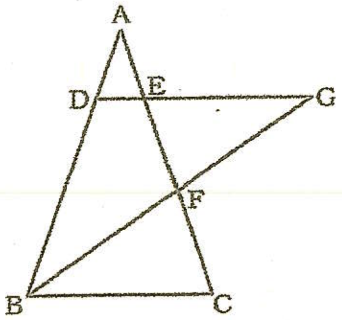
よって $\underline{\frac{25}{72}\text{倍}}$

31B (2)　図で，△ＡＢＣはＡＢ＝ＡＣの二等辺三角形であり，Ｄ，Ｅはそれぞれ辺ＡＢ，ＡＣ上の点で，ＤＥ//ＢＣである。また，Ｆ，Ｇはそれぞれ∠ＡＢＣの二等分線と辺ＡＣ，直線ＤＥとの交点である。

ＡＢ＝12 cm，ＢＣ＝8 cm，ＤＥ＝2 cmのとき，次の①，②の問いに答えなさい。

① 線分ＤＧの長さは何cmか，求めなさい。

② △ＦＢＣの面積は△ＡＤＥの面積の何倍か，求めなさい。

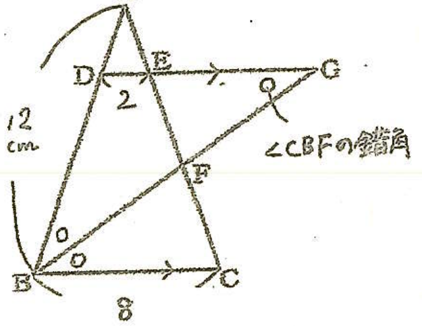


31B (2) 図で，△ＡＢＣはＡＢ＝ＡＣの二等辺三角形であり，Ｄ，Ｅはそれぞれ辺ＡＢ，ＡＣ上の点で，ＤＥ//ＢＣである。また，Ｆ，Ｇはそれぞれ∠ＡＢＣの二等分線と辺ＡＣ，直線ＤＥとの交点である。

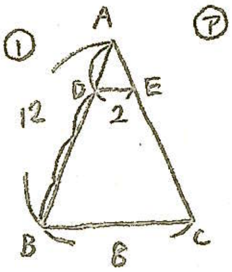
ＡＢ＝12㎝，ＢＣ＝8㎝，ＤＥ＝2㎝のとき，次の①，②の問いに答えなさい。

① 線分ＤＧの長さは何㎝か，求めなさい。

② △ＦＢＣの面積は△ＡＤＥの面積の何倍か，求めなさい。



①



㋐ DE//BCだから

$AD : AB = DE : BC$

$\phantom{AD : AB = {}} \overset{2}{1} : \overset{8}{4} \ \div 2$

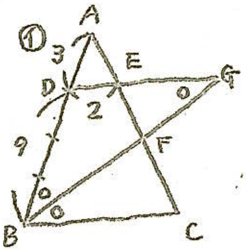
AB = 4ADということは，

左図のように

$AD = \frac{1}{4}AB = \frac{1}{4}\times 12 = 3cm$

$DB = \underset{\uparrow}{12} - 3 = 9_{cm}$ とわかる。

（または $\frac{3}{4}\times 12$）



BGは∠ABCの二等分線で

DG // BCより錯角は等しいから

∠DBG = ∠CBG = ∠DGB

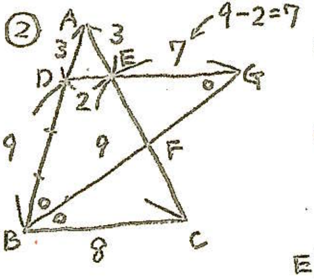
（○EP）

よって△DBGは，底角が等しく

二等辺三角形になる。

DG = DB = 9cm　　<u>9cm</u>

②



㋐ 左図のように

EG = 9 − 2 = 7cm

㋑ △FBC∽△FGEで

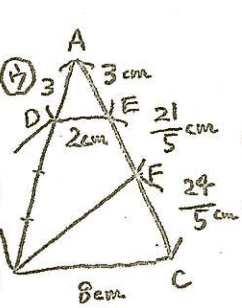
$BC : GE = CF : EF$ だから

$\ \ 8_{cm}\ \ \ 7_{cm}$

$EF = EC\times\frac{7}{15} = 9\times\frac{7}{15} = \frac{21}{5}cm$

$FC = EC\times\frac{8}{15} = 9\times\frac{8}{15} = \frac{24}{5}cm$

とわかる。



AE : EF : FC

$= 3 : \frac{21}{5} : \frac{24}{5}$

$= \frac{15}{5} : \frac{21}{5} : \frac{24}{5}$

$= 15 : 21 : 24 \ \div 3$

$= 5 : 7 : 8$ とわかる。

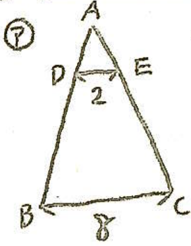
面積を比較するだけだから，ここがポイント！

㋓ 実際の高さでは，ないけれど

△ADEと△FBCの高さの比を5 : 8と考えることができるので

$\triangle ADE = \frac{2cm\times 5}{2} = 5$　$\triangle FBC = \frac{8cm\times 8}{2} = 32$ より，$\underset{32}{\triangle FBC}$は$\underset{5}{\triangle ADE}$の$32\div 5 = \frac{32}{5}$　　<u>$\frac{32}{5}$倍</u>

② 別の考え方



△ADE∽△ABCで

DE : BC = 1 : 4だから

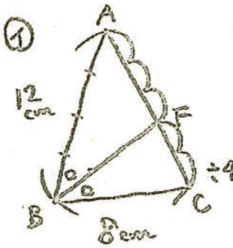
2cm　8cm

相似比 = 1 : 4

そうすると 面積比 = $1^2 : 4^2$

= 1 : 16

ということは，$\triangle ADE = \triangle ABC\times\frac{1}{16}$

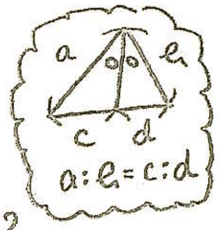


三角形ABCでBFが角の二等分線だから

BA : BC = AF : CF = 3 : 2

$\div 4$ 12　8

$\hookrightarrow$ 3 : 2



㋒ △ABCと△FBCの

面積を比べると，

底辺の比がAC : FCで5 : 2

高さが共通の三角形と考えることができるので

$\triangle FBC = \triangle ABC\times\frac{2}{5}$

㋓ △FBCは△ADEの $\frac{2}{5}\div\frac{1}{16}$ で

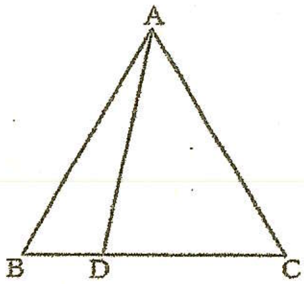
$(\frac{2}{5})$　$(\frac{1}{16})$　$\frac{2}{5}\times\frac{16}{1} = \frac{32}{5}$倍

31B (3)　図で，△ＡＢＣは正三角形であり，Ｄは辺ＢＣ上の点で，ＢＤ：ＤＣ＝１：２である。

ＡＢ＝６cmのとき，次の①，②の問いに答えなさい。

①　線分ＡＤの長さは何cmか，求めなさい。

②　線分ＡＤを折り目として平面ＡＢＤと平面ＡＤＣが垂直となるように折り曲げたとき，点Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄを頂点としてできる立体の体積は何cm^3か，求めなさい。

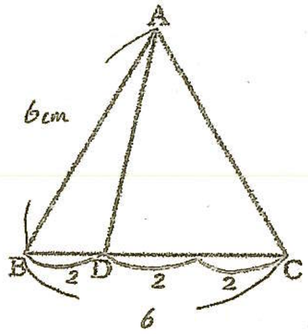


31B (3) 図で，△ABCは正三角形であり，Dは辺BC上の点で，BD：DC＝１：２である。

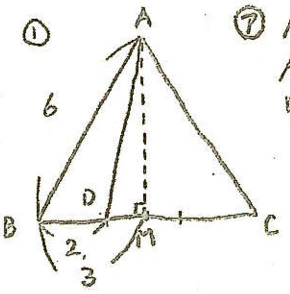
AB＝６cmのとき，次の①，②の問いに答えなさい。

① 線分ADの長さは何cmか，求めなさい。

② 線分ADを折り目として平面ABDと平面ADCが垂直となるように折り曲げたとき，点A，B，C，Dを頂点としてできる立体の体積は何cm³か，求めなさい。



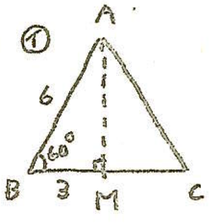
①



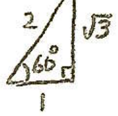
㋐ AからBCに垂線をひき、AMとすると、MはBCの中点になる。

DM＝3−2＝1 cm

㋑



△ABMは60°の角をもつ直角三角形だから

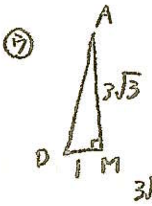


1:√3:2の比を考えると

AM＝BM×√3 だから

AM＝3√3 cm とわかる。

㋒



△ADMで
三平方の定理より

$1^2+(3\sqrt{3})^2=AD^2$

$1+27=AD^2$

$3\sqrt{3}\times3\sqrt{3}=9\times3$

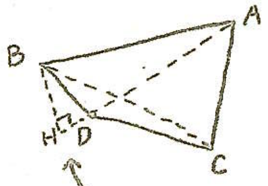
$28=AD^2$

$AD=\sqrt{28}=2\sqrt{7}$

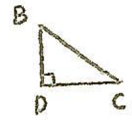
$\begin{array}{r|l}2&28\\2&14\\&7\end{array}$

よって $2\sqrt{7}$ cm

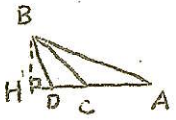
② △ADCを底面とすると



㋐ 水平なところにおき、△BDCの方から見ると

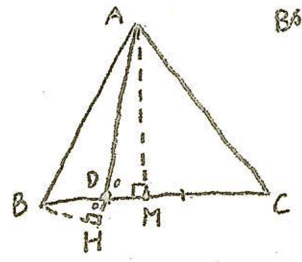


と見えるけれど、△BDCはななめ前に傾むいている。



A, C, D が見える方から見ると左のように見える。このときBから垂線をおろしてBHとすると、BHが三角すいBDCAの高さとなる。

㋑ ㋐のBHを、もとの△ABCと同じ平面に表すと、下図のようにADの延長線上へBから垂線をひきBHとすればいい。



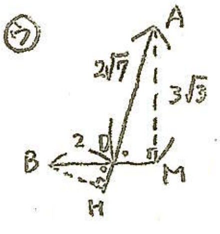
このとき∠BDH＝∠ADM（○印）

∠BHD＝∠AMD＝90°

だから

△BHD∽△AMDとなる。

㋒



相似な三角形で比例式をつくると

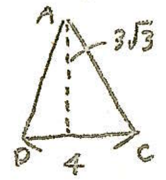
AD：BD＝AM：BH
2√7　2　3√3

$2\sqrt{7}\,BH=6\sqrt{3}$

$BH=\dfrac{\overset{3}{\cancel{6}}\sqrt{3}\times\sqrt{7}}{\cancel{2}\sqrt{7}\times\sqrt{7}}$

$=\dfrac{3\sqrt{21}}{7}$

㋓ 四角すいBDCAの底面ADCの面積は



$\dfrac{4\times3\sqrt{3}}{2}=6\sqrt{3}$ cm²

㋔ 四角すいBDCAの体積は

$\triangle ADC\times BH\times\dfrac{1}{3}$

$=6\sqrt{3}\times\dfrac{\cancel{3}\underbrace{\sqrt{21}}}{7}\times\dfrac{1}{\cancel{3}}$

$=\dfrac{6\sqrt{3}\times\overbrace{\sqrt{3}\times\sqrt{7}}^{\sqrt{21}}}{7}$

$=\dfrac{6\times3\sqrt{7}}{7}$

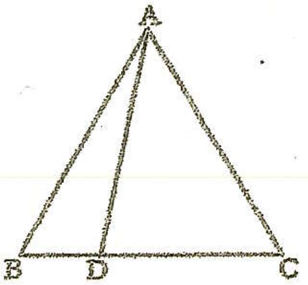
$=\dfrac{18\sqrt{7}}{7}$　よって $\dfrac{18\sqrt{7}}{7}$ cm³

31B (3) 図で，△ABCは正三角形であり，Dは辺BC上の点で，BD：DC＝1：2である。

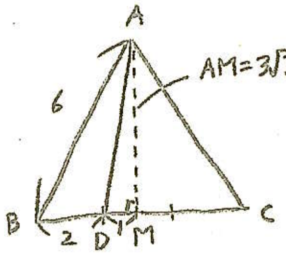
AB＝6cmのとき，次の①，②の問いに答えなさい。

① 線分ADの長さは何cmか，求めなさい。

② 線分ADを折り目として平面ABDと平面ADCが垂直となるように折り曲げたとき，点A，B，C，Dを頂点としてできる立体の体積は何cm³か，求めなさい。



①



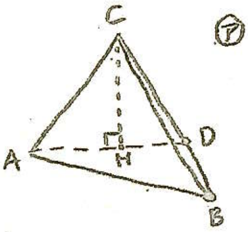
AM=$3\sqrt{3}$ cm

AD = $2\sqrt{7}$ cm

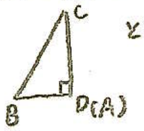
とわかった。

別の考え方

② △ABDを底面とすると

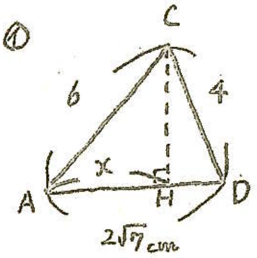


㋐ 水平なところにおき△CDBの方から見ると



となり、△CADのCからADに垂線をおろしたCHが四角すいCABDの高さとなる。

㋑



教科書の章末問題にある考え方

△CAHで $CH^2+AH^2=CA^2$

$\boxed{CH^2} = CA^2-AH^2$

△CDHで $CH^2+HD^2=CD^2$

$\boxed{CH^2} = CD^2-HD^2$

よって $CA^2-AH^2=CD^2-HD^2$

上図で AH= x cmとすると HD = $2\sqrt{7}-x$ (cm) と表せるから

$$6^2-x^2=4^2-(2\sqrt{7}-x)^2$$

$$36-x^2=16-(28-4\sqrt{7}x+x^2)$$

$$36-\cancel{x^2}=16-28+4\sqrt{7}x-\cancel{x^2}$$

$$36+12=4\sqrt{7}x$$

$$4\sqrt{7}x=48$$

$$x=\frac{\overset{12}{\cancel{48}}\times\sqrt{7}}{\cancel{4}\sqrt{7}\times\sqrt{7}}$$

$$=\frac{12\sqrt{7}}{7}\text{ cm}$$

㋒ △CAHでCHを求めると

$$\left(\frac{12\sqrt{7}}{7}\right)^2+CH^2=6^2$$

$$CH^2=36-\frac{144\times\cancel{7}}{\cancel{49}\,7}$$

$$\left(\frac{12\sqrt{7}}{7}\times\frac{12\sqrt{7}}{7}=\frac{144\times7}{49}\right)$$

$$CH^2=\frac{252}{7}-\frac{144}{7}$$

$$=\frac{108}{7}$$

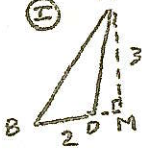
$$CH=\sqrt{\frac{108}{7}}$$

2)108
2)54
3)27
3)9
3

$$=\frac{\sqrt{108}}{\sqrt{7}}=\frac{6\sqrt{3}\times\sqrt{7}}{\sqrt{7}\times\sqrt{7}}$$

$$=\frac{6\sqrt{21}}{7}\text{ cm}$$

㋓



$$=\frac{2\times3\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}$$

㋔ 四角すいCABD

$$=\triangle ABD\times CH\times\frac{1}{3}$$

$$=\cancel{3}\sqrt{3}\times\frac{6\sqrt{21}}{7}\times\frac{1}{\cancel{3}}$$

$$=\frac{6\sqrt{3}\times\sqrt{3}\times\sqrt{7}}{7}$$

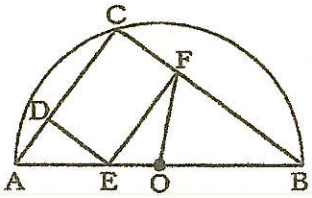
$$=\frac{6\times3\sqrt{7}}{7}=\frac{18\sqrt{7}}{7}\text{ cm}^3$$

30A　(2)　図で，ＣはＡＢを直径とする半円Ｏの周上の点，Ｄ，Ｅ，Ｆはそれぞれ線分ＣＡ，ＡＢ，ＣＢ上の点で，四角形ＣＤＥＦは長方形である。

ＣＡ＝６cm，ＣＢ＝８cm，ＣＤ：ＤＥ＝３：２のとき，次の①，②の問いに答えなさい。

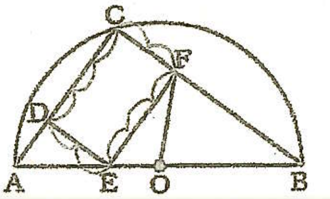
① 線分ＦＥの長さは何cmか，求めなさい。

② △ＦＥＯの面積は△ＡＢＣの面積の何倍か，求めなさい。



30A　(2)　図で，ＣはＡＢを直径とする半円Ｏの周上の点，Ｄ，Ｅ，ＦはそれぞれＣＡ，ＡＢ，ＣＢ上の点で，四角形ＣＤＥＦは長方形である。

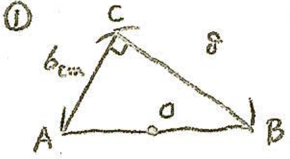
ＣＡ＝６cm，ＣＢ＝８cm，ＣＤ：ＤＥ＝３：２のとき，次の①，②の問いに答えなさい。



①　線分ＦＥの長さは何cmか，求めなさい。

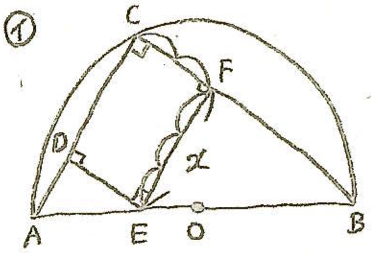
②　△ＦＥＯの面積は△ＡＢＣの面積の何倍か，求めなさい。

①



㋐ △CABは CA : CB = 3 : 4
6cm　8cm
となり、3 : 4 : 5の辺の比をもつ
直角三角形だから、$AB = 5 \times 2 = 10$cm
（$AB^2 = 6^2 + 8^2$からも $AB = 10$となる）とわかる。

㋑

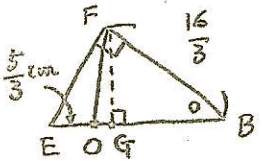


左図で90°の角と∠Aや∠Bが共通であることを考えると、
△ABC ∽ △EBF ∽ △AED
となる。

㋒ FE = $x$cmとすると
長方形CDEFで EF : CF = 3 : 2より $CF = EF \times \frac{2}{3} = \frac{2}{3}x$
△EBFで3 : 4 : 5の比だから $FB = EF \times \frac{4}{3} = \frac{4}{3}x$

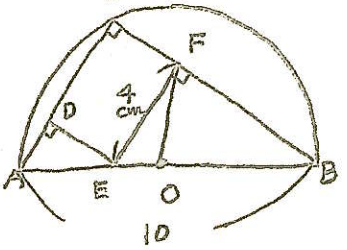
㋓ CB = 8cmだから
CF + FB = 8より $\frac{2}{3}x + \frac{4}{3}x = 8$
$\frac{2\cancel{\,6\,}}{\cancel{3}}x = 8$
$2x = 8$
$x = 4$
よって FE = 4cm

②で △FEOの別の考え方



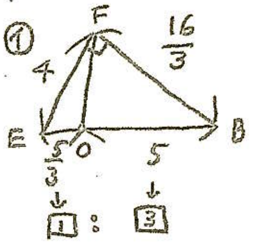
FからEBに垂線をひきFGとすると
△EBF ∽ △FBGとなり
△FBGも 3 : 4 : 5の比があるから
$FG = FB \times \frac{3}{5} = \frac{16}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{16}{5}$cm
よって△FEOは、底辺EO = $\frac{5}{3}$cm
高さEG = $\frac{16}{5}$cmで
面積 = $\frac{5}{3} \times \frac{16}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{8}{3}\text{cm}^2$

②



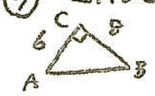
㋐ AB = 10cmでOは中心だからOB = 5cm
△EBFで FE = 4cmになったから
$FB = \frac{4}{3} \times 4 = \frac{16}{3}$cm
また △EBFで 3 : 4 : 5の比より
$EB = FE \times \frac{5}{3} = 4 \times \frac{5}{3} = \frac{20}{3}$cm
よって $EO = \frac{20}{3} - 5 = \frac{5}{3}$cm

㋑



$EO : OB = \frac{5}{3} : 5 = \frac{5}{3} : \frac{15}{3} = \overset{1}{\cancel{5}} : \overset{3}{\cancel{15}}$より
△EOF = △EBF × $\frac{1}{4}$（底辺の比が1 : 4）
$= 4 \times \frac{16}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{8}{3}\text{cm}^2$

㋒ $\triangle ABC = \frac{6 \times 8}{2} = 24\text{cm}^2$ だから



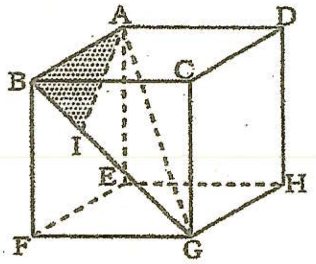
△FEOは△ABCの何倍かというと
△FEO ÷ △ABC
$= \frac{8}{3} \div 24$
$= \frac{\cancel{8}}{3} \times \frac{1}{\cancel{24}_{3}}$
$= \frac{1}{9}$　よって $\frac{1}{9}$倍

30A (3) 図で，立体ＡＢＣＤＥＦＧＨは立方体である。Ｉは線分ＢＧ上の点で，ＢＩ：ＩＧ＝１：２である。

ＡＢ＝３cmのとき，次の①，②の問いに答えなさい。

① 線分ＡＩの長さは何cmか，求めなさい。

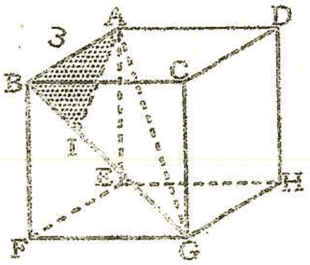
② △ＡＢＩを，直線ＡＧを回転の軸として１回転させてできる立体の体積は何cm^{3}か，求めなさい。



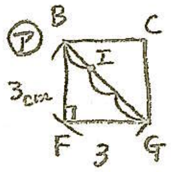
30A (3) 図で，立体ＡＢＣＤＥＦＧＨは立方体である。Ｉは線分ＢＧ上の点で，ＢＩ：ＩＧ＝１：２である。
ＡＢ＝３cmのとき，次の①，②の問いに答えなさい。

① 線分ＡＩの長さは何cmか，求めなさい。

② △ＡＢＩを，直線ＡＧを回転の軸として１回転させてできる立体の体積は何cm³か，求めなさい。



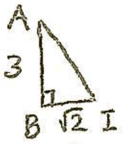
① ㋐



1辺3cmの正方形の対角線BG
を求めると、△BFGは直角二等辺三角形
で、1:1:$\sqrt{2}$の比を考えると、
$BG = FG \times \sqrt{2} = 3\sqrt{2}$ cmとなる。

BI：IG＝1:2より
$BI = BG \times \frac{1}{3} = 3\sqrt{2} \times \frac{1}{3} = \sqrt{2}$cm
とわかる。

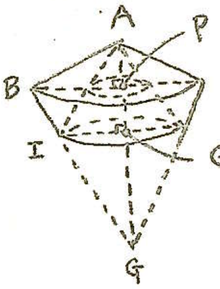
㋑ △ABIは∠ABI＝90°だから



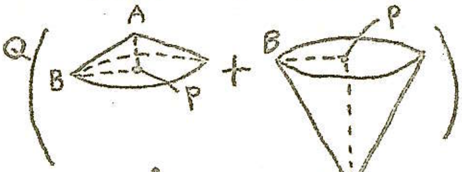
$3^2 + \sqrt{2}^2 = AI^2$
$9 + 2 = AI^2$
$AI^2 = 11$
$AI = \sqrt{11}$

よって $\underline{\sqrt{11}\text{ cm}}$

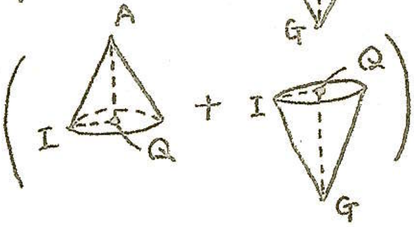
② 求めたい立体は下のような回転体となる。



この体積を求めるには、円すいの
体積を4つ考えなければならない。

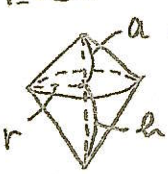


から



をひけばいい。

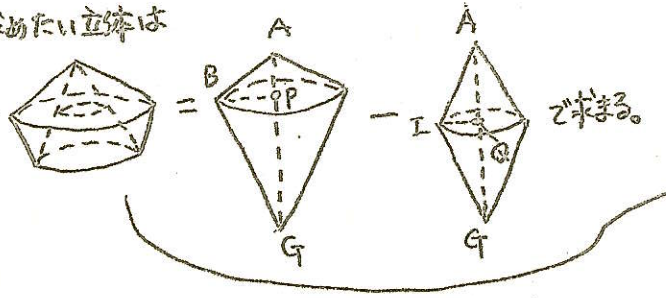
たとえば



左のような円すいを2つ重ねた立体の体積は、

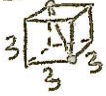
$$\frac{\pi r^2 a}{3} + \frac{\pi r^2 b}{3} = \frac{\pi r^2 (a+b)}{3}$$

だから
求めたい立体は



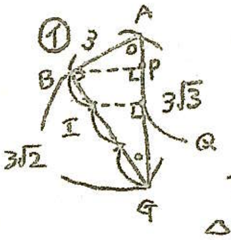
で求まる。

㋐ AGは、立方体の対角線だから



$AG^2 = 3^2 + 3^2 + 3^2 = 27$
$AG = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$ cm

㋑



△ABGで、B, Iから
AGに垂線をひくと
BP, IQとなる。

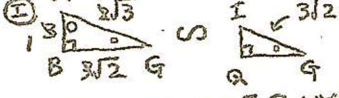
すると
△ABP∽△AGB
(90°と○印)
△GIQ∽△GAB
(90°と○印)となる。

㋒

より

3でわって 1:$\sqrt{2}$:$\sqrt{3}$の比になる。
$\sqrt{3} : 3 = \sqrt{2} : PB$ だから
$\sqrt{3}PB = 3\sqrt{2}$
$\underset{\sim\sim}{PB} = \frac{3\sqrt{2} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{6}}{3} = \underset{\sim\sim}{\sqrt{6}}$

㋓



$3\sqrt{2} \times \frac{2}{3} = 2\sqrt{2}$
より

$\sqrt{3} : 2\sqrt{2} = 1 : IQ$ だから
$\sqrt{3}IQ = 2\sqrt{2}$
$\underset{\sim\sim}{IQ} = \frac{2\sqrt{2} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \underset{\sim\sim}{\frac{2\sqrt{6}}{3}}$

㋔

$$= \pi \times \overset{BP^2}{\sqrt{6}^2} \times \overset{AG}{3\sqrt{3}} \times \frac{1}{3} - \pi \times \underbrace{\frac{2\sqrt{6}}{3} \times \frac{2\sqrt{6}}{3}}_{IQ^2} \times \underset{AG}{3\sqrt{3}} \times \frac{1}{3}$$

$$= \pi \times 6\sqrt{3} - \pi \times \frac{4 \times \overset{2}{\cancel{6}} \times \sqrt{3}}{\underset{3}{\cancel{9}}}$$

$$= \frac{18\sqrt{3}}{3}\pi - \frac{8\sqrt{3}}{3}\pi = \frac{10\sqrt{3}}{3}\pi$$

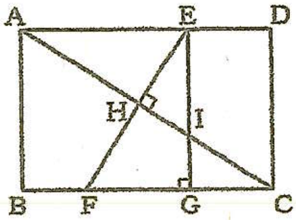
よって $\underline{\frac{10\sqrt{3}}{3}\pi\text{cm}^3}$

30B (2) 図で，四角形ＡＢＣＤは長方形，Ｅは辺ＡＤ上の点，Ｆ，Ｇはともに辺ＢＣ上の点で，ＥＦ⊥ＡＣ，ＥＧ⊥ＢＣである。また，Ｈ，Ｉはそれぞれ線分ＡＣとＥＦ，ＥＧとの交点である。

ＡＢ＝４cm，ＡＤ＝６cm，ＡＥ＝４cmのとき，次の①，②の問いに答えなさい。

① 線分ＦＧの長さは何cmか，求めなさい。

② 四角形ＨＦＧＩの面積は長方形ＡＢＣＤの面積の何倍か，求めなさい。

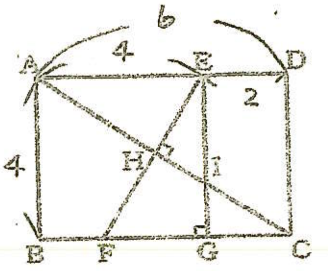


30B　(2)　図で，四角形ＡＢＣＤは長方形，Ｅは辺ＡＤ上の点，Ｆ，Ｇはともに辺ＢＣ上の点で，ＥＦ⊥ＡＣ，ＥＧ⊥ＢＣである。また，Ｈ，Ｉはそれぞれ線分ＡＣとＥＦ，ＥＧとの交点である。

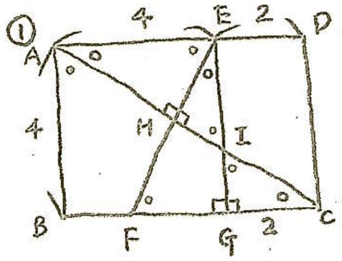
ＡＢ＝４cm，ＡＤ＝６cm，ＡＥ＝４cmのとき，次の①，②の問いに答えなさい。

①　線分ＦＧの長さは何cmか，求めなさい。

②　四角形ＨＦＧＩの面積は長方形ＡＢＣＤの面積の何倍か，求めなさい。

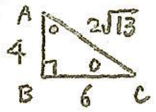


①

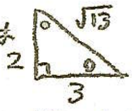


㋐ 対頂角や錯角、内角の和が180°などを考えると、左図のように○印や●印が等しくなり、相似な直角三角形が、たくさんできる。

㋑ ΔABCは

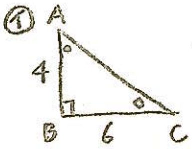


だから、辺の比は



すべて 2：3：$\sqrt{13}$ となる の相似な三角形が

㋑



ΔABCで三平方の定理より

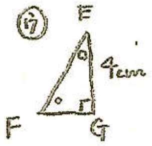
$AC^2 = 4^2 + 6^2 = 52$

$\quad\;\; 16 \quad 36$

$AC = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$ とわかる。

$\begin{array}{r|l} 2 & 52 \\ \hline 2 & 26 \\ \hline & 13 \end{array}$

㋒



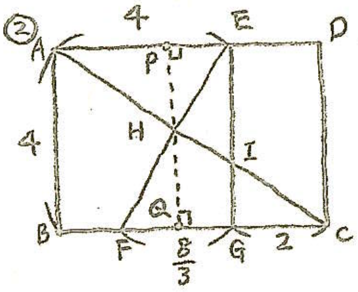
ΔFGEで

FG：2＝4：3より

3FG＝8

$FG = \frac{8}{3}$　　$\underline{\frac{8}{3}\text{cm}}$

②



㋐

左図のようにHを通りAB // PQ となるBCとの垂線PQをひくと

ΔHFC ∽ ΔHEAで

$HQ : HP = FC : EA$

$= \frac{8}{3} + 2 : 4$

$= \frac{14}{3} : 4$

$= 14 : 12$

$= 7 : 6$ となるから

$HQ = PQ \times \frac{7}{13}$

$= 4 \times \frac{7}{13} = \frac{28}{13}$ cm

㋑ $\triangle HFC = FC \times HQ \times \frac{1}{2} = \frac{14}{3} \times \frac{28}{13} \times \frac{1}{2} = \frac{196}{39}\text{cm}^2$

ΔIGCで

IG：2＝2：3より

3IG＝4

$IG = \frac{4}{3}$ cm だから

$\triangle IGC = GC \times IG \times \frac{1}{2}$

$= 2 \times \frac{4}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{4}{3}\text{cm}^2$

㋒ 四角形HFGI＝ΔHFC－ΔIGC

$= \frac{196}{39} - \frac{4}{3} = \frac{196}{39} - \frac{52}{39} = \frac{\overset{48}{\cancel{144}}}{\underset{13}{\cancel{39}}} = \frac{48}{13}$

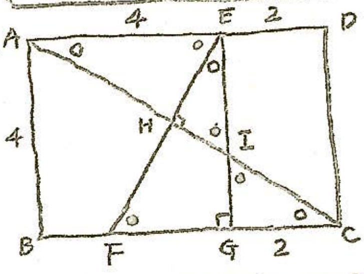
㋓ 四角形HFGIは長方形ABCDの何倍か

というと

$\frac{48}{13} \div 24 = \frac{\overset{2}{\cancel{48}}}{13} \times \frac{1}{\cancel{24}} = \frac{2}{13}$

$\underline{\frac{2}{13}\text{倍}}$

四角形HFGIの面積の 別の考え方



ΔAEIとΔEGFは○印と90°の角があり AE＝EG＝4cm だから合同になる。

ΔAEH＝ΔAEI－ΔEHI

四角形HFGI＝ΔEGF－ΔEHIだから

四角形HFGI＝ΔAEHとわかる。

$\triangle AEH = AE \times \underset{\sim\sim}{PH} \times \frac{1}{2}$

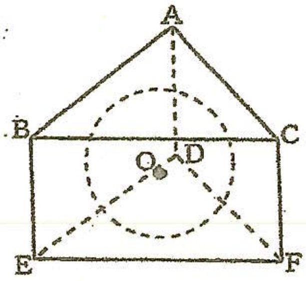
$= 4 \times \underset{\sim\sim\sim}{4 \times \frac{6}{13}} \times \frac{1}{2} = \underset{\sim\sim}{\frac{48}{13}}\text{cm}^2$

30B (3) 図で，Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄ，Ｅ，Ｆを頂点とする立体は底面の△ＡＢＣ，△ＤＥＦが正三角形の正三角柱である。また，球Ｏは正三角柱ＡＢＣＤＥＦにちょうどはいっている。

球Ｏの半径が２cmのとき，次の①，②の問いに答えなさい。

① 球Ｏの表面積は何cm^2か，求めなさい。

② 正三角柱ＡＢＣＤＥＦの体積は何cm^3か，求めなさい。

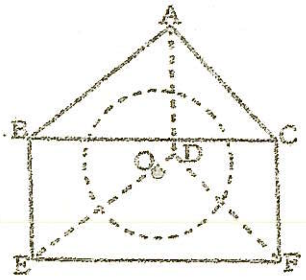


30B (3) 図で，A，B，C，D，E，Fを頂点とする立体は底面の△ABC，△DEFが正三角形の正三角柱である。また，球Oは正三角柱ABCDEFにちょうどはいっている。

球Oの半径が2cmのとき，次の①，②の問いに答えなさい。

① 球Oの表面積は何cm²か，求めなさい。

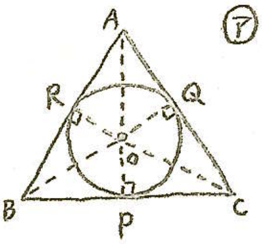
② 正三角柱ABCDEFの体積は何cm³か，求めなさい。



① 球の表面積の公式は $4\pi r^2$ だから

$4\pi\times2^2=16\pi$ よって $\underline{16\pi\ \text{cm}^2}$

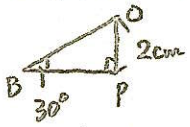
② ま上から見ると



㋐ 左図のように 正三角形ABCの内側に接する円のように見える。球の半径は、円の半径と等しいから OP=OQ=OR=2cm

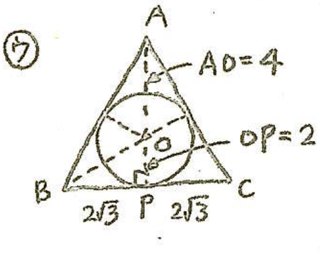
㋑ ∠ABC=60°で、BDは∠ABCの二等分線になるから

△BPOは 1:√3:2の比がある三角形である。



$BP=\underset{2}{OP}\times\sqrt{3}=2\sqrt{3}$ cm

$OB=OP\times2=4$ cm とわかる。



㋒ 左図のように △ABCは

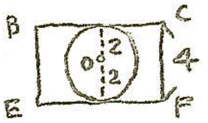
底辺 $BC=4\sqrt{3}$ cm

高さ $AP=6$ cm だから

$\triangle ABC=\dfrac{4\sqrt{3}\times6}{2}=12\sqrt{3}$ cm²

㊁ 三角柱ABCDEFの体積

= 底面積(△ABC)×高さBE で



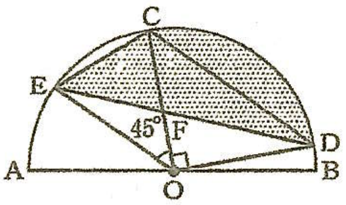
正面から見ると、長方形BEFCの中に円がちょうど入っているように見えるので BE=4cm

よって 体積 $=12\sqrt{3}\times4=48\sqrt{3}$

$\underline{48\sqrt{3}\ \text{cm}^3}$

29A (2)　図で，Ｃ，ＤはＡＢを直径とする半円Ｏの周上の点で，∠ＣＯＤ＝90°である。また，Ｅは弧ＣＡ上の点で，∠ＣＯＥ＝45°であり，Ｆは線分ＣＯとＥＤとの交点である。

ＡＢ＝6 cmのとき，次の①，②の問いに答えなさい。



① 線分ＣＦの長さは線分ＯＦの長さの何倍か，求めなさい。

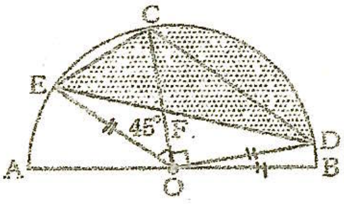
② 線分ＣＥ，ＥＤと弧ＣＤで囲まれた ▨ 部分の面積は何cm^{2}か，求めなさい。

29A(2) 図で，C，DはABを直径とする半円Oの周上の点で，∠COD＝90° である。また，Eは弧CA上の点で，∠COE＝45° であり，Fは線分COとEDとの交点である。

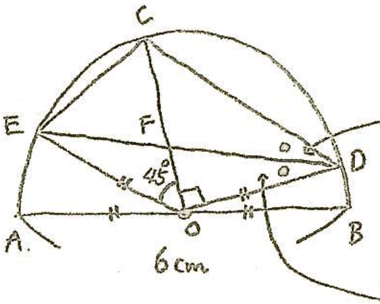
AB＝6cmのとき，次の①，②の問いに答えなさい。

① 線分CFの長さは線分OFの長さの何倍か，求めなさい。

② 線分CE，EDと弧CDで囲まれた ▨ 部分の面積は何cm²か，求めなさい。



①



㋐ 中心角と円周角の関係より

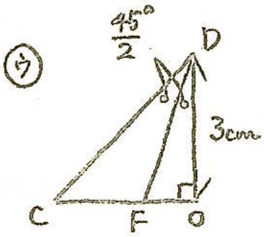
$\angle CDE = \angle COE \times \frac{1}{2}$

$= \frac{45°}{2}$

㋑ △OEDは、OE＝ODの二等辺三角形で、頂角EOD＝135°

だから 底角ODE＝$\frac{180°-135°}{2} = \frac{45°}{2}$

㋒



DFは∠CDOの二等分線だから

DC：DO＝CF：OF

$\angle CDO = \frac{45}{2} \times 2 = 45°$

ODは円Oの半径だから $\frac{6}{2} = 3$cm

㋓ △DCOは直角二等辺三角形で、1:1:√2の比があるので、

DC＝OD×√2＝3√2cm

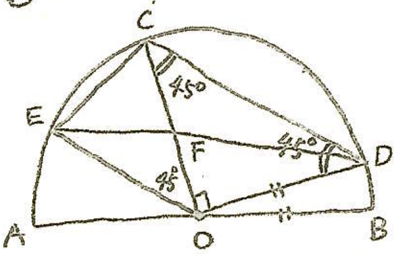
よって DC：DO＝CF：OFより

$\cancel{3}\sqrt{2} : \cancel{3} = CF : OF$

CF：OF＝√2：1だから

CFはOFの √2倍

②



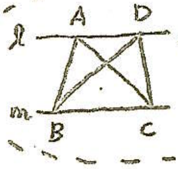
㋐ ∠EOC＝∠OCD＝45°だから

錯角が等しいので EO//CDである。

平行線と面積の関係から

△CED＝△COD

(底辺CDが共通で高さが同じ)



ℓ//mのとき

△ABC

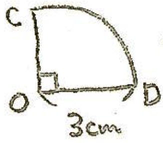
＝

△DBC

㋑ 求めたい部分の面積は、

△CED＋

だから、△COD＋



となる。

㋒

の面積は、

$\pi \times 3^2 \times \frac{\cancel{90}^{1}}{\cancel{360}_{4}}$

$= \frac{9}{4}\pi$

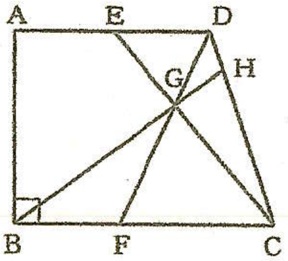
よって $\frac{9}{4}\pi$ cm²

29A (3)　図で，四角形ＡＢＣＤはＡＤ//ＢＣ，∠ＡＢＣ＝90°の台形である。Ｅは辺ＡＤの中点であり，Ｆは辺ＢＣ上の点で，ＢＦ：ＦＣ＝２：３である。また，Ｇは線分ＤＦとＥＣとの交点であり，Ｈは辺ＤＣと直線ＢＧとの交点である。

ＡＢ＝ＡＤ＝６cm，ＢＣ＝８cmのとき，次の①，②の問いに答えなさい。

① 線分ＥＣの長さは何cmか，求めなさい。

② △ＧＢＦの面積は△ＤＧＨの面積の何倍か，求めなさい。

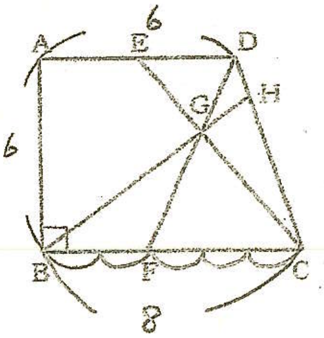


29A (3)　図で，四角形ＡＢＣＤはＡＤ//ＢＣ，∠ＡＢＣ＝90°の台形である。Ｅは辺ＡＤの中点であり，Ｆは辺ＢＣ上の点で，ＢＦ：ＦＣ＝２：３である。また，Ｇは線分ＤＦとＥＣとの交点であり，Ｈは辺ＤＣと直線ＢＧとの交点である。

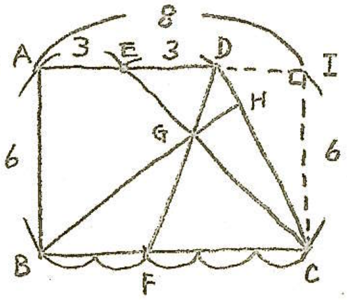
ＡＢ＝ＡＤ＝６cm，ＢＣ＝８cmのとき，次の①，②の問いに答えなさい。

① 線分ＥＣの長さは何cmか，求めなさい。

② △ＧＢＦの面積は△ＤＧＨの面積の何倍か，求めなさい。

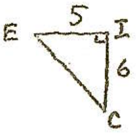


①



㋐ 長方形ABCIとなる点Iをとると，△ECIは直角三角形になる。

㋑ IE= 8−3=5cmだから
三平方の定理より

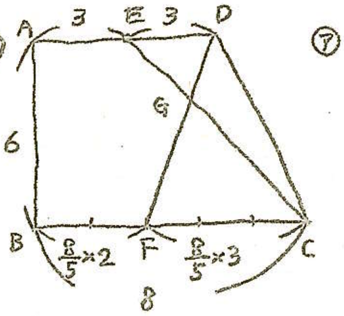


$EC^2=\underset{25}{5^2}+\underset{36}{6^2}=61$

$EC=\sqrt{61}$

よって $\underline{\sqrt{61}\ cm}$

②



㋐ BF:FC=2:3，BC=8cmだから

$FC=\frac{8}{5}\times3=\frac{24}{5}$ cmになる。

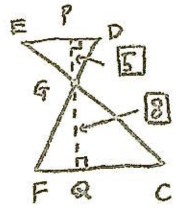
△GFC∽△GDEで

相似比は FC:DE を考えると

$\frac{24}{5}:3=\frac{24}{5}:\frac{15}{5}=\underset{8}{\cancel{24}}:\underset{5}{\cancel{15}}$

となり 8:5とわかる。

㋑

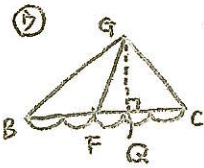


Gを通り AB//PQとなるPQをひくと

PQ=6cmで GQ:GP=8:5より

$GQ=6\times\frac{8}{13}=\frac{48}{13}$ cm

㋒



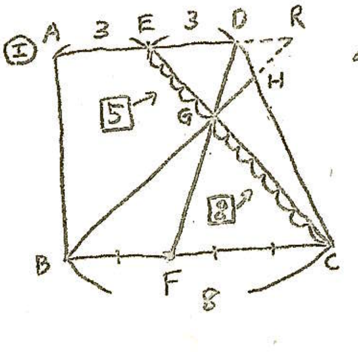
△GBCの面積は $BC\times GQ\times\frac{1}{2}$ だから

$\triangle GBC=8\times\frac{48}{13}\times\frac{1}{2}=\frac{192}{13}$

$\underline{\triangle GBF}=\triangle GBC\times\frac{2}{5}=\frac{192}{13}\times\frac{2}{5}=\underline{\frac{384}{65}}\ cm^2$

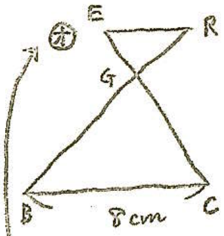
（BF:FC=2:3より
BFはBCの $\frac{2}{5}$ 倍）

㋓



△DGHの面積は，DH:HCの比と
△DGCの面積がわかれば，求まる。
そこで，BHとADの延長線の交点を
Rとする。
△GBC∽△GREとなり
相似比はGC:GEで，
これは，上の㋐で考えた8:5に等しい。
（△GFC∽△GDEでGF:GD=GC:GEだから）

㋔

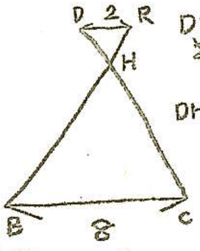


△GBC∽△GREで

$\underset{8cm}{BC}:RE=\underset{8}{GC}:\underset{5}{GE}$ より

RE= 5cmとわかる。

㋕ RE=5cm，ED=3cmより
DR=2cmだから

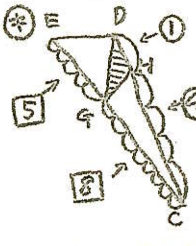


$\underset{1}{\cancel{DR}}:\underset{4}{\cancel{CB}}=DH:CH$ より

$\underset{\scriptstyle 1}{\cancel{2}}$ $\underset{\scriptstyle 4}{\cancel{8}}$

DH:HC=1:4とわかる。

㋖



△ECDは，
底辺3cm
高さ6cmだから

$\triangle ECD=\frac{3\times6}{2}=9\ cm^2$

$\triangle DGH=\triangle DGC\times\underline{\frac{1}{5}}$ （DH:HC=1:4より）

↓

$=\triangle DEC\times\frac{8}{13}\times\frac{1}{5}$ （EG:GC=5:8より）

$=9\times\frac{8}{13}\times\frac{1}{5}=\underline{\frac{72}{65}}\ cm^2$

㋗よって △GBF÷△DGHより

$\frac{384}{65}\div\frac{72}{65}=\frac{\overset{96}{\cancel{384}}}{\cancel{65}}\times\frac{\cancel{65}}{\underset{18}{\cancel{72}}}=\frac{\overset{16}{\cancel{96}}}{\underset{3}{\cancel{18}}}$

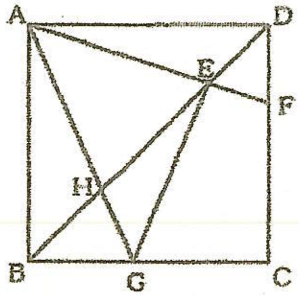
$\underline{\frac{16}{3}}$ 倍

29B (2)　図で，四角形ＡＢＣＤは正方形である。Ｅは，線分ＤＢ上の点で，ＤＥ：ＥＢ＝１：３であり，Ｆは直線ＡＥと辺ＤＣとの交点である。また，Ｇは辺ＢＣ上にあり，線分ＡＧとＧＥの長さの和が最小となる点で，Ｈは線分ＡＧとＥＢとの交点である。

ＡＢ＝８cm のとき，次の①，②の問いに答えなさい。

① △ＡＢＥの面積は△ＤＥＦの面積の何倍か，求めなさい。

② △ＡＨＥの面積は何cm^{2}か，求めなさい。

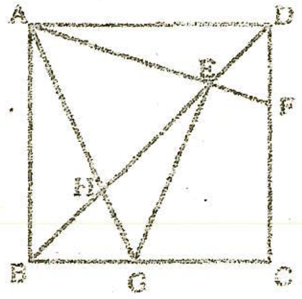


29B (2)　図で，四角形ＡＢＣＤは正方形である。Ｅは，線分ＤＢ上の点で，ＤＥ：ＥＢ＝１：３であり，Ｆは直線ＡＥと辺ＤＣとの交点である。また，Ｇは辺ＢＣ上にあり，線分ＡＧとＧＥの長さの和が最小となる点で，Ｈは線分ＡＧとＥＢとの交点である。

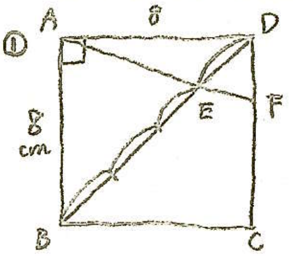
ＡＢ＝８cm のとき，次の①，②の問いに答えなさい。

① △ＡＢＥの面積は△ＤＥＦの面積の何倍か，求めなさい。

② △ＡＨＥの面積は何cm²か，求めなさい。



①



AB//DCより

△ABE∽△FDEで

相似比は BE：ED＝3：1

よって 面積比は，$3^2:1^2=9:1$

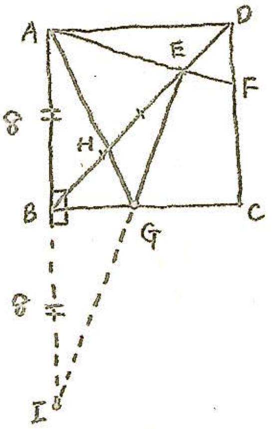
△ABEは△DEFの 9倍

②㋐ AG＋GEが最小

“折れまがった線分の和が最小”

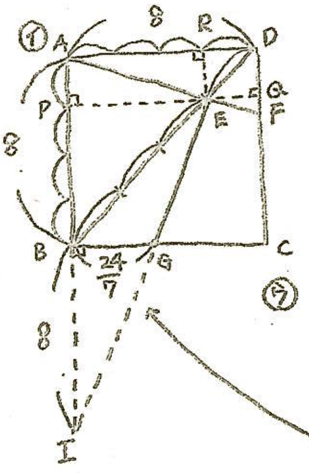
⇓

ある2点間の線分が一直線になること



左図のようにABの延長線上にAB＝BIとなる点Iをとり，EIが一直線のとき EG＋GIは最短(最小)となる。△ABGと△IBGは合同だから，IG＝AGとなり，EG＋AGも最小となる。

㋑



左図のようにEを通ってABやADに平行な線分PQ，ERをひくと

DE：EB＝1：3だから，

$PE = \underset{8cm}{PQ} \times \frac{3}{4} = 6cm$

$PB = AB \times \frac{3}{4} = 6cm$ となる。

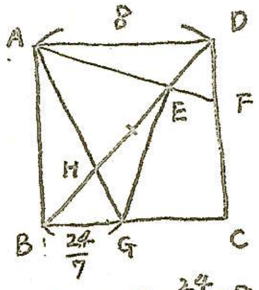
㋒ PE//BGより △IPEで

$BG : \underset{6cm}{PE} = \underset{\overset{\cancel{8cm}}{4}}{IB} : \underset{\overset{\cancel{14cm}}{7}}{IP}$

7BG＝24

$BG = \frac{24}{7}$ cmとわかる。

㋓



BH：DHを考えると

△HBG∽△HDA

だから

BH：DH＝BG：DA

$BH:DH=\frac{24}{7}:8$

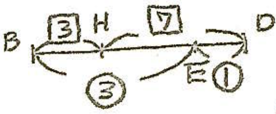
$=\underset{3}{\cancel{24}}:\underset{1}{\cancel{8}}\times 7$

BH：DH＝3：7

㋔ BE：DE＝3：1だったので

線分BDでBH：HE：EDを考えると

“連比”の求め方

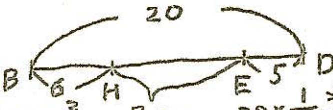


大切!!

BDを一方は3：7に分けるから 10等分

またBDを一方は3：1に分けるから 4等分

最大ポイント ➡ 10と4の最小公倍数の20をBDの長さと，仮に考えて



まず BHは $20\times\frac{3}{10}$

次に EDは $20\times\frac{1}{4}$

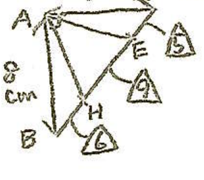
最後に

HE＝20－(6＋5)

HE＝9と考える!!

⇓

6：9：5とわかる!!



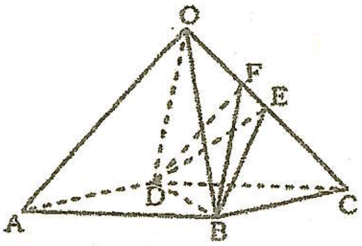
㋕ $\triangle AHE = \triangle ABD \times \frac{9}{20}$（底辺が 9：20だから）

$= \frac{\overset{4}{\cancel{8}} \times \overset{2}{\cancel{8}}}{\cancel{2}} \times \frac{9}{\underset{5}{\cancel{20}}}$

$= \frac{72}{5}$　よって $\frac{72}{5}$cm²

29B (3)　図で，立体ＯＡＢＣＤは，正方形ＡＢＣＤを底面とする正四角すいである。Ｅは辺ＯＣの中点，Ｆは辺ＯＣ上の点で，ＯＦ：ＦＣ＝１：２である。

正四角すいＯＡＢＣＤのすべての辺の長さが６cmのとき，次の①，②の問いに答えなさい。

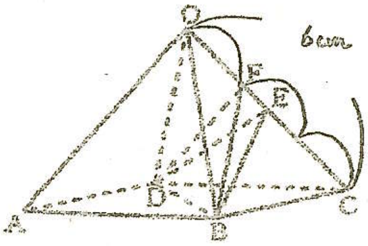


① 線分ＦＢの長さは何cmか，求めなさい。

② Ｂ，Ｄ，Ｅ，Ｆを頂点とする三角すいの体積は何cm^{3}か，求めなさい。

29B (3)　図で，立体ＯＡＢＣＤは，正方形ＡＢＣＤを底面とする正四角すいである。Ｅは辺ＯＣの中点，Ｆは辺ＯＣ上の点で，ＯＦ：ＦＣ＝１：２である。

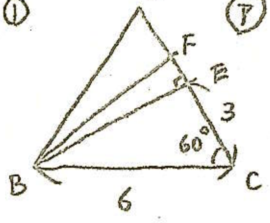
正四角すいＯＡＢＣＤのすべての辺の長さが６cmのとき，次の①，②の問いに答えなさい。



① 線分ＦＢの長さは何cmか，求めなさい。

② Ｂ，Ｄ，Ｅ，Ｆを頂点とする三角すいの体積は何cm³か，求めなさい。

①



㋐ 正三角形OBCでBEはOCの垂直二等分線だから

△BECは $1:\sqrt{3}:2$ の比を
$\underset{EC}{}\ \underset{EB}{}\ \underset{BC}{}$ EC EB BC

もつ三角形。

$BE = \underset{3cm}{EC} \times \sqrt{3} = 3\sqrt{3}$ cm

㋑ OF : FC = 1 : 2 より

$OF = \underset{6cm}{OC} \times \frac{1}{3} = 2$cmで

$FE = \underset{3}{OE} - \underset{2}{OF} = 1$cm

よって 直角三角形BEFで
三平方の定理より

$BF^2 = BE^2 + EF^2$

$= 3\sqrt{3} \times 3\sqrt{3} + 1^2$

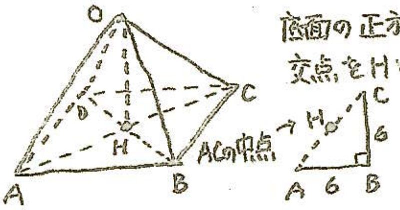
$= 27 + 1 = 28$

$BF = \sqrt{28}$

$= 2\sqrt{7}$

$\underline{2\sqrt{7}\text{cm}}$

㋐
② 正四角すいの高さを求める。



底面の正方形の対角線の交点をHとすると，△ABCは

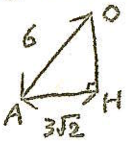
$1:1:\sqrt{2}$ の比

だから

$AC = 6\sqrt{2}$ cm

$AH = 3\sqrt{2}$ cm

㋑ △OAHで



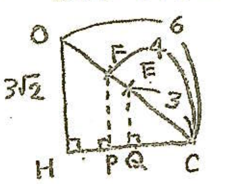
三平方の定理より

$OH^2 + (3\sqrt{2})^2 = 6^2$　　$3\sqrt{2} \times 3\sqrt{2}$

$OH^2 = 36 - 18$ ← $\overset{\shortparallel}{9 \times 2}$

$OH = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ cm

㋒ 直角三角形OHCでF,EからHCに垂線FP，EQをひく。CO=6cm，



CE=3cm，CF=4cm

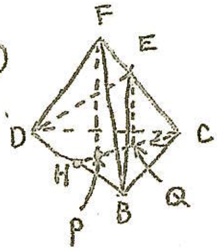
だから，

$EQ = OH \times \frac{3}{6} = 3\sqrt{2} \times \frac{3}{6} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$ cm

$FP = OH \times \frac{4}{6} = 3\sqrt{2} \times \frac{2}{3} = 2\sqrt{2}$cm

とわかる。

㋓

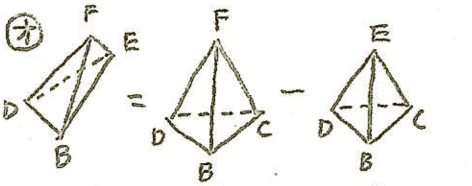


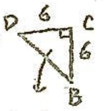
FPは四面体FDBCの高さ$(2\sqrt{2})$

EQは四面体EDBCの高さ$\left(\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)$
であり，

2つの四面体の底面は，
2つとも 直角二等辺三角形である
△DBCになる。

㋔





$\left(\frac{6 \times 6}{2} = 18\text{cm}^2 \right)$

だから

$= 18 \times 2\sqrt{2} \times \frac{1}{3} - 18 \times \frac{3\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{3}$

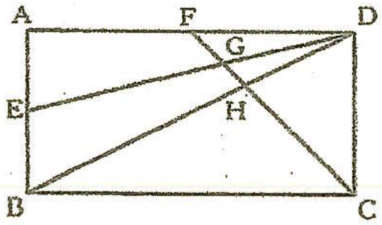
$= 12\sqrt{2} - 9\sqrt{2}$

$= 3\sqrt{2}$

よって $\underline{3\sqrt{2}\ \text{cm}^3}$

28B (2)　図で，四角形ＡＢＣＤは長方形で，Ｅ，Ｆはそれぞれ辺ＡＢ，ＡＤの中点である。また，Ｇ，Ｈはそれぞれ線分ＦＣとＤＥ，ＤＢとの交点である。

ＡＢ＝２㎝，ＡＤ＝４㎝のとき，次の①，②の問いに答えなさい。

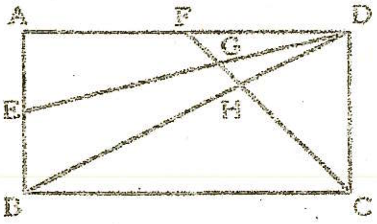


① 線分ＦＨの長さは何㎝か，求めなさい。

② △ＤＧＨの面積は四角形ＡＢＣＤの面積の何倍か，求めなさい。

28B (2)　図で，四角形ＡＢＣＤは長方形で，Ｅ，Ｆはそれぞれ辺ＡＢ，ＡＤの中点である。また，Ｇ，Ｈはそれぞれ線分ＦＣとＤＥ，ＤＢとの交点である。

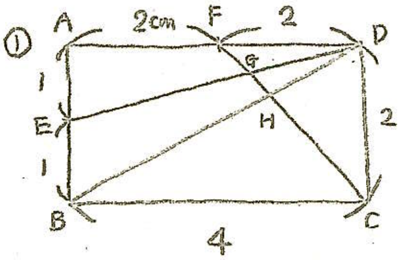
ＡＢ＝２ cm，ＡＤ＝４ cmのとき，次の①，②の問いに答えなさい。



① 線分ＦＨの長さは何cmか，求めなさい。

② △ＤＧＨの面積は四角形ＡＢＣＤの面積の何倍か，求めなさい。

①



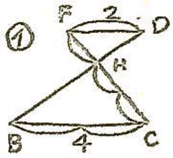
求めたい

FHは、FCの一部でFCと

FH：HCがわかれば、求まる。

㋐ △FDCは、直角二等辺三角形だから、1：1：$\sqrt{2}$の比があるので、$FC=\underset{2cm}{DC}\times\sqrt{2}=2\sqrt{2}$cm

㋑



△HFD∽△HCB より

FH：CH＝FD：CB

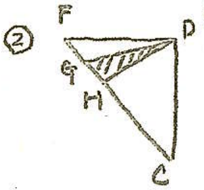
＝2：4

＝1：2

㋒ よって $FH=FC\times\frac{1}{3}=2\sqrt{2}\times\frac{1}{3}$

$=\frac{2\sqrt{2}}{3}$　$\frac{2\sqrt{2}}{3}$cm

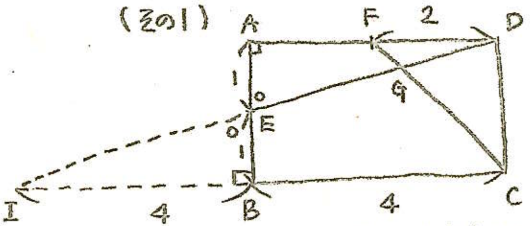
②



㋐ △DGHの面積は、FG：GH：HCが（連比）わかれば、△FDCの面積から求まる。

㋑ FG：GCを求める方法が2つある。

（その1）

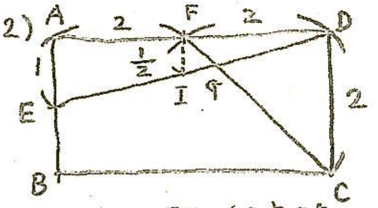


上図のようにDE，CBを延長させた交点をIとすると、△EAD≡△EBIとなり、IB＝4cmとなる。

△GFD∽△GCI より

$FG:CG=\underset{2cm}{FD}:\underset{8cm}{CI}=1:4$

（その2）



上図のようにDC//FIとなる点IをDE上にとると、$\underset{2}{DF}:\underset{4}{DA}=FI:\underset{1}{AE}$より

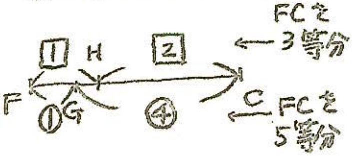
$FI=\frac{1}{2}$とわかる。

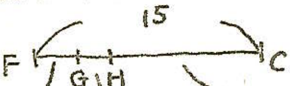
△GFI∽△GCD より

$FG:CG=FI:CD=\frac{1}{2}:2=1:4$

㋒ ①の㋑より FH：CH＝1：2

②の㋑より FG：CG＝1：4だから



3等分と5等分なので、3と5の最小公倍数の15を、仮のFCの長さと考えて

まず $FG=FC\times\frac{1}{5}$

$=15\times\frac{1}{5}$

$=3$

次に $HC=FC\times\frac{2}{3}$

$=15\times\frac{2}{3}$

$=10$

最後に

$GH=FC-(FG+HC)$

$=15-(3+10)$

$=2$

よって

3：2：10 とわかる。

㋓ $\triangle DGH=\triangle FDC\times\frac{2}{15}=\frac{2\times2}{2}\times\frac{2}{15}=\frac{4}{15}cm^2$

長方形ABCD＝2×4＝8cm² だから

△DGH÷長方形ABCD $\frac{4}{15}\div8=\frac{4}{15}\times\frac{1}{8}=\frac{1}{30}$

$\frac{1}{30}$倍