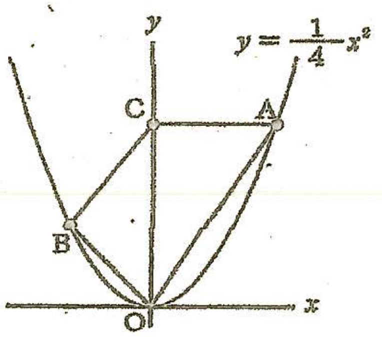
公立入試　関数問題（平成29年度入試から、設問は1つのみに変わりました。
それ以前は、①②とわかれ、2問ありました。）

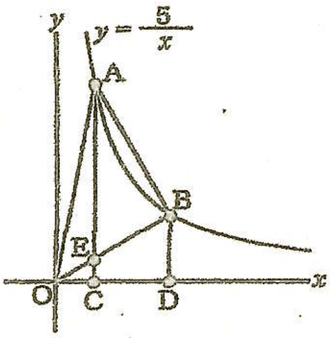
3A (1)　図で，Oは原点，A，Bは関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフ上の点で，点Aの x 座標は正，y 座標は9，点Bの x 座標は－4である。また，Cは y 軸上の点で，直線CAは x 軸と平行である。

点Cを通り，四角形CBOAの面積を二等分する直線の式を求めなさい。



3B (1)　図で，Oは原点，A，Bは関数 $y=\frac{5}{x}$ のグラフ上の点で，点A，Bの x 座標はそれぞれ1，3であり，C，Dは x 軸上の点で，直線AC，BDはいずれも y 軸と平行である。また，Eは線分ACとBOとの交点である。

四角形ECDBの面積は△AOBの面積の何倍か，求めなさい。



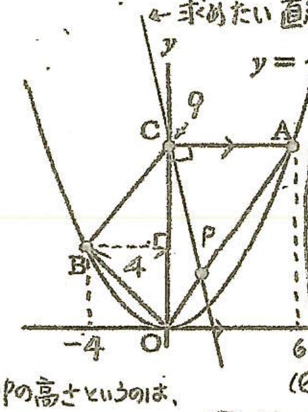
公立入試　関数問題（平成29年度入試から、設問は1つのみに変わりました。それ以前は、①②とわかれ、2問ありました。）

座標も文字で表すことは、なれていないと、考えにくい

3A (1) 図で，Oは原点，A，Bは関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフ上の点で，点Aの x 座標は正，y 座標は9，点Bの x 座標は -4 である。また，Cは y 軸上の点で，直線CAは x 軸と平行である。

点Cを通り，四角形CBOAの面積を二等分する直線の式を求めなさい。

ア→イ→ウ→…
考える順



別解
OA($y=\frac{3}{2}x$)上の点Pを$(m, \frac{3}{2}m)$とすると
$\triangle CAP=\frac{45}{2}$より
$6\times(9-\frac{3}{2}m)\times\frac{1}{2}=\frac{45}{2}$
ここから $m=1$ がわかる。

ア 右図のように求めたい直線とAOとの交点をPとする。

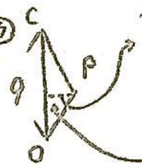
イ 点Aのx座標を求めると
Aは、$y=\frac{1}{4}x^2$のグラフ上で
$y=9$だから代入し
$\frac{1}{4}x^2=9$
$x^2=36$
$x>0$より $x=6$

ウ 四角形CBOAの面積
$=\triangle CBO+\triangle ACO$
$=9\times4\times\frac{1}{2}+9\times6\times\frac{1}{2}$
CD=9　Bのx座標が-4だから　Aのx座標が6だから
$=18+27=45$

エ 求めたい直線で四角形CBOAが二等分されるから、
四角形CBOP$=\frac{45}{2}$になる。

オ 四角形CBOP
$=\triangle CBO+\triangle COP$で
$\triangle CBO=18$（ウより）だから
$18+\triangle COP=\frac{45}{2}$
$\triangle COP=\frac{45}{2}-\frac{36}{2}=\frac{9}{2}$

カ



$9\times$高さ$\times\frac{1}{2}=\frac{9}{2}$より
高さ=1とわかる。

キ $\triangle COP$の高さというのは、点Pのx座標だから
P(1, □)とする。

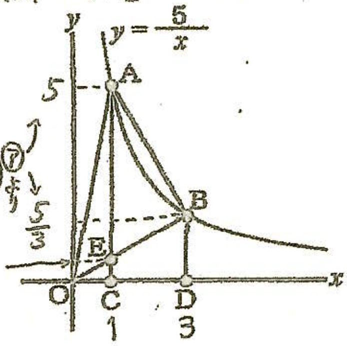
ク 点PはOA上の点で
直線OAの式は、$y=ax$に
A(6, 9)を代入し
$9=6a$より
$a=\frac{9}{6}=\frac{3}{2}$
OAの式が$y=\frac{3}{2}x$とわかったので、
P(1, □)を代入すると
□$=\frac{3}{2}$　点Pが$(1, \frac{3}{2})$とわかる。

ケ 求めたい直線の式を
$y=ax+9$とすると
切片
$P(1, \frac{3}{2})$を通るので
$\frac{3}{2}=a+9$
$a=\frac{3}{2}-\frac{18}{2}=-\frac{15}{2}$

よって $y=-\frac{15}{2}x+9$

3B (1) 図で，Oは原点，A，Bは関数 $y=\frac{5}{x}$ のグラフ上の点で，点A，Bの x 座標はそれぞれ1，3であり，C，Dは x 軸上の点で，直線AC，BDはいずれも y 軸と平行である。また，Eは線分ACとBOとの交点である。

四角形ECDBの面積は△AOBの面積の何倍か，求めなさい。



（計算で求まる）アより $\frac{5}{3}$

ウより $\frac{5}{9}$

ア A, Bのy座標は、$y=\frac{5}{x}$に
$x=1$を代入し $y=\frac{5}{1}=5$
$x=3$を代入し $y=\frac{5}{3}$
だから A(1, 5), $B(3, \frac{5}{3})$とわかる。

イ 直線OBの式を求めると
$y=ax$として$(3, \frac{5}{3})$を代入し
$\frac{5}{3}=3a$　$a=\frac{5}{9}$
よって $y=\frac{5}{9}x$

ウ Eの座標を求めると
$y=\frac{5}{9}x$のグラフ上で、$x=1$だから
$y=\frac{5}{9}$ よって $E(1, \frac{5}{9})$

エ 四角形ECDBは台形で
上底 CE$=\frac{5}{9}$（ウより）, 下底 DB$=\frac{5}{3}$（アより）
高さCD=2

面積$=(\frac{5}{9}+\frac{5}{3})\times2\times\frac{1}{2}$
$=\frac{5}{9}+\frac{15}{9}$
$=\frac{20}{9}$

オ △AOBの面積
$=\triangle AOE+\triangle AEB$ $=\frac{40}{9}\times1\times\frac{1}{2}+\frac{40}{9}\times2\times\frac{1}{2}$
底辺AE 高さOC=1　底辺AE 高さCD=2
$=\frac{20}{9}+\frac{40}{9}$
$=\frac{60}{9}$

AE = AC − EC
$=5-\frac{5}{9}$
$=\frac{45}{9}-\frac{5}{9}$
$=\frac{40}{9}$

カ 四角形ECDBは$\frac{20}{9}$
△AOBは$\frac{60}{9}$だから
$\frac{20}{9}\div\frac{60}{9}$
$=\frac{20}{9}\times\frac{9}{60}$
$=\frac{1}{3}$

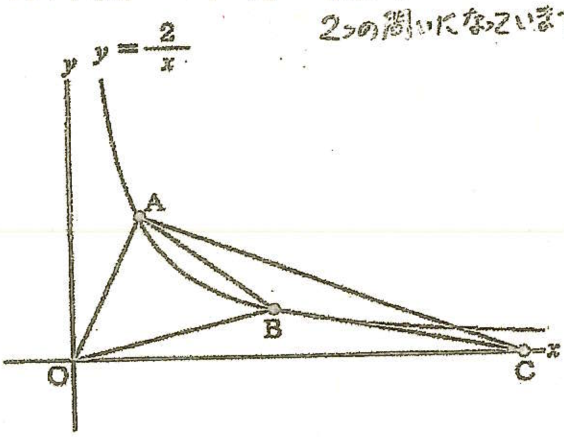
よって $\frac{1}{3}$倍

公立入試　関数問題（平成29年度以降は大きな問題の2番目の中に出題されています。）

※ 平成29年度用入試から、形式が変わり、問題は1問です。28年度までは①②と2つの問いになっています。

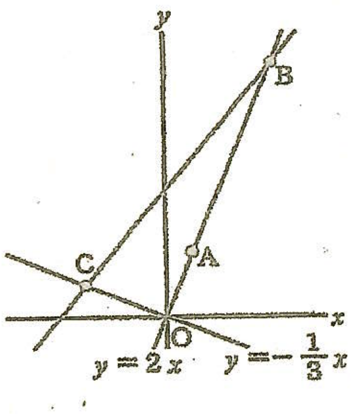
2A　(3)　図で，Oは原点，A，Bは関数 $y=\frac{2}{x}$ のグラフ上の点で，x 座標はそれぞれ1，3である。また，Cは x 軸上の点で，x 座標は正である。

△AOBの面積と△ABCの面積が等しいとき，点Cの座標を求めなさい。



2B　(3)　図で，Oは原点，A，Bはともに直線 $y=2x$ 上の点，Cは直線 $y=-\frac{1}{3}x$ 上の点であり，点A，B，Cの x 座標はそれぞれ1，4，-3 である。

このとき，点Aを通り，△OBCの面積を二等分する直線と直線BCとの交点の座標を求めなさい。



平成29年度以降は

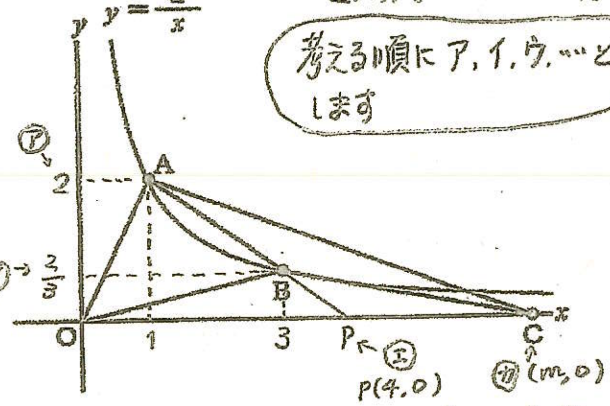
公立入試 関数問題 (~~毎年~~大きな問題の2番目の中に出題されています。)

※ 平成29年度用入試から、形式が変わり、問題は1問です。28年度までは、①②と2つの問いになっています。

考える順にア,イ,ウ,…とします

2A (3) 図で，Oは原点，A，Bは関数 $y=\frac{2}{x}$ のグラフ上の点で，x 座標はそれぞれ1，3である。また，Cは x 軸上の点で，x 座標は正である。

△AOBの面積と△ABCの面積が等しいとき，点Cの座標を求めなさい。



ア Aのy座標は $y=\frac{2}{x}$ に $x=1$ を代入し $y=\frac{2}{1}=2$ だから A(1, 2) とわかる

イ Bのy座標は、$x=3$ を代入し $y=\frac{2}{3}$ だから B(3, $\frac{2}{3}$) とわかる

ウ 直線ABの式を求めると A(1, 2) B(3, $\frac{2}{3}$) より $y=ax+b$ に代入し

$$\begin{cases} 2=a+b & -① \\ \frac{2}{3}=3a+b & -② \end{cases}$$

②×3 $2=9a+3b$
①×3 $6=3a+3b$
$-4=6a$
$-\frac{4}{6}=a$ → $-\frac{2}{3}=a$

$a=-\frac{2}{3}$ を①に代入し

$2=-\frac{2}{3}+b$
$\frac{6}{3}+\frac{2}{3}=b$
$\frac{8}{3}=b$

よって ABの式は $y=-\frac{2}{3}x+\frac{8}{3}$ とわかる

エ 直線ABとx軸との交点をPとすると Pのx座標は $y=-\frac{2}{3}x+\frac{8}{3}$ に $y=0$ を代入し

$0=-\frac{2}{3}x+\frac{8}{3}$
×3 $2x=8$
$x=4$

P(4, 0) とわかる

オ $\triangle AOB=\triangle AOP-\triangle BOP$
$=4\times2\times\frac{1}{2}-4\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}$
$=\frac{8}{3}$

カ Cの座標をC(m, 0)とすると

$\triangle ABC=\triangle APC-\triangle BPC$
$=(m-4)\times2\times\frac{1}{2}-(m-4)\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}$
$=\frac{2}{3}(m-4)$

PC=m−4

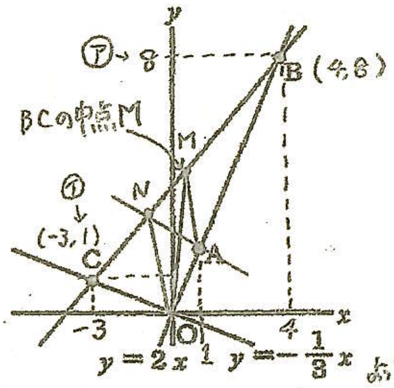
キ △AOB=△ABCより

$\frac{2}{3}(m-4)=\frac{8}{3}$
×3 $2m-8=8$
$2m=16$
$m=8$

よって $\underline{C(8, 0)}$

2B (3) 図で，Oは原点，A，Bはともに直線 $y=2x$ 上の点，Cは直線 $y=-\frac{1}{3}x$ 上の点であり，点A，B，Cの x 座標はそれぞれ1，4，−3である。

このとき，点Aを通り，△OBCの面積を二等分する直線と直線BCとの交点の座標を求めなさい。



考え方の流れ

① BCの中点をMとするとOMは、△OBCの面積を2等分する。

② MA∥ONとなる点NをBC上にとると、平行線と面積の関係から等積変形となるから △MNO=△ANO となる。

③ $\triangle OCM=\triangle OCN+\triangle MNO$ ($\triangle MNO=\triangle ANO$) $=$ 四角形OCNA $=\triangle OBC\times\frac{1}{2}$ となるから、ANは△OBCを二等分する直線となる。

ア Bのy座標は $y=2x$ に $x=4$ を代入し、$y=2\times4=8$ よって B(4, 8)

イ Cのy座標は $y=-\frac{1}{3}x$ に $x=-3$ を代入し、$y=-\frac{1}{3}\times(-3)=1$ よって C(−3, 1)

ウ BCの中点は、x座標，y座標の平均だから x座標は $\frac{-3+4}{2}=\frac{1}{2}$，y座標は $\frac{1+8}{2}=\frac{9}{2}$

よって M($\frac{1}{2}$, $\frac{9}{2}$)

エ 直線AMの傾きは、A(1, 2), M($\frac{1}{2}$, $\frac{9}{2}$) より

$y=2x$ に $x=1$ を代入

$\frac{yの増加量}{xの増加量}=\frac{\frac{9}{2}-2}{\frac{1}{2}-1}=\frac{\frac{5}{2}}{-\frac{1}{2}}=\frac{5}{2}\div\left(-\frac{1}{2}\right)=-\frac{5}{2}\times\frac{2}{1}=-5$

オ MA∥ONで、NOは原点を通る直線だから、NOの傾きはAMと等しいので $y=-5x$ になる。

カ BCの式を求めると B(4, 8), C(−3, 1) より

傾き $=\frac{yの増加量}{xの増加量}=\frac{8-1}{4-(-3)}=\frac{7}{7}=1$

$y=x+b$ に (4, 8) を代入し

$8=4+b$
$4=b$ よって BCは $y=x+4$

キ 求めたいNの座標は、$y=x+4$ と $y=-5x$ の交点だから、

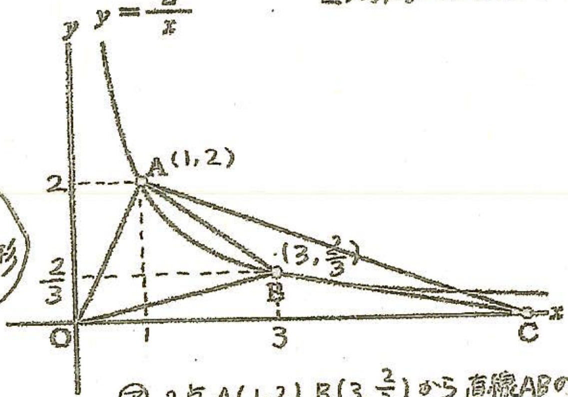
$x+4=-5x$
$6x=-4$
$x=-\frac{4}{6}=-\frac{2}{3}$
$y=-5\times\left(-\frac{2}{3}\right)=\frac{10}{3}$

よって $\underline{\left(-\frac{2}{3}, \frac{10}{3}\right)}$

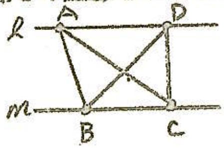
公立入試 関数問題（毎年大きな問題の2番目に出題されています）

※ 平成29年度用入試から、形式が変わり、問題は1問です。28年度までは、①②と2つの問いになっています。

2A (3) 図で，Oは原点，A，Bは関数 $y=\frac{2}{x}$ のグラフ上の点で，x 座標はそれぞれ1，3である。また，Cは x 軸上の点で，x 座標は正である。
△AOBの面積と△ABCの面積が等しいとき，点Cの座標を求めなさい。

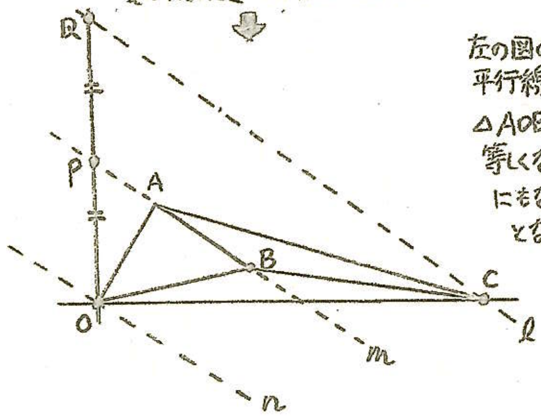


別の考え方



底辺が同じ長さで平行線の中にある三角形は、面積が等しい

ℓ//m のとき △ABC=△DBC



左の図のように ℓ//m//n の平行線が、間隔が同じなら△AOBと△ABCの面積は等しくなる。このとき、OP=PQにもなる。だから、OP=PQとなるQをみつけ、Qを通りmに平行（直線ABと傾きが等しい）な直線ℓが、x軸と交わる点をCとすればいい。

㋐ 2点A(1, 2) B$(3, \frac{2}{3})$から直線ABの式を求めると、$y=-\frac{2}{3}x+\frac{8}{3}$ となるから、左図で P$(0, \frac{8}{3})$ とわかる。

㋑ OP=PQとするとQのy座標は、$\frac{8}{3}\times 2=\frac{16}{3}$で Q$(0, \frac{16}{3})$となる。

㋒ 直線ℓは、傾きがmと同じで$-\frac{2}{3}$、切片が$\frac{16}{3}$だから、$y=-\frac{2}{3}x+\frac{16}{3}$ とわかる。

㋓ ℓとx軸との交点Cは、㋒の式にy=0を代入し $0=-\frac{2}{3}x+\frac{16}{3}$

$\frac{2}{3}x=\frac{16}{3}$

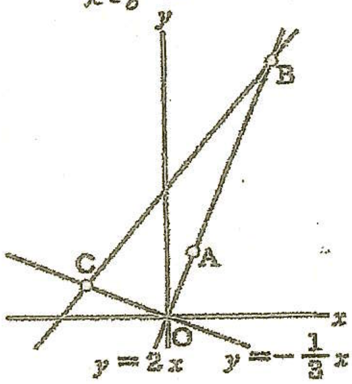
×3 $2x=16$

$x=8$

よって C(8, 0)

2B (3) 図で，Oは原点，A，Bはともに直線 $y=2x$ 上の点，Cは直線 $y=-\frac{1}{3}x$ 上の点であり，点A，B，Cの x 座標はそれぞれ1，4，−3である。

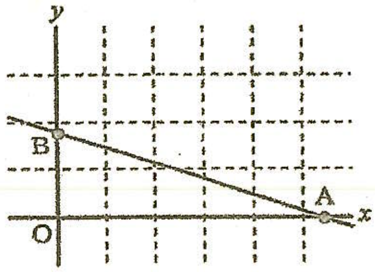
このとき，点Aを通り，△OBCの面積を二等分する直線と直線BCとの交点の座標を求めなさい。



31B (3) 図で，Oは原点，A，Bはそれぞれ一次関数$y=-\frac{1}{3}x+b$（bは定数）のグラフとx軸，y軸との交点である。

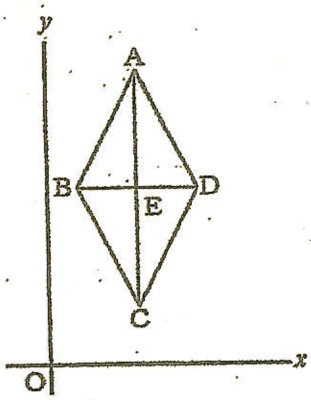
△BOAの内部で，x座標，y座標がともに自然数となる点が2個であるとき，bがとることのできる値の範囲を，不等号を使って表しなさい。

ただし，三角形の周上の点は内部に含まないものとする。



30A (3) 図で，Oは原点，四角形ABCDはAC＝2BDのひし形で，Eは対角線ACとBDとの交点である。

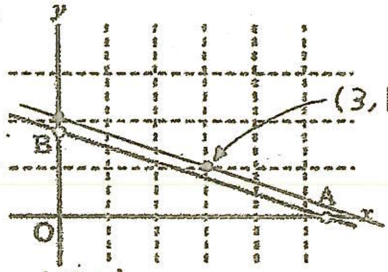
点A，Eの座標がそれぞれ（3，10），（3，6）で，関数$y=ax^2$（aは定数）のグラフがひし形ABCDの頂点または辺上の点を通るとき，aがとることのできる値の範囲を，不等号を使って表しなさい。



31B　(3)　図で，Oは原点，A，Bはそれぞれ一次関数 $y=-\frac{1}{3}x+b$（bは定数）のグラフとx軸，y軸との交点である。

△BOAの内部で，x座標，y座標がともに自然数となる点が2個であるとき，bがとることのできる値の範囲を，不等号を使って表しなさい。

ただし，三角形の周上の点は内部に含まないものとする。



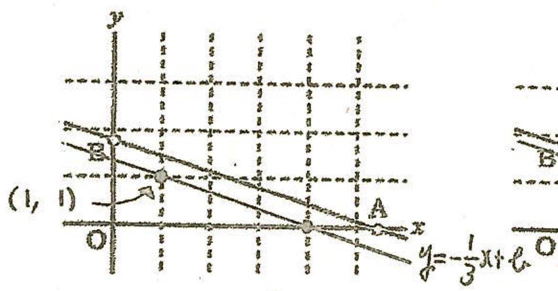
(図C)

㋐ 下の図Aのように $y=-\frac{1}{3}x+b$ が点(1,1)を通るとき，△BOAの内部で，座標がともに自然数となる点は，ない。少し上に直線がずれると内部に点(1,1)が含まれる。
（1個だけ含まれる。）

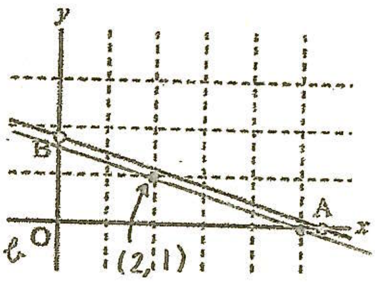
㋑ 下の図Bのように点(2,1)を直線が通るときまで，1個であるが，少し上に直線がずれると，点(1,1)，(2,1)の2個含まれるようになる。

㋒ 上の図Cのように点(3,1)を直線が通るとき，△BOAの内部には，点(1,1)，(2,1)の2個含まれる。少しでも上にずれると，点(3,1)も入ってしまうため，3個になる。

(図A)



(図B)



㋓ 以上のことから，$y=-\frac{1}{3}x+b$ の直線が点(2,1)を通るとき，式に代入すると

$1=-\frac{1}{3}\times2+b$
$1+\frac{2}{3}=b$
$b=\frac{5}{3}$
条件にあうのは，$\frac{5}{3}$より大きいとき

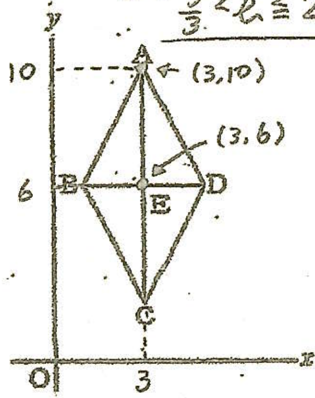
㋔ また点(3,1)を通るとき，式に代入し

$1=-\frac{1}{3}\times3+b$
$1+1=b$
$b=2$
条件にあうのは，2以下のとき

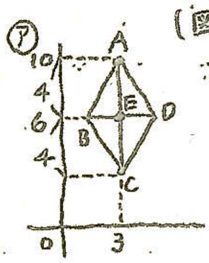
よって　$\frac{5}{3}<b\leqq2$

30A　(3)　図で，Oは原点，四角形ABCDはAC＝2BDのひし形で，Eは対角線ACとBDとの交点である。

点A，Eの座標がそれぞれ（3，10），（3，6）で，関数 $y=ax^2$（aは定数）のグラフがひし形ABCDの頂点または辺上の点を通るとき，aがとることのできる値の範囲を，不等号を使って表しなさい。



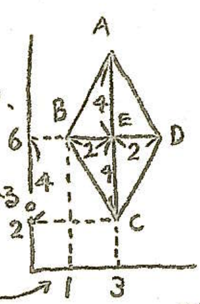
㋐ （図は適当）



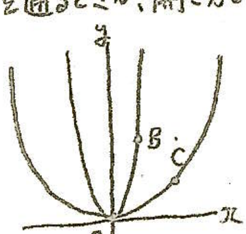
A(3,10)，E(3,6)から AE＝10−6＝4とわかる。

㋑ ひし形の対角線の交点は，それぞれの中点で交わるから，AE＝CE＝4で，AC＝8とわかる。また，E(3,6)とCE＝4から，C(3, 2)とわかる。
6−4

㋒ AC＝2BDということは，8＝2BDで，BD＝4となり，E(3,6)はBDの中点だから BE＝2で，B(1,6)とわかる。
3−2



㋓ $y=ax^2$は，上に開くグラフだから，ひし形ABCDの頂点（辺上）を通るとき，下の図のようにB(1,6)を通るときが一番開き方が小さく，C(3,2)を通るときが，開き方が大きい。



㋔ B(1,6)を通るとき
$y=ax^2$に代入し
$6=a\times1^2$
$6=a$

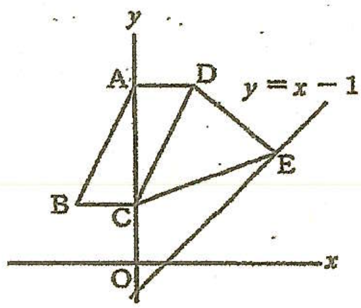
㋕ C(3,2)を通るとき
代入し
$2=a\times3^2$
$2=9a$
$\frac{2}{9}=a$

よって　$\frac{2}{9}\leqq a\leqq6$

30B　(3)　図で，Oは原点，四角形ABCDは平行四辺形で，A，Cは y 軸上の点，辺ADは x 軸に平行である。また，Eは直線 $y=x-1$ 上の点である。

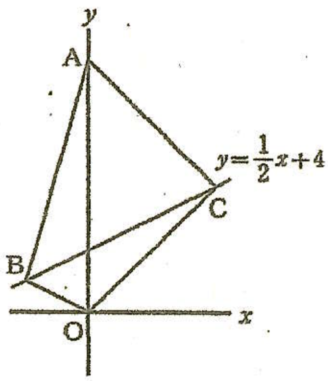
点A，Bの座標がそれぞれ $(0,\ 6)$，$(-2,\ 2)$ で，平行四辺形ABCDの面積と△DCEの面積が等しいとき，点Eの座標を求めなさい。

ただし，点Eの x 座標は正とする。



29A　(3)　図で，Oは原点，Aは y 軸上の点，B，Cは直線 $y=\frac{1}{2}x+4$ 上の点で，△AOCの面積は△ABOの面積の2倍，△ABCの面積は△BOCの面積の3倍である。

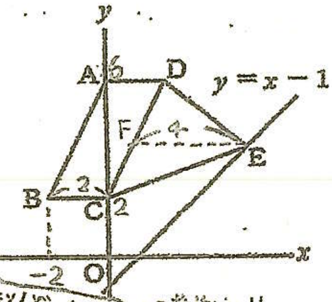
点Bの x 座標が -4 のとき，原点Oを通り，四角形ABOCの面積を2等分する直線の式を求めなさい。



30B　(3)　図で，Oは原点，四角形ABCDは平行四辺形で，A，Cは y 軸上の点，辺ADは x 軸に平行である。また，Eは直線 $y=x-1$ 上の点である。

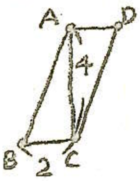
点A，Bの座標がそれぞれ（0，6），（−2，2）で，平行四辺形ABCDの面積と△DCEの面積が等しいとき，点Eの座標を求めなさい。

ただし，点Eの x 座標は正とする。



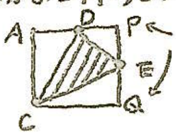
点の座標を文字で表すことは、授業で、ほとんどしないから難しい!!

㋐ □ABCDの面積は



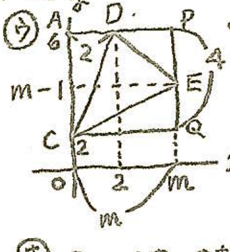
BC=2, AC=4より 2×4=8とわかる。

㋑ △DCEの面積は、底辺と高さが表しにくいので、下の図のように△DCEを囲む四角形の面積から余分な三角形3つをひいて考える。



P, Qとする

㋒



点Eは、$y=x-1$ 上の点だから x 座標を m とすると y 座標は $y=m-1$ だから $E(m, m-1)$ と表せる。

㋓ BC=AD=2だからD(2,6)とわかる。またP(m,6) Q(m,2)と表せるから、

$DP=m-2$，$PE=6-(m-1)=7-m$

$EQ=m-1-2=m-3$ と表せる。

㋔ △DCE＝長方形ACQP−△ADC−△CQE−△DPEより

$$=4m-\frac{4\times 2}{2}-\frac{m(m-3)}{2}-\frac{(m-2)(7-m)}{2}$$

$$=\frac{8m-8-m^2+3m-7m+m^2+14-2m}{2}$$

$$=\frac{2m+6}{2}$$

$$=m+3$$

㋕ □ABCD＝△DCEより

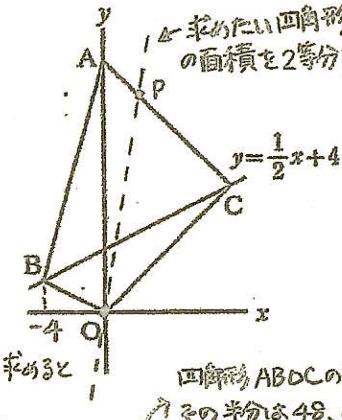
$m+3=8$

$m=5$

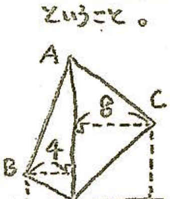
よって $E(5,4)$

29A　(3)　図で，Oは原点，Aは y 軸上の点，B，Cは直線 $y=\frac{1}{2}x+4$ 上の点で，△AOCの面積は△ABOの面積の2倍，△ABCの面積は△BOCの面積の3倍である。

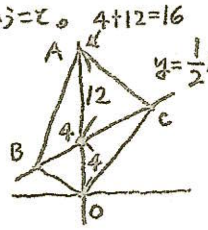
点Bの x 座標が−4のとき，原点Oを通り，四角形ABOCの面積を2等分する直線の式を求めなさい。



㋐「△AOC＝△ABO×2」からわかることは、底辺が共通なら、高さが2倍になるということ。下の図のように、Bの x 座標が−4だから、△ABOの高さは4、ということは△AOCの高さが8になるから点Cの x 座標が8とわかる。$y=\frac{1}{2}\times 8+4=8$ だから点C(8,8)

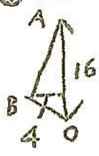


㋑「△ABC＝△BOC×3」からわかることは、底辺が共通なら高さ(の比)が3倍になるということ。4+12=16



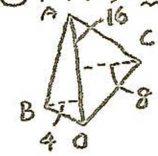
左の図のように切片が4だから△BOCと△ABCの高さの比が1:3なので、点Aの y 座標が16とわかる。

㋒ △ABOの面積を求めると



$\frac{16\times 4}{2}=32$

㋓ 四角形ABOCの面積は、



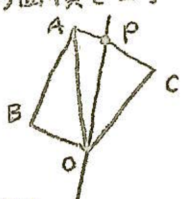
△ABO＋△AOC

$=32+\frac{16\times 8}{2}$

$=32+64$

$=96$

㋔ Oを通る直線が四角形ABOCの面積を2等分するということは



直線POのような直線を考えると

四角形ABOCの面積が96でその半分は48、△ABOが32だから、△AOPの面積が16になればいい。

㋕ △AOPの底辺をAOとするとAO=16だから

$\frac{16\times 高さ}{2}=16$ より

高さが2とわかる。これは点Pの x 座標が2になる。

㋖ ACの式はA(0,16) C(8,8)より $y=-x+16$ とわかる。

㋗ Pの y 座標は、㋖の式に $x=2$ を代入し $y=-2+16=14$ でP(2,14)となる。

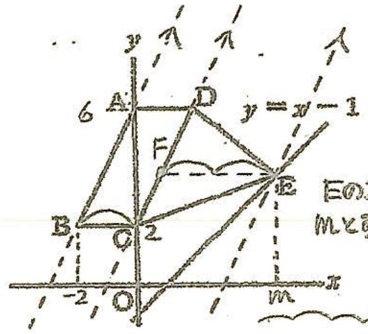
㋘ $y=ax$ に $x=2, y=14$ を代入し $14=2a$ より $a=7$　よって $y=7x$

30B　(3)　図で，Oは原点，四角形ABCDは平行四辺形で，A，Cは y 軸上の点，辺ADは x 軸に平行である。また，Eは直線 $y=x-1$ 上の点である。

点A，Bの座標がそれぞれ（0，6），（−2，2）で，平行四辺形ABCDの面積と△DCEの面積が等しいとき，点Eの座標を求めなさい。

ただし，点Eの x 座標は正とする。

別の考え方



Eのx座標をmとする！

上の図のようにEF // x軸となる点FをDC上にとる。BCの長さの2倍がFEとなるようにすれば，▱ABCDと△DCEの高さの比が1：2となり，底辺DCが同じなので，▱ABCD＝△DCEとなる。

美しい・・・

右の（　）の考え方をもとにすると

㋐ Bのx座標が−2だから
$BC=2$

㋑ $FE=2BC$ より $FE=4$ となるようなEを考える。

㋒ $y=x-1$ 上の点Eのx座標をmとすると，$y=m-1$ だから
点E$(m,m-1)$と表せる。

㋓ ▱ABCDで $BC=2$ だから
$AD=2$ となり，点Dは$(2,6)$とわかる。

㋔ 直線DCの式は，D$(2,6)$，C$(0,2)$から $y=2x+2$ とわかる。

㋕ DC上の点Fの座標を考えると，y座標は点Eと同じだから，$y=m-1$ と表せる。
$y=2x+2$ に代入し
$m-1=2x+2$
$m-3=2x$
$\frac{m-3}{2}=x$
だから，F$\left(\frac{m-3}{2},\ m-1\right)$となる。

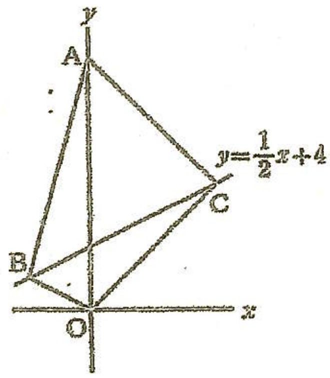
㋖ $BC=2$ で，$FE=BC\times2$ となればいいから
FE＝Eのx座標−Fのx座標
$=m-\frac{m-3}{2}$
$=\frac{m+3}{2}$ ←符号に注意!!

よって $\frac{m+3}{2}=2\times2$
$m+3=4\times2$
$m=8-3=5$
点Eのy座標は $m-1$ だから $5-1=4$

よって E(5，4)

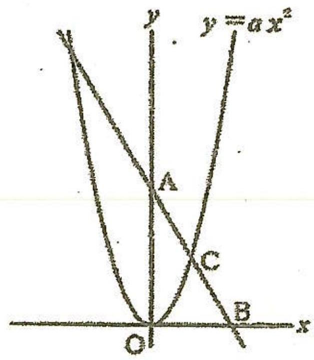
29A　(3)　図で，Oは原点，Aは y 軸上の点，B，Cは直線 $y=\frac{1}{2}x+4$ 上の点で，△AOCの面積は△ABOの面積の2倍，△ABCの面積は△BOCの面積の3倍である。

点Bの x 座標が−4のとき，原点Oを通り，四角形ABOCの面積を2等分する直線の式を求めなさい。



29B (1)　図で，Oは原点，A，Bはそれぞれ y 軸上，x 軸上の点で，Cは関数 $y=ax^2$（a は定数）のグラフと直線ABとの交点である。

点Aの y 座標が6，点Bの x 座標が4，点Cの x 座標が2のとき，a の値を求めなさい。

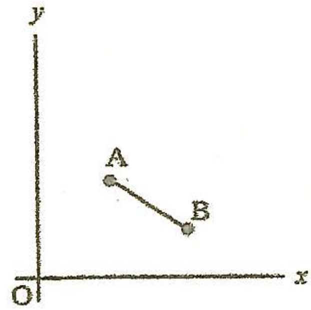


28A (2)　図で，Oは原点，点A，Bの座標はそれぞれ（3，4），（6，2）である。

このとき，次の①，②の問いに答えなさい。

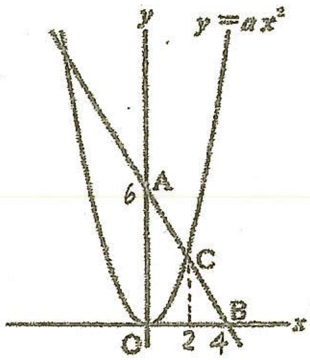
① 直線ABの式を求めなさい。

② 直線 $y=x+b$（b は定数）が線分AB上の点を通るとき，b がとることのできる値の範囲を求めなさい。



29B (1) 図で，Oは原点，A，Bはそれぞれ y 軸上，x 軸上の点で，Cは関数 $y=ax^2$（a は定数）のグラフと直線ABとの交点である。

点Aの y 座標が6，点Bの x 座標が4，点Cの x 座標が2のとき，a の値を求めなさい。



㋐ 直線ABの式を求めると B(4,0) を通り切片6だから

$y=ax+6$ に (4,0) を代入し
（このaと $y=ax^2$ のaは、ちがう）

$0=4a+6$

$-6=4a$

$-\frac{3}{2}=a$

よって ABの式は $y=-\frac{3}{2}x+6$

㋑ 点Cは、$y=-\frac{3}{2}x+6$ 上にあり $x=2$ だから、代入すると

$y=-\frac{3}{2}\times2+6$

$=-3+6$

$=3$

だから 点C(2, 3) とわかる。

㋒ $y=ax^2$ の放物線上に C(2, 3) もあるから、代入し

$3=a\times2^2$

$3=4a$

$\frac{3}{4}=a$

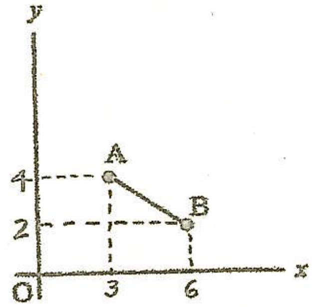
よって $a=\frac{3}{4}$

28A (2) 図で，Oは原点，点A，Bの座標はそれぞれ（3，4），（6，2）である。

このとき，次の①，②の問いに答えなさい。

① 直線ABの式を求めなさい。

② 直線 $y=x+b$（b は定数）が線分AB上の点を通るとき，b がとることのできる値の範囲を求めなさい。



① A(3,4)，B(6,2) の座標をそれぞれ $y=ax+b$ に代入すると

$4=3a+b$ …①

$-)\ 2=6a+b$ …②

$2=-3a$

$\frac{2}{-3}=a$

$a=-\frac{2}{3}$ を①の式に代入し

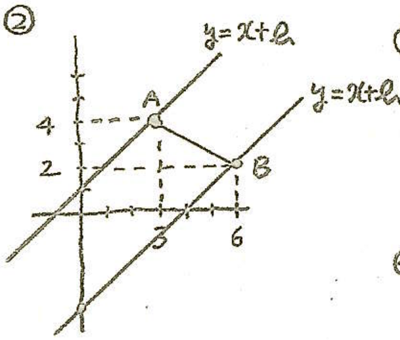
$4=3\times\left(-\frac{2}{3}\right)+b$

$4=-2+b$

$6=b$

よって $y=-\frac{2}{3}x+6$

②



㋐ 左の図のように $y=x+b$ が A(3,4) を通るとき、代入すると

$4=3+b$

$1=b$

㋑ $y=x+b$ が B(6,2) を通るとき、代入すると

$2=6+b$

$-4=b$

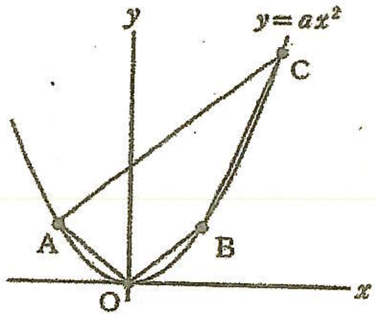
よって $-4\leqq b\leqq1$

28B (5) 図で，Oは原点，A，B，Cは関数$y=ax^2$（aは定数）のグラフ上の点である。

点A，Bの座標がそれぞれ（－3，3），（3，3）であり，点Cのx座標が6であるとき，次の①，②の問いに答えなさい。

① aの値を求めなさい。

② 原点を通り，四角形ＡＯＢＣの面積を２等分する直線の式を求めなさい。



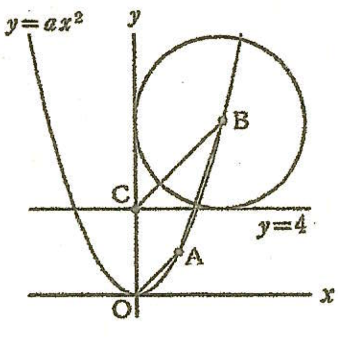
27A (2) 図で，Oは原点，A，Bは関数$y=ax^2$（aは定数）のグラフ上の点，Cは直線$y=4$とy軸との交点である。

点Aの座標が（2，2）で，点Bを中心とする円が直線$y=4$とy軸とに接しているとき，次の①，②の問いに答えなさい。

ただし，点Bのx座標は点Aのx座標より大きいものとする。

① aの値を求めなさい。

② 点Bを通り，四角形ＢＣＯＡの面積を２等分する直線の式を求めなさい。

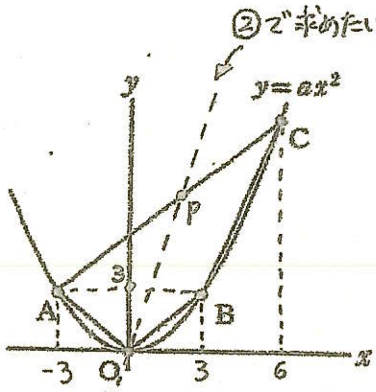


28B (5) 図で，Oは原点，A，B，Cは関数$y=ax^2$（aは定数）のグラフ上の点である。

点A，Bの座標がそれぞれ（−3，3），（3，3）であり，点Cのx座標が6であるとき，次の①，②の問いに答えなさい。

① aの値を求めなさい。

② 原点を通り，四角形AOBCの面積を２等分する直線の式を求めなさい。



① $y=ax^2$のグラフ上に(3,3)があるから代入し、$3=a\times 3^2$

$3=9a$

$\frac{3}{9}=a$　　よって $a=\frac{1}{3}$

② ⑦ 直線OBの式は、$y=ax$にB(3,3)を代入し、$3=3a$

$1=a$ だから $y=x$

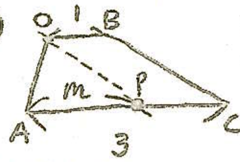
④ Cのy座標は $y=\frac{1}{3}x^2$に $x=6$を代入し $y=\frac{1}{3}\times 36=12$

だから C(6,12)

⑨ 直線ACは A(−3,3) C(6,12)より $y=x+6$ とわかる。

㊁ ⑦と⑨より OBとACの直線はともに傾き1だから、平行で、四角形AOBCはOB//ACの台形とわかる。また、OBとACの長さの比は、O,B,A,Cのx座標から(3−0):(6−(−3))で3:9と同じだから1:3とわかる。

㋔



左の図のように OB=1, AC=3 AP=mとして台形の高さをhと考えると

台形の面積は $\frac{(1+3)\times h}{2}=2h$

△OAPは $\frac{m\times h}{2}=\frac{mh}{2}$

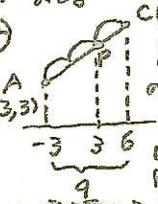
㋕ 直線OPにより台形が2等分されるということは、台形$\times\frac{1}{2}=$△OAP だから

$2h\times\frac{1}{2}=\frac{mh}{2}$より

$m=2$とわかる。

つまりPはACを2:1に分ける点になる。

㋖



y座標の差が9でその$\frac{2}{3}$は6だから Pのy座標は3+6=9

A,Cの座標から P(3,9)とわかる。

㋗ OPの式は $y=ax$に(3,9)を代入し

$9=3a$

$3=a$

よって $y=3x$

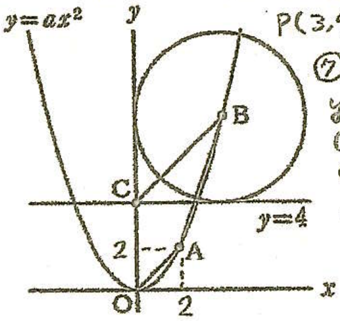
27A (2) 図で，Oは原点，A，Bは関数$y=ax^2$（aは定数）のグラフ上の点，Cは直線$y=4$とy軸との交点である。

点Aの座標が（2，2）で，点Bを中心とする円が直線$y=4$とy軸とに接しているとき，次の①，②の問いに答えなさい。

ただし，点Bのx座標は点Aのx座標より大きいものとする。

① aの値を求めなさい。

② 点Bを通り，四角形BCOAの面積を２等分する直線の式を求めなさい。

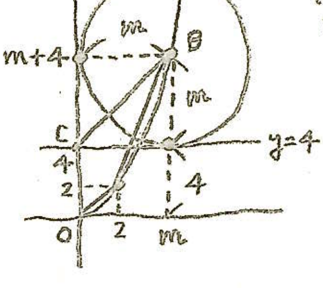


① $y=ax^2$のグラフがA(2,2)を通るから代入し、$2=a\times 2^2$

$2=4a$

$\frac{2}{4}=a$　　$a=\frac{1}{2}$

②



⑦ 左の図のように点Bのx座標をmとすると、円の半径がmとなるのでBのy座標がm+4となる。Bは、$y=\frac{1}{2}x^2$のグラフ上にあるから式にB($\underset{x}{m}$, $\underset{y}{m+4}$)を代入し

$m+4=\frac{1}{2}m^2$

$2m+8=m^2$

$0=m^2-2m-8$

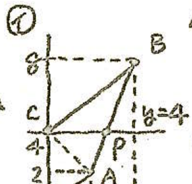
$(m-4)(m+2)=0$

$m=4, -2$

$m>0$だから $m=4$と求まる。

よって B(4,8)とわかる。

④



A(2,2), B(4,8)から ABの式を求めると $y=3x-4$となる。

⑨ ABと$y=4$の交点をPとすると、Pの座標は、$4=3x-4$から

$8=3x$

$\frac{8}{3}=x$

P($\frac{8}{3}$,4)とわかる。

㊁ 四角形BCOA

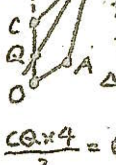
$=$△COA+△CPA+△CPB

$=\frac{4\times 2}{2}+\frac{8}{3}\times 2\times\frac{1}{2}+\frac{8}{3}\times 4\times\frac{1}{2}$

$=4+\frac{8}{3}+\frac{16}{3}$

$=\frac{36}{3}=12$

㋔



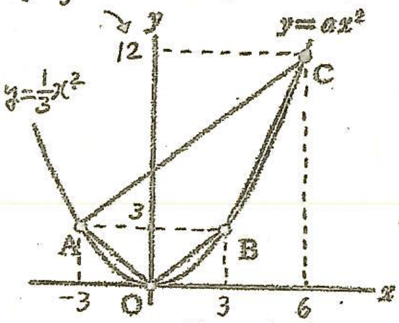
四角形BCOAを二等分する直線をBQとすると △BCQ$=12\times\frac{1}{2}$ だから

$\frac{CQ\times 4}{2}=6$より

CQ=3 とわかる。

B(4,8), Q(0,1)より 求める直線は $y=\frac{7}{4}x+1$

$y=\frac{1}{3}x^2$に$x=6$を代入



28B　(5)　図で，Oは原点，A，B，Cは関数$y=ax^2$（aは定数）のグラフ上の点である。

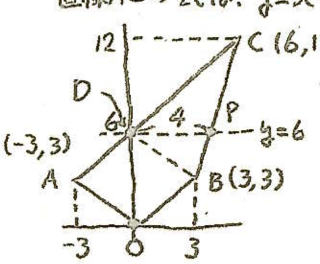
別の考え方

点A，Bの座標がそれぞれ（−3，3），（3，3）であり，点Cのx座標が6であるとき，次の①，②の問いに答えなさい。

①　aの値を求めなさい。

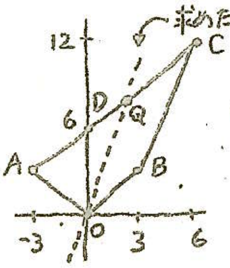
②　原点を通り，四角形AOBCの面積を２等分する直線の式を求めなさい。（傾きは $\xrightarrow{9}\uparrow 9$ で $\frac{9}{9}=1$）

② A(−3, 3) C(6, 12)から
直線ACの式は，$y=x+6$と求まる。



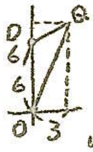
（傾きは $\xrightarrow{3}\uparrow 9$ で $\frac{9}{3}=3$）
また直線BCはB(3, 3) C(6, 12)から
$y=3x-6$と求まる。
左図のようにBCと$y=6$の交点をPとすると
Pのx座標は $6=3x-6$より
$12=3x$
$4=x$
だから P(4, 6)とわかる。

四角形AOBC ＝ △AOD ＋ △BOD ＋ △DPB ＋ △CDP
$= \frac{6\times3}{2}+\frac{6\times3}{2}+\frac{4\times3}{2}+\frac{4\times6}{2}$
$= 9+9+6+12$
$= 36$



求めたい直線とACとの交点をQとすると△AOQが四角形AOBCの半分になることから
△AOQ＝$\frac{36}{2}$＝18

また △AOQ ＝ △AOD ＋ △DOQ
18 ＝ 9 ＋ △DOQ
△DOQの面積が9となるように点Qをとればいい。



△DOQ ＝ $\frac{6\times 高さ}{2}=9$より
高さ＝3とわかる。
ということは Qのx座標が3だから
ACの式 $y=x+6$に$x=3$を代入し
$y=3+6=9$となり Q(3, 9)とわかる。
求める直線は $y=ax$に$(3,9)$を代入し$a=3$，
よって $y=3x$

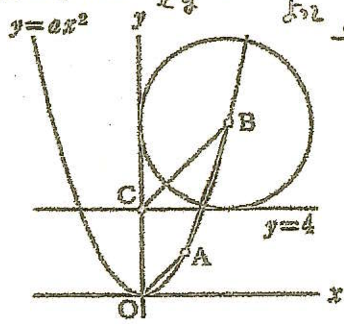
27A　(2)　図で，Oは原点，A，Bは関数$y=ax^2$（aは定数）のグラフ上の点，Cは直線$y=4$とy軸との交点である。

点Aの座標が（2，2）で，点Bを中心とする円が直線$y=4$とy軸とに接しているとき，次の①，②の問いに答えなさい。

ただし，点Bのx座標は点Aのx座標より大きいものとする。

①　aの値を求めなさい。

②　点Bを通り，四角形BCOAの面積を２等分する直線の式を求めなさい。



27B (5) 図で，Oは原点，Aは関数 $y=ax^2$（a は定数）のグラフ上の点，Bは直線 $y=-x+10$ 上の点である。また，C，Dは x 軸上の点であり，四角形ACDBは長方形である。

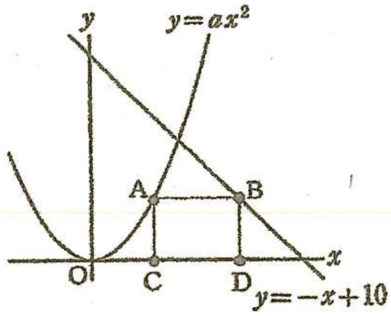
ただし，点C，Dの x 座標はともに正で，点Cの x 座標は点Dの x 座標より小さいものとする。

関数 $y=ax^2$ は x の値が3から6まで増加するときの変化の割合が3である。

このとき，次の①，②の問いに答えなさい。

① a の値を求めなさい。

② CD＝4のとき，点Bの座標を求めなさい。

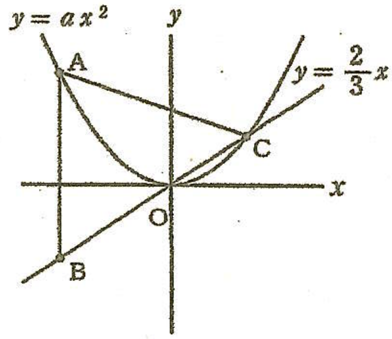


26A (2) 図で，Oは原点，Aは関数 $y=ax^2$（a は定数，$a>0$）のグラフ上の点，Bは直線 $y=\frac{2}{3}x$ 上の点，Cは関数 $y=ax^2$ のグラフと直線 $y=\frac{2}{3}x$ との2つの交点のうち，原点とは異なる点である。

点A，Bの x 座標がともに－3，点Cの x 座標が2のとき，次の①，②の問いに答えなさい。

① a の値を求めなさい。

② 点Cを通り，△ABCの面積を2等分する直線の式を求めなさい。



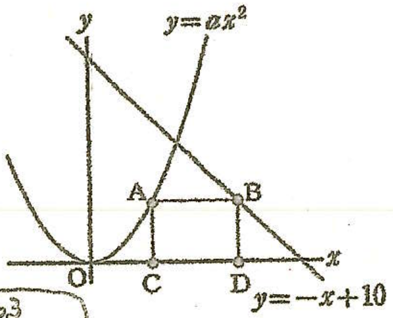
27B (5) 図で，Oは原点，Aは関数 $y=ax^2$（a は定数）のグラフ上の点，Bは直線 $y=-x+10$ 上の点である。また，C，Dは x 軸上の点であり，四角形ACDBは長方形である。

ただし，点C，Dの x 座標はともに正で，点Cの x 座標は点Dの x 座標より小さいものとする。

関数 $y=ax^2$ は x の値が3から6まで増加するときの変化の割合が3である。

$y=ax^2$ で x が m から n にかわるとき，変化の割合は，$a(m+n)$

このとき，次の①，②の問いに答えなさい。



① a の値を求めなさい。

② CD＝4のとき，点Bの座標を求めなさい。

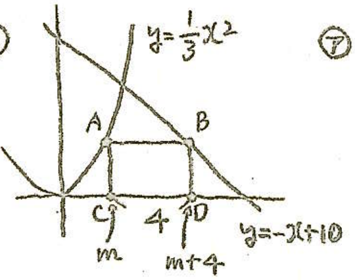
① $y=ax^2$ で x が3から6まで増加するときの変化の割合が3だから

$a\times(3+6)=3$ と式がつくれる。

$9a=3$

$a=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$ よって $a=\frac{1}{3}$

②



㋐ 点A，Cの x 座標を m とすると CD＝4だから点B，Dの x 座標は $m+4$ と表せる。

㋑ Aの y 座標は，$y=\frac{1}{3}x^2$ のグラフ上だから，$y=\frac{1}{3}m^2$ より $A(m,\frac{1}{3}m^2)$

㋒ Bの y 座標は，$y=-x+10$ のグラフ上だから $y=-(m+4)+10$

$y=-m+6$ より $B(m+4,-m+6)$

㋓ AとBの y 座標は等しいから

$\frac{1}{3}m^2=-m+6$

×3 $m^2=-3m+18$

$m^2+3m-18=0$

$(m+6)(m-3)=0$

$m=-6,3$

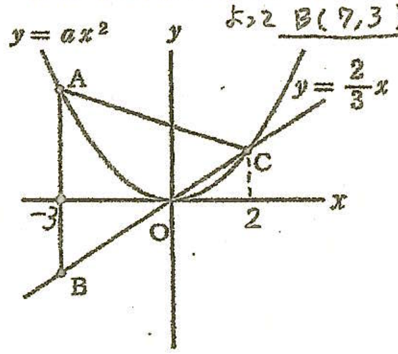
$m>0$ より $m=3$

㋔ Bの座標は $B(m+4,-m+6)$ に $m=3$ を代入し，$B(3+4,-3+6)$

よって $B(7,3)$

26A (2) 図で，Oは原点，Aは関数 $y=ax^2$（a は定数，$a>0$）のグラフ上の点，Bは直線 $y=\frac{2}{3}x$ 上の点，Cは関数 $y=ax^2$ のグラフと直線 $y=\frac{2}{3}x$ との2つの交点のうち，原点とは異なる点である。

点A，Bの x 座標がともに−3，点Cの x 座標が2のとき，次の①，②の問いに答えなさい。



① a の値を求めなさい。

② 点Cを通り，△ABCの面積を2等分する直線の式を求めなさい。

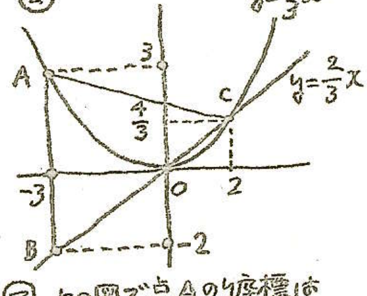
① 点Cは $y=\frac{2}{3}x$ のグラフ上にあり $x=2$ だから，代入し $y=\frac{2}{3}\times2=\frac{4}{3}$

$C(2,\frac{4}{3})$ が $y=ax^2$ のグラフ上にもあるから，代入し，$\frac{4}{3}=a\times2^2$

$\frac{4}{3}=4a$

$\frac{1}{3}=\frac{1\cdot4}{3\times4}=a$ よって $a=\frac{1}{3}$

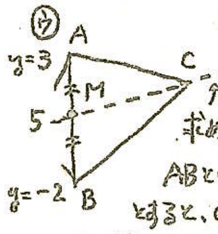
②



㋐ 上の図で点Aの y 座標は $y=\frac{1}{3}x^2$ に $x=-3$ を代入し $y=\frac{1}{3}\times9=3$ より $A(-3,3)$

㋑ 点Bの y 座標は，$y=\frac{2}{3}x$ に $x=-3$ を代入し $y=\frac{2}{3}\times(-3)=-2$

㋒



求めたい直線とABとの交点をMとすると，CMが△ABCを2等分するということは，MがABの中点になる。

㋓ A，Bの y 座標からAB＝5で AM＝MB＝$\frac{5}{2}$ になるから Mの y 座標は，$-2+\frac{5}{2}=\frac{1}{2}$（または $3-\frac{5}{2}=\frac{1}{2}$）

$M(-3,\frac{1}{2})$ とわかる。

㋔ 求めたい直線は $C(2,\frac{4}{3})$，$M(-3,\frac{1}{2})$ より

$y=ax+b$ に代入し，

$\frac{4}{3}=2a+b$ ×3

$\frac{1}{2}=-3a+b$ ×2

$4=6a+3b$

$+)\ 1=-6a+2b$

$5=5b$

$1=b$

$4=6a+3$

$1=6a$ $a=\frac{1}{6}$

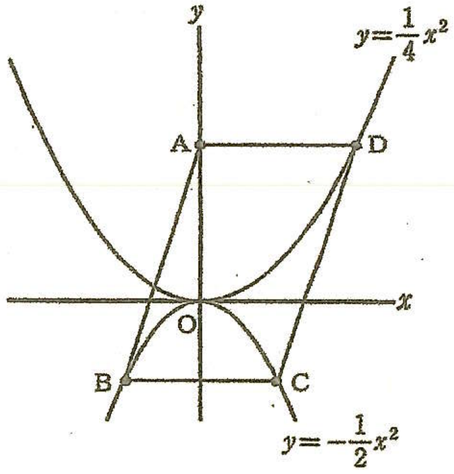
$y=\frac{1}{6}x+1$

26B　(5)　図で，Oは原点，Aは y 軸上の点，B，Cは関数 $y=-\frac{1}{2}x^2$ のグラフ上の点，Dは関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフ上の点である。また，線分ADは x 軸に平行である。

四角形ABCDが平行四辺形で，点Cの x 座標が2であるとき，次の①，②の問いに答えなさい。

① 点Dの座標を求めなさい。

② 平行四辺形ABCDの面積を2等分する傾き2の直線の式を求めなさい。

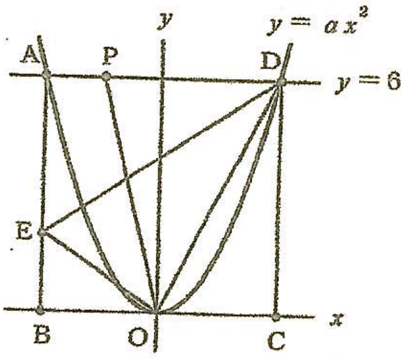


25A　(2)　図で，Oは原点，A，Dは関数 $y=ax^2$（a は定数，$a>0$）のグラフと直線 $y=6$ との交点で，点Aの x 座標は負である。B，Cは x 軸上の点で，四角形ABCDは正方形である。また，Eは線分AB上の点で，その y 座標は2，Pは直線 $y=6$ 上の点で，その x 座標は負である。

このとき，次の①，②の問いに答えなさい。

① a の値を求めなさい。

② △EODと△PODの面積が等しくなるとき，点Pの座標を求めなさい。

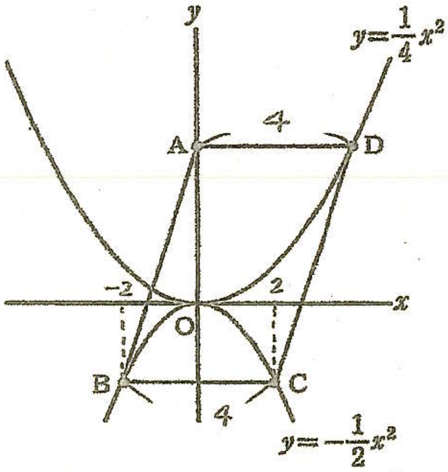


26B (5) 図で，Oは原点，Aはy軸上の点，B，Cは関数$y=-\frac{1}{2}x^2$のグラフ上の点，Dは関数$y=\frac{1}{4}x^2$のグラフ上の点である。また，線分ADはx軸に平行である。

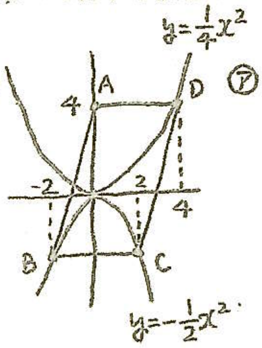
四角形ABCDが平行四辺形で，点Cのx座標が2であるとき，次の①，②の問いに答えなさい。

① 点Dの座標を求めなさい。

② 平行四辺形ABCDの面積を2等分する傾き2の直線の式を求めなさい。



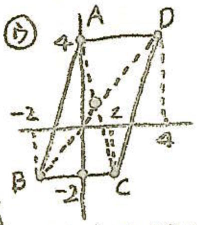
① 点BとCはy軸について対称だからBのx座標は−2とわかる。
BCの長さは4で、平行四辺形だから BC = AD = 4
ということは、点Dのx座標が4とわかる。
Dは、$y=\frac{1}{4}x^2$のグラフ上だから代入し、$y=\frac{1}{4}\times4^2=4$
よって $\underline{D(4,4)}$

②


㋐ 平行四辺形の面積を2等分する直線は、平行四辺形の対角線の交点を必ず通る。

（対角線は中点で交わるから、合同な三角形が3組できる。）

㋑ 点Cのy座標は、$y=-\frac{1}{2}x^2$に$x=2$を代入し
$y=-\frac{1}{2}\times2^2=-2$

㋒


B(−2, −2), D(4, 4)から直線BDの式は$y=x$（原点を通る）とわかり、BDの中点のy座標は、−2と4の中点と同じで、1。
ということは、BDの中点が点(1, 1)とわかる。

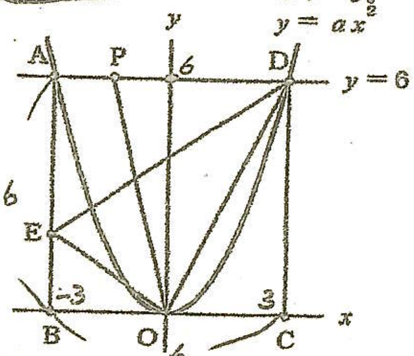
求めたい直線は、傾き2で点(1, 1)を通るから
$y=2x+b$に(1, 1)を代入し $1=2+b$
$-1=b$
よって $\underline{y=2x-1}$

25A (2) 図で，Oは原点，A，Dは関数$y=ax^2$（aは定数，$a>0$）のグラフと直線$y=6$との交点で，点Aのx座標は負である。B，Cはx軸上の点で，四角形ABCDは正方形である。また，Eは線分AB上の点で，そのy座標は2，Pは直線$y=6$上の点で，そのx座標は負である。

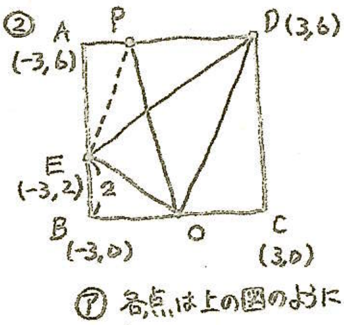
このとき，次の①，②の問いに答えなさい。

① aの値を求めなさい。

② △EODと△PODの面積が等しくなるとき，点Pの座標を求めなさい。



① 四角形ABCDが正方形だから AD = ABで、A, Dが直線y=6上の点ということは、AB = 6とわかる。
AD = BC = 6で、BとCは原点について対称の位置にあるから、Bのx座標=−3, Cのx座標=3とわかる。
D(3, 6)が$y=ax^2$のグラフ上にあるから、代入し
$6=a\times3^2$
$6=9a$
$\frac{2}{3}=a$ よって $\underline{a=\frac{2}{3}}$

②


㋐ 各点は上の図のようになっている。
△EOD = △PODになるのは、PE // ODのとき

㋑ 直線ODの傾きは $\xrightarrow{3}\uparrow 6$ だから
$a=\frac{6}{3}=2$

㋒ EPの傾きがODと等しければ平行になるから
直線EPは傾き2でE(−3, 2)を通る。

㋓ $y=2x+b$にE$(\underset{x}{-3},\underset{y}{2})$を代入し
$2=2\times(-3)+b$
$2=-6+b$
$8=b$ よって EPは $y=2x+8$

㋔ 点Pは、$y=2x+8$と$y=6$の交点だから
$6=2x+8$
$-2=2x$
$-1=x$
よって $\underline{P(-1,6)}$

26B(5) 25A(2)