3年 教科書 解答

6章『円の性質』

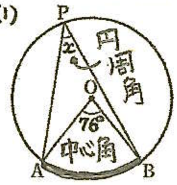
（P.160～179　　プリント NO. 56～60）

NO. 56　3年　教科書　解答

P. 164

円周角＝中心角×$\frac{1}{2}$，中心角＝円周角×2

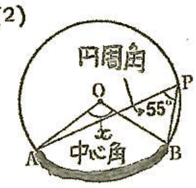
1 (1)



$\angle x = 76° \times \frac{1}{2} = \underline{38°}$

円周角　中心角

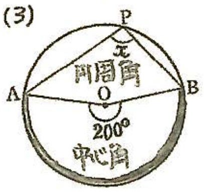
(2)



$\angle x = 55° \times 2 = \underline{110°}$

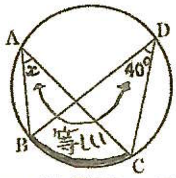
中心角　円周角

(3)



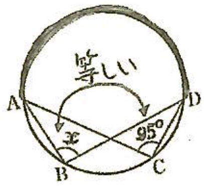
$\angle x = 200° \times \frac{1}{2} = \underline{100°}$

円周角　中心角

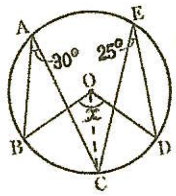


同じ弧に対する円周角は等しい。

$\angle x = \underline{40°}$



$\angle x = \underline{95°}$



半径OCをひくと

$\angle x = \angle BOC + \angle COD$

$= 30° \times 2 + 25° \times 2$

$\overset{\frown}{BC}$に対する中心角・円周角　$\overset{\frown}{CD}$に対する中心角・円周角

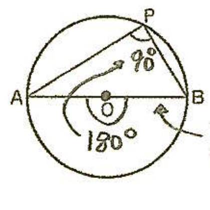
$= 60° + 50°$

$= \underline{110°}$

・どの弧に対する中心角と円周角か、

・中心角 $\xrightarrow{\times\frac{1}{2}\text{（半分）}}$ 円周角

円周角 $\xrightarrow{\times 2\text{（2倍）}}$ 中心角

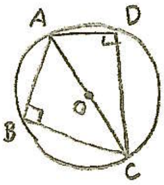


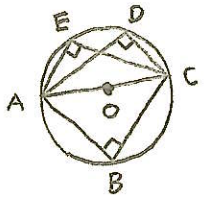
直径の両端からできる円周角は90°

⇓

直径があれば、直角に目をつける!!

絶対に!





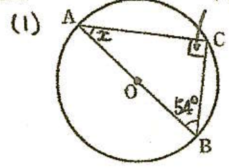
ACが直径ならば

90°がいくつもあり!!

P. 165

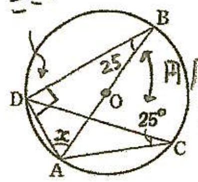
2 (1)

ABが直径だから 90°



(2)

ここが90°



ちょっとしたことだけれど少し計算が楽!!

直角三角形なら、2つの鋭角の和が90°

上の△ABCで

$x + 54 + 90 = 180$

とするよりも

$\boxed{x + 54 = 90}$ として

$x = 90 - 54$

$x = 36$

$\angle x = \underline{36°}$

等しい円周角は、どこ?!

直径があれば、直角は、どこ?!

△DABで

90°があるから

$x + 25 = 90$

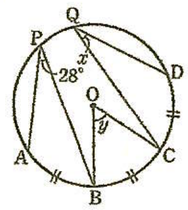
$x = 90 - 25$

$x = 65$

$\angle x = \underline{65°}$

P.166

3



弧が等しければ円周角や中心角が等しい

$\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{CD}$ だから $\angle x = \underline{28°}$

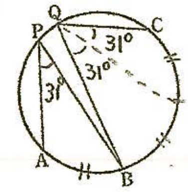
$\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{BC}$ だから

$\overset{\frown}{BC}$の円周角も28°となり

中心角は、その2倍となる。

よって、$\angle y = 28° \times 2 = \underline{56°}$

4



$\overset{\frown}{BC} = 2\overset{\frown}{AB}$ だから

円周角も2倍となる。

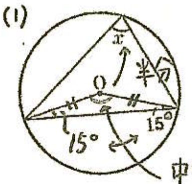
$\angle BQC = \angle APB \times 2$

$= 31° \times 2$

$= \underline{62°}$

練習問題

1 (1)



中心角は

$180° - 15° \times 2$

$= 150°$

$\angle x = 150° \times \frac{1}{2}$

$\angle x = \underline{75°}$

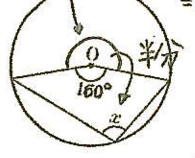
半径に目をつけ、二等辺三角形は底角が等しい!

(2)

中心角は

$360° - 160°$

$= 200°$



$\angle x = 200° \times \frac{1}{2}$

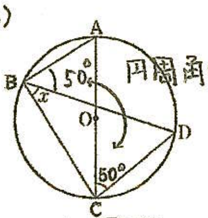
$\angle x = \underline{100°}$

NO.57　3年　教科書　解答

P.166 つづき

練習問題 つづき

① (3)

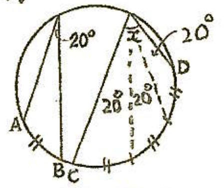


ACが直径だから
∠ABC=90°

$\angle x = 90° - 50°$

$\angle x = \underline{40°}$

(4)



$\overset{\frown}{CD} = 3\overset{\frown}{AB}$

弧の比は、中心角・円周角の比に等しい

$\angle x = 20° \times 3$

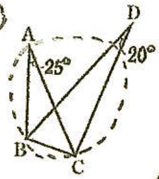
$\angle x = \underline{60°}$

P.169

円周角の位置にある角が等しければ、同じ円周上

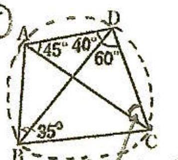
1

㋐



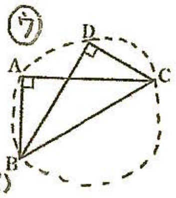
∠Aと∠Dがちがうので
×

㋑



△ACDで 180−(45°+40°+60°)
∠ACD=35°だから
＝∠ABD
円周角の位置の角が同じなので ○

㋒

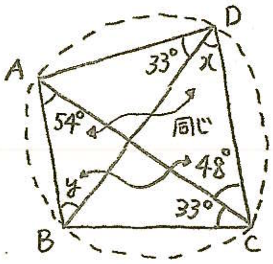


∠A=∠Dなので
○

よって ㋑,㋒

練習問題

①



∠ADB=∠ACB=33°だから
A, B, C, Dは同じ円周上にある。

円周角は等しいから
∠BAC=∠BDC=54°
(∠x)

∠ABD=∠ACD=48°
(∠y)

よって ∠x=54°, ∠y=48°

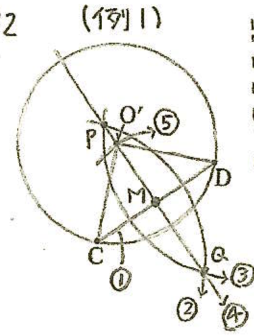
P.172

1 △AOBは正三角形で
∠AOB=60°だから、円周角の定理より
$\angle APB = 60° \times \frac{1}{2} = 30°$

P.172

2

(例1)



① CDをひく。

②③ C, Dを中心に同じ半径の円をかき、交点P,Qとする

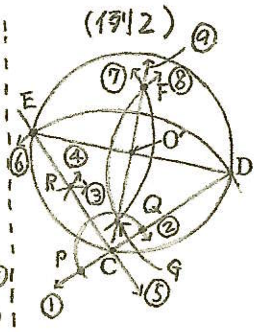
④ 2つの交点を通る直線をひくと、CDの垂直二等分線となる。

⑤ CDと垂直二等分線の交点をMとし、Mを中心にして、半径MDの円をかく。

⑥ 垂直二等分線と⑤の円との交点をO'とする。

⑦ O'を中心にして、半径O'Cの円をかく。

(例2)



① 半直線DCをひく。

② Cを中心に円をかき、直線との交点をP, Qとする。

③④ P, Qを中心に同じ半径の円をかき、交点をRとする。

⑤ 直線RCをひく。

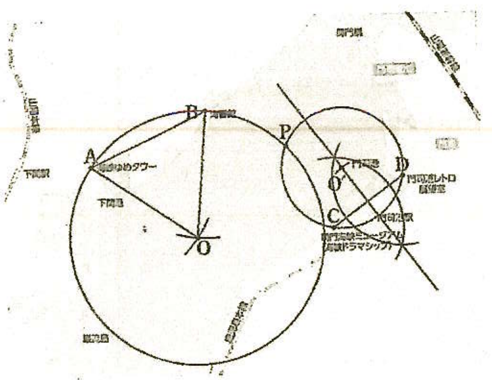
⑥ Cを中心に半径CDの円をかき、直線との交点をEとする。

⑦⑧ E, Dを中心にして同じ半径の円をかき、交点をF, Gとする。

⑨ 直線FGをひき、EDとの交点をO'とする。

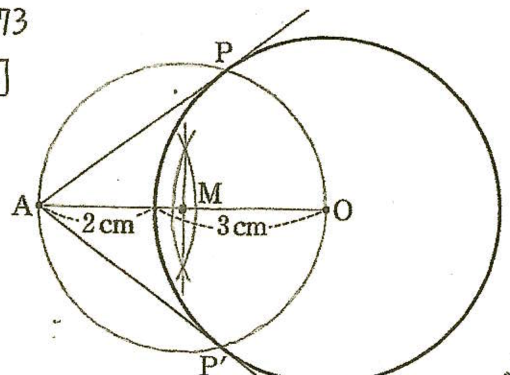
⑩ O'を中心にして、半径O'Cの円をかく。

3



P.173

4



接線AP, AP'をかく。

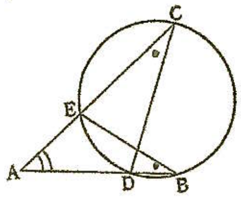
・線分AOの垂直二等分線をひいて、AOの中点Mをみつける。

・Mを中心に半径MOの円をかき、円Oとの交点をP, P'とする。

NO. 58　3年　教科書　解答

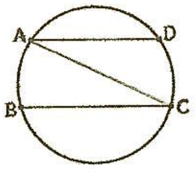
P.174

5



△ABEと△ACDで
∠Aは 共通だから
∠BAE = ∠CAD －①
$\overset{\frown}{ED}$に対する円周角だから
∠ABE = ∠ACD －②
①, ② から　2組の角が、それぞれ等しいので
△ABE ∽ △ACD

6



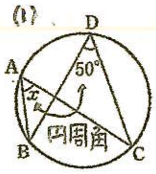
線分ACをひく。
(1) AD∥BCだから
錯角は等しいので
∠ACB = ∠DAC
1つの円で、等しい円周角に対する
弧の長さは等しいので
$\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{CD}$

(2) $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{CD}$だから
∠ACB = ∠DAC
よって 錯角が等しいので、AD∥BC
だから、(1) の 逆は成り立つ。

P.176　章末問題　学びをたしかめよう

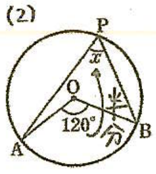
1

(1)



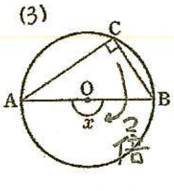
∠x = 50°

(2)



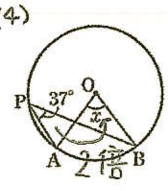
∠x = 120°× $\frac{1}{2}$
∠x = 60°

(3)



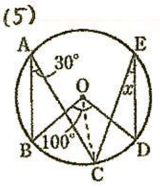
∠x = 90°×2
∠x = 180°

(4)



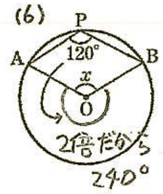
∠x = 37°×2
∠x = 74°

(5)



∠BOC = 60°
だから
∠COD = 40°
∠x = 40°× $\frac{1}{2}$
∠x = 20°

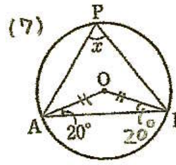
(6)



∠x = 360° − 240°
∠x = 120°

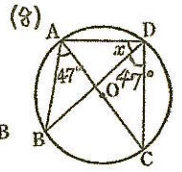
1 つづき

(7)



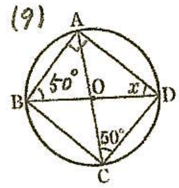
△OABはOA = OBの
二等辺三角形
∠AOB = 180° − 20°×2
= 140°
∠x = 140°× $\frac{1}{2}$
∠x = 70°

(8)



円周角は等しい
ので
∠BDC = 47°
ACは直径だから
∠ADC = 90°
∠x = 90° − 47°
∠x = 43°

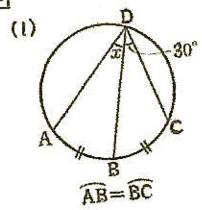
(9)



円周角は等しいので
∠ABD = 50°
BDは直径だから
∠BAD = 90°
△ABDの内角の
和は180°だから
∠ABD + ∠x = 90°
∠x = 90° − 50°
∠x = 40°

2

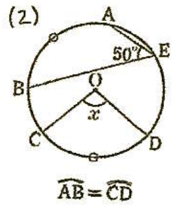
(1)



$\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{BC}$

弧が等しければ
円周角も等しい。
∠x = 30°

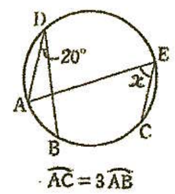
(2)



$\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{CD}$

$\overset{\frown}{CD}$の円周角も
50°だから
∠x = 50°×2
∠x = 100°

(3)



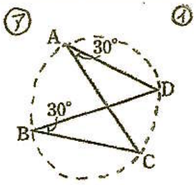
$\overset{\frown}{AC} = 3\overset{\frown}{AB}$

弧が3倍ならば
円周角も3倍
∠x = 20°×3
∠x = 60°

P.177

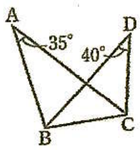
3

㋐



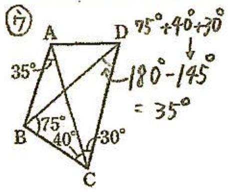
∠DAC = ∠DBC
だから ○

㋑



∠BACと∠BDC
が同じでないから
×

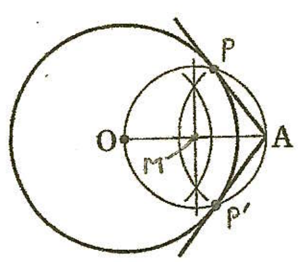
㋒



∠BAC = ∠BDC
だから ○

4点が同じ円周上にあるのは、㋐, ㋒

4



・線分OAの垂直二等分線をひき、OAの中点をMとする。
・Mを中心として、半径OAの円をかき、円Oとの交点をP, P′とする。
・接線AP, AP′をひく。

5　□に入ることがらは、上から順に
∠BCD, ∠CBD, 斜辺と1つの鋭角

NO.59　3年　教科書　解答

P.178　学びを身につけよう

①　(1) 円周の$\frac{2}{3}$の弧

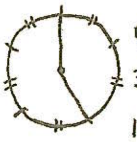
中心角は$360°\times\frac{2}{3}$で$240°$だから

円周角は

$240°\times\frac{1}{2}=120°$

<u>$120°$</u>

(2) 円周の$\frac{2}{5}$の弧



中心角は$360°\times\frac{2}{5}$で$144°$だから

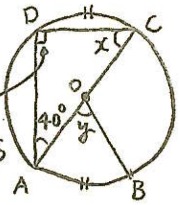
円周角は

$144°\times\frac{1}{2}=72°$

<u>$72°$</u>

②　(1)

ACが直径だから$90°$



△ADCは直角三角形になるから、

$\angle x+40°=90°$

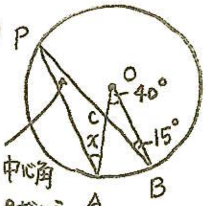
<u>$\angle x=50°$</u>

$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{DC}$だから

$\overset{\frown}{AB}$に対する円周角も$40°$になり、中心角の$\angle y$は$80°$

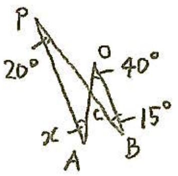
<u>$\angle y=80°$</u>

(2)



$\overset{\frown}{AB}$の中心角が$40°$だから

円周角$\angle APB=20°$



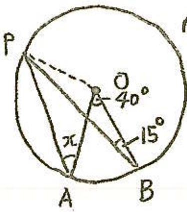
上の△CPAと△COBの両方の外角になっている

∠PCOに目をつけると

$20°+\angle x=40°+15°$

<u>$\angle x=35°$</u>

(別の求め方)



半径OPをひくと

↓

二等辺三角形が2つできる。

△OPBで

$\angle OBP=\angle OPB=15°$だから

$\angle POB=180°-15°\times2=150°$

$\angle POA=150°-40°=110°$

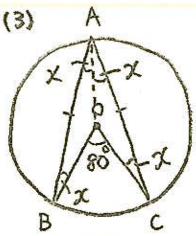
△OPAの底角が$\angle x$だから

$\angle x=(180°-110°)\div2$

$=70°\div2$

<u>$=35°$</u>

(3)



半径OPをひくと

↓

二等辺三角が2つでき、AB=ACだから、合同な三角形になる。

$\angle OBA=\angle OAB=\angle OCA=\angle OAC$となり、4つとも$x$になる。

$\angle BOC=80°$だから

円周角$\angle BAC=40°=2x$

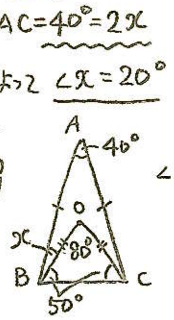
よって<u>$\angle x=20°$</u>

(別の求め方)

BCをひくと

AB=AC

OB=OC →



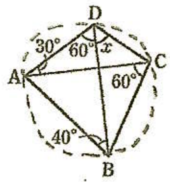
$\angle ABC=(180°-40°)\div2$

$=70°$だから

$\angle x=70°-50°$

<u>$=20°$</u>

③　(1)

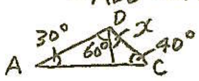


$\angle ADB=\angle ACB=60°$だから

4つの点A,B,C,Dは同じ円周上にある。

円周角が等しいので、

$\angle ABD=\angle ACD=40°$

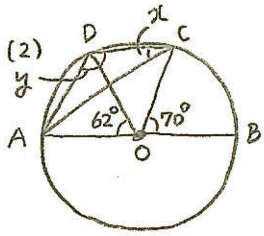


△DACに目をつけると

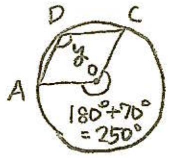
$\angle x+30°+60°+40°=180°$

<u>$\angle x=50°$</u>

(2)



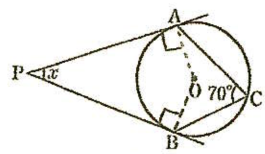
$\overset{\frown}{AD}$に対する中心角が$62°$だから、円周角の$\angle x$はその半分で、<u>$\angle x=31°$</u>



$\angle y$は、中心角$250°$の円周角だから、半分で

<u>$\angle y=125°$</u>

(3)



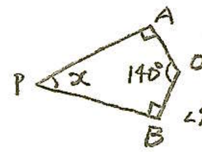
接線は半径と垂直

半径OA, OBをひくと

$\angle OAP=\angle OBP=90°$

円周角が$70°$だから

中心角$\angle AOB=140°$



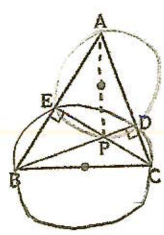
四角形PBOAで

$\angle x+90°+90°+140°=360°$だから

$\angle x=360°-320°$

<u>$\angle x=40°$</u>

④

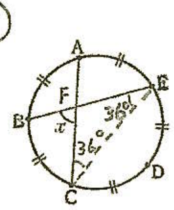


・$\angle AEP=\angle ADP=90°$だから
APを直径とする円周上にA, E, P, Dがある。

・$\angle BEC=\angle BDC=90°$だから
BCを直径とする円周上にB, C, D, Eがある。

よって<u>4点A, E, P, Dと4点B, C, D, E</u>

⑤

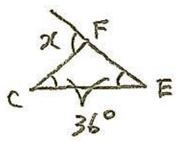


CEをひいて、BEとACの交点をFとすると

$\overset{\frown}{AE}=\overset{\frown}{BC}$で、円周の$\frac{1}{5}$の弧だから

中心角は$360°\times\frac{1}{5}=72°$で、

その円周角$\angle BEC=\angle ACE=36°$になる。



$\angle x$は△FCEの外角だから

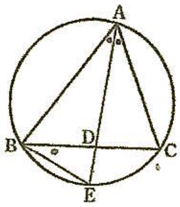
$\angle x=36°+36°$

<u>$\angle x=72°$</u>

NO. 60　3年　教科書　解答

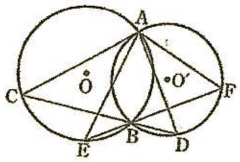
P.179

⑥



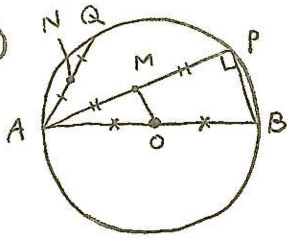
△ABEと△BDEで
仮定より ∠BAE=∠EAC
$\overset{\frown}{EC}$に対する円周角だから
∠EAC=∠DBE
したがって ∠BAE=∠DBE －①
共通な角だから ∠AEB=∠BED －②
①,②から 2組の角が、それぞれ等しいので、 △ABE∽△BDE

⑦

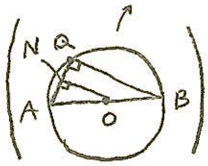


△ACDと△AEFで
円Oの $\overset{\frown}{AB}$に対する円周角だから
∠ACD=∠AEF －①
円O'の $\overset{\frown}{AB}$ に対する円周角だから
∠ADC=∠AFE －②
①,②から 2組の角が、それぞれ等しいので、 △ACD∽△AEF

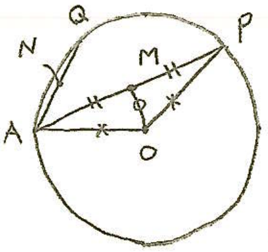
⑧



（証明 その1）
Aを通る直径をABとすると ∠APB=90°
△APBで、中点連結定理より MO//PB
よって ∠AMO=90° －①
同じようにして、 ∠ANO=90° －②



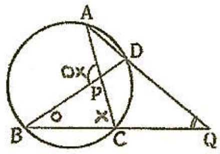
①,②から 4点 A,O,M,Nは同じ円周上にある。



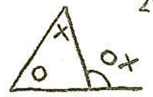
（証明 その2）
半径 OA,OPをひき、OMを結ぶと
△OAMと△OPMで
仮定より AM=PM －①
OA=OP －②
共通だから　OM=OM －③
①,②,③から 3組の辺が、それぞれ等しいので、 △OAM≡△OPM
∠OMA=∠OMP で、∠AMP=180°
だから ∠AMO=90° －④
同じようにして、∠ANO=90° －⑤

④,⑤から
4点
A,O,M,Nは
同じ円周上
にある。

⑨



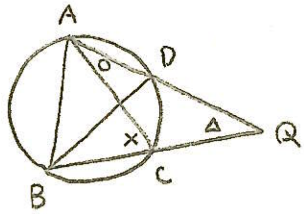
大切な目のつけどころ



2つの内角の和
は
外角に等しい

(1) △PBCで
∠APB=∠PCB+∠PBC
また ∠PCBは $\overset{\frown}{AB}$に対する円周角
∠PBCは $\overset{\frown}{CD}$ に対する円周角
だから ∠APBは、$\overset{\frown}{AB}$に対する円周角と $\overset{\frown}{CD}$ に対する円周角の和と等しくなる。

(2)



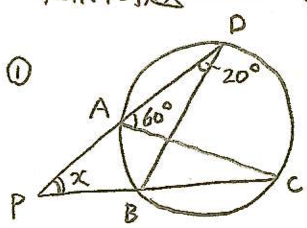
△ACQで
○+△=×
だから △=×−○

△ACQで
∠AQB=∠ACB−∠QAC
また ∠ACBは $\overset{\frown}{AB}$に対する円周角
∠QACは $\overset{\frown}{CD}$ に対する円周角
だから、∠AQBは、$\overset{\frown}{AB}$に対する円周角と $\overset{\frown}{CD}$ に対する円周角の差と等しくなる。

応用問題

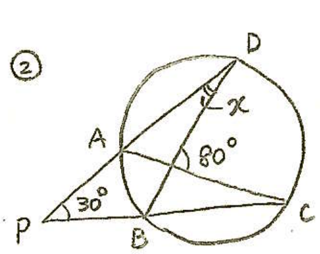
∠xの大きさを求めなさい。

①

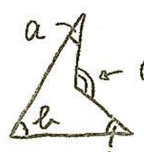


（数友 P.111 5(2)）

②



ヒント　ブーメランの形



① $x+20°=60°$
$x=40°$

② $30°+x+x=80°$
$x=25°$