3年 教科書 解答

5章 『図形と相似』

（P.120～159　プリント NO.41～55）

NO.53　おまけ　面積の比を考える2つの方法

NO.54　おまけ　相似比の便利な使い方

NO.55　おまけ　難問を考える場合に知っていると便利なこと

NO.41　3年　教科書　解答

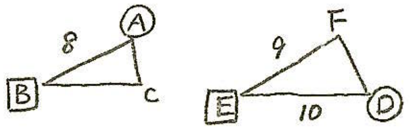
P.122

[1] ㋒の図形は㋐の図形の2倍の拡大図
㋐の図形は㋒の図形の $\frac{1}{2}$ 倍の縮図

P.123

[2] △ABC ∽ △DEF　△ABC ∽ △GIH
対応する頂点が対応していることが大切

[3]

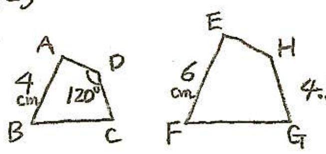


△ABC ∽ △DEF だから
対応する頂点はAとD，BとE，CとF
ABと対応する辺はDE だから
△ABCと△DEFの相似比は　8：10＝4：5
（2でわって）
よって　4：5

[4] △ABC ∽ △PQR で相似比が 1：1
ということは、対応する辺がそれぞれ等しい
ことだから、3組の辺がそれぞれ等しいという
合同条件にあてはまる。
よって　2つの三角形は合同

P.125

[5]

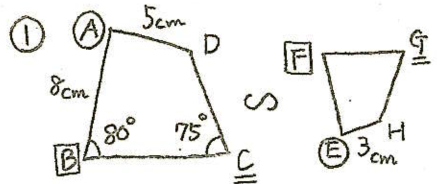


AB：EF＝CD：GH だから
4：6＝CD：4.5
6CD＝18 ← 4×4.5
CD＝3 ← $\frac{18}{6}$
∠D＝∠H＝120°
よって　CD＝3cm，∠H＝120°

知っていると便利
2　3
4：6＝CD：4.5
4も6も2でわれるから
2でわって、比を簡単にする！
2：3＝CD：4.5
3CD＝9
CD＝3

練習問題

①



(1) 点Aと点E
点Bと点F
点Cと点G
点Dと点H

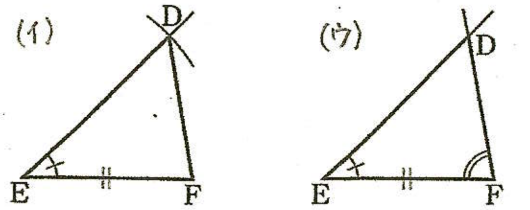
(2) 対応するADとEHの比が相似比だから
5：3

(3) ∠G＝∠C だから
75°

(4) EF：AB＝3：5 (8cm)
5EF＝8×3
EF＝$\frac{24}{5}$cm
（4.8cmもOK）

P.127

[1]

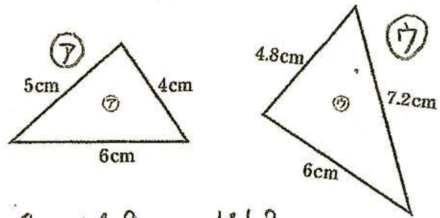


(イ)
・ABの2倍の長さをコンパスでとり、Eを中心に円の弧をかく。
・∠B＝∠EとなるようにE分度器でEから直線をひく。
・円弧と直線の交点をDとしてDFをひき△DEFとする。

(ウ)
・∠B＝∠Eとなるように分度器でEから直線をひく。
・∠C＝∠Fとなるように分度器でFから直線をひく。
・2本の直線の交点をDとして△DEFとする。

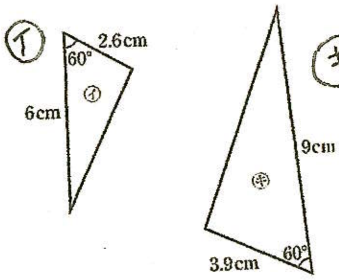
P.128

[2]



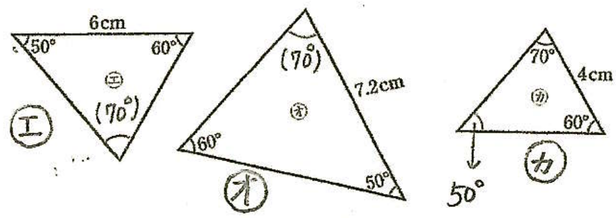
3辺の長さがわかっている。

4cm：4.8cm＝1：1.2
5cm：6cm＝1：1.2
6cm：7.2cm＝1：1.2
または 5：6
すべて
㋐と㋒　3組の辺の比がすべて等しい。



2辺の長さとその間の角がわかっている。

2.6cm：3.9cm＝2：3
1.3でわれる！
6cm：9cm＝2：3
3でわれる！
それぞれ
㋑と㋖　2組の辺の比とその間の角が、それぞれ等しい。

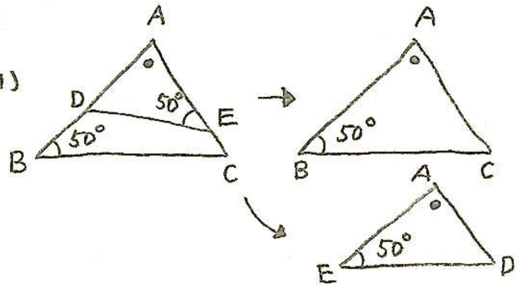


㋓と㋔と㋕　2組の角がそれぞれ等しい。

NO.42　3年 教科書 解答

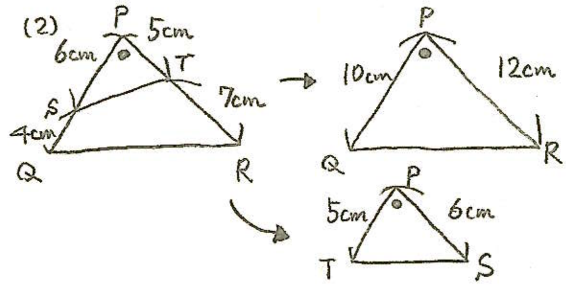
P.128

3 (1)



$\triangle ABC \backsim \triangle AED$　2組の角が、それぞれ等しい。

(2)



$PQ : PT = 2:1$
10　5

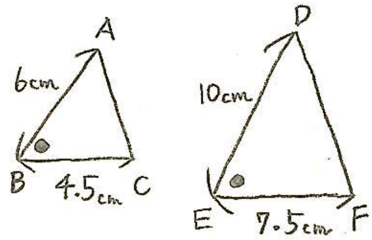
$PR : PS = 2:1$
12　6

$\triangle PQR \backsim \triangle PTS$

2組の辺の比とその間の角が、それぞれ等しい。

練習問題

①



(1) $AB : DE = 3:5$
6　10

$BC : EF = 3:5$
4.5　7.5

$\angle B = \angle E$

2組の辺の比とその間の角が、それぞれ等しいので、$\triangle ABC \backsim \triangle DEF$

6:10は2でわって 3:5

4.5:7.5は1.5でわると 3:5

または

$4.5 : 7.5$
$= 45 : 75$ (10倍)
$= 9 : 15$ (÷5)
$= 3 : 5$ (÷3)

(2) $\triangle ABC$と$\triangle DEF$の相似比は、対応する辺の比。

$AB : DE = 3:5$だから　3 : 5

(3) 相似比が3:5だから

$AC : DF = 3:5$ で $AC = 9cm$ とすると

$9 : DF = 3:5$

$3DF = 45$

$DF = \frac{45}{3} = 15$

$3DF = \cancel{9}^{3} \times 5$
$DF = 15$
3でわってとしてもOK

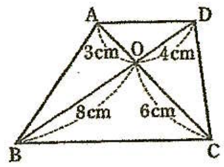
15cm

P.130

1　2倍　(理由) $\triangle AOD \backsim \triangle COB$で相似比が2:1だから $AD : CB = 2:1$より $AD = 2CB$となる。

P.131

2　$\triangle OAD$と$\triangle OCB$で



$OA : OC = 3:6 = 1:2$

$OD : OB = 4:8 = 1:2$

よって $OA : OC = OD : OB$ ―①

対頂角は等しいから $\angle AOD = \angle COB$ ―②

①, ②から 2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいので、$\triangle OAD \backsim \triangle OCB$

相似な図形では、対応する角は等しいので、$\angle ADO = \angle CBO$

よって 錯角が等しいので $AD \parallel BC$

話しあおう　直角三角形の中に垂線をおろした図形について

よくでる!

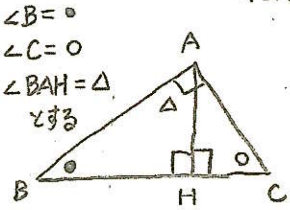
↓

等しい角に目をつけて!

↓

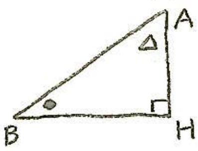
相似な三角形が3つも!!

はじめに
$\angle B = ●$
$\angle C = ○$
$\angle BAH = △$
とする



$\triangle ABC$で$\angle A = 90°$だから

$● + ○ = 90°$ ―①



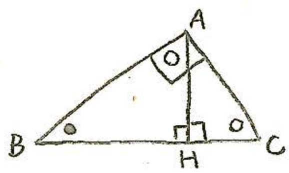
$\triangle HBA$で$\angle H = 90°$だから

$● + △ = 90°$ ―②

①, ②から

$○ = △ = 90° - ●$

ここで $\angle BAH$も○と表せるから



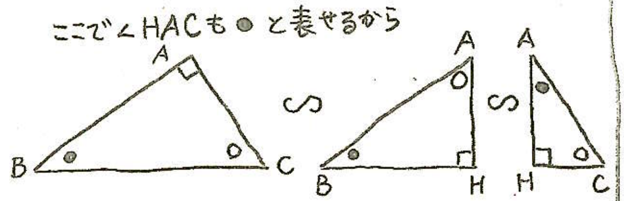
$\angle BAC = 90°$だから

$○ + \angle HAC = 90°$ ―③

①, ③から

$\angle HAC = ● = 90° - ○$

ここで$\angle HAC$も●と表せるから

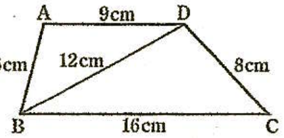


よって $\triangle ABC \backsim \triangle HBA \backsim \triangle HAC$

NO.43　3年　教科書　解答

P.131つづき　練習問題

① △ABDと△DCBで



AD:DC=6:8=3:4

BD:CB=12:16=3:4

DA:BD=9:12=3:4

よって　AD:DC=BD:CB=DA:BD

3組の辺の比がすべて等しいので

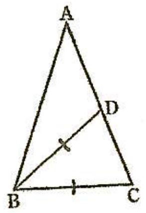
△ABD∽△DCB

相似な図形では、対応する角は等しいので

∠ADB=∠DBC

よって　錯角が等しいので、AD//BC

② △ABCと△BDCで



∠Cは共通だから

∠ACB=∠BCD　−①

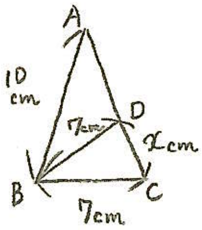
二等辺三角形の2つの底角は等しいので、

∠ABC=∠ACB

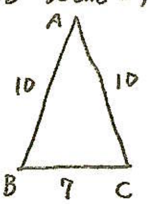
∠ACB=∠BDC

よって　∠ABC=∠BDC　−②

①,②から　2組の角がそれぞれ等しいので　△ABC∽△BDC



CD=xcmとすると



対応する辺の比例式は

$10:7=7:x$

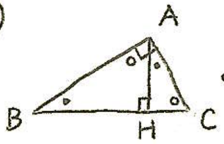
$10x=49$

$x=\frac{49}{10}$

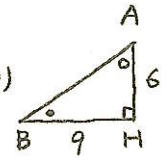
よって　$\frac{49}{10}$ cm

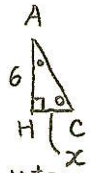
(4.9cm)

③



より





△HBA∽△HAC で、HC=xcmとすると

HB:HA=HA:HCだから

$\cancel{9}:\cancel{6}=6:x$

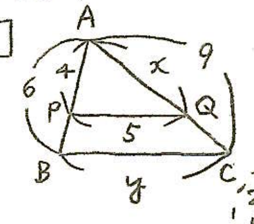
3でわると　3:2

$3x=12$

$x=4$　よって4cm

P.133

1



PQ//BCだから

AP:AB=AQ:AC

$\cancel{4}:\cancel{6}=x:9$

2:3

2でわって

$3x=18$

$x=6$　$\frac{18}{3}$

また AP:AB=PQ:BC

$\cancel{4}:\cancel{6}=5:y$

2　3

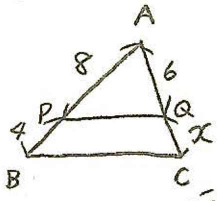
$2y=15$

$y=\frac{15}{2}$

よって　$x=6,\ y=\frac{15}{2}$　(7.5)

P.135

2



PQ//BCだから

AP:PB=AQ:QC

$\cancel{8}:\cancel{4}=6:x$

2:1

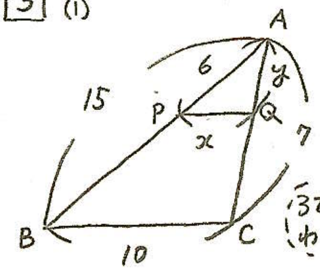
4でわって

$2x=6$

$x=3$　$\frac{6}{2}$

よって　$x=3$

3 (1)



PQ//BCだから

AP:AB=AQ:AC

$\cancel{6}:\cancel{15}=y:7$

2:5

3でわって

$5y=14$

$y=\frac{14}{5}$

また AP:AB=PQ:BC

$\cancel{6}:\cancel{15}=x:10$

2:5

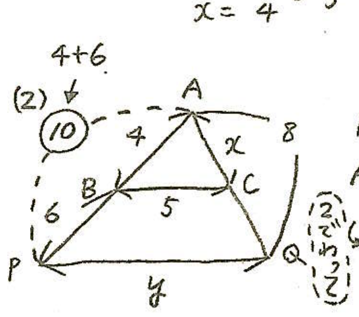
$5x=20$

$x=4$　$\frac{20}{5}$

よって　$x=4,\ y=\frac{14}{5}$　(2.8)

4+6

(2)



BC//PQだから

AB:AP=AC:AQ

$\cancel{4}:\cancel{10}=x:8$

2　5

2でわって

$5x=16$

$x=\frac{16}{5}$

また AB:AP=BC:PQ

$\cancel{4}:\cancel{10}=5:y$

2　5

$2y=25$

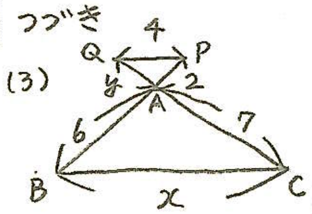
$y=\frac{25}{2}$

よって　$x=\frac{16}{5},\ y=\frac{25}{2}$　(3.2)　(12.5)

P.135 つづき

3 つづき

(3)



PQ∥BCだから

AB:AP=AC:AQ

$\cancel{6}:\cancel{2}=7:y$

3:1

2でわって

3y=7

$y=\frac{7}{3}$

また AB:AP=BC:PQ

$\cancel{6}:\cancel{2}=x:4$

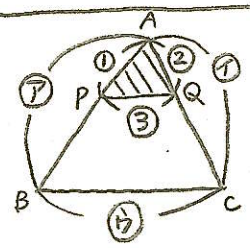
3:1

$x=12$

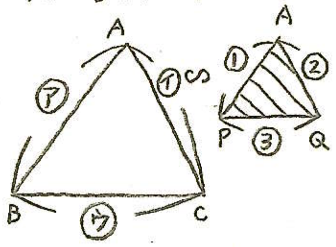
よって $x=12,\ y=\frac{7}{3}$

平行線と線分の比のポイント

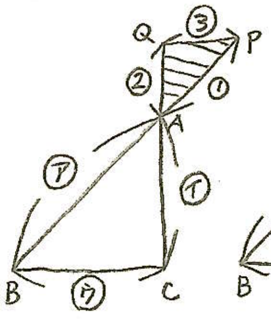
比が等しくなるのは、相似な三角形の対応する辺に注目!



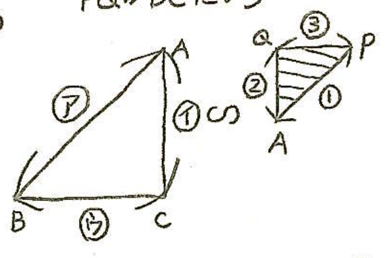
PQ∥BCだから



①:ア=②:イ=③:ウ

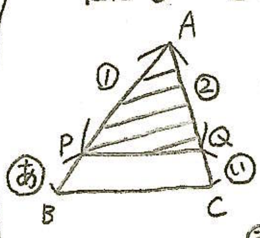


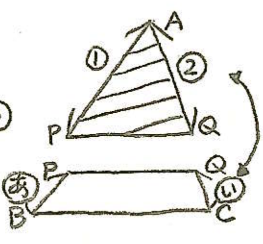
PQ∥BCだから



①:ア=②:イ=③:ウ

ただし ①:あ=②:い は PQ∥BCでも

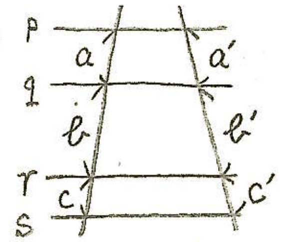




相似ではない

P.137

4



直線 p, q, r は平行だから

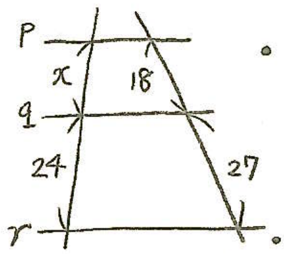
$a:a'=b:b'$

また、直線 q, r, s も平行だから

$b:b'=c:c'$

したがって $a:a'=b:b'=c:c'$

5 図の中で、次のところに目をつけて



・ $x:18=\cancel{24}:\cancel{27}$ 3でわって

8 : 9

9でわって $9x=18\times8$

$x=2\times8$

$x=16$

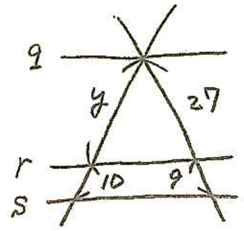
・または $x:24=\cancel{18}:\cancel{27}$ 9でわって

2 : 3

3でわって $\cancel{3}x=\cancel{24}\times2$

$x=8\times2$

$x=16$

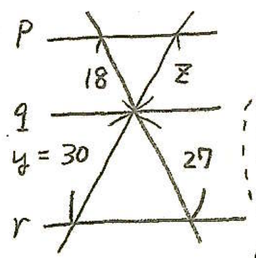


・ $y:10=\cancel{27}:\cancel{9}$ 9でわって

3 : 1

$y=30$

(・または $y:27=10:9$ でも求まる。)



・ $\cancel{18}:\cancel{27}=z:30$ 9でわって

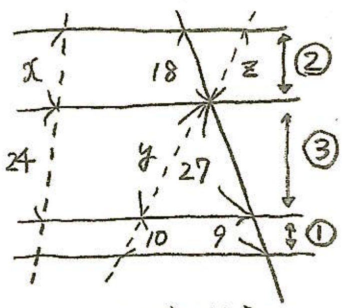
2 : 3

$3z=60$ $\frac{60}{3}$

$z=20$

(・または $18:z=27:30$ でも求まる。)

こんな目のつけ方もあり!!



18:27:9 に目をつけると、9でわれるから 2:3:1 になる。

$x:24=②:③$ から $x=16$

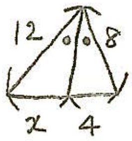
zは 10の2倍だから 20

yは 10の3倍だから 30

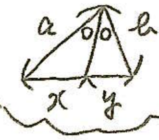
NO.45　3年　教科書　解答

P. 138

$\boxed{6}$ (1)



角の二等分線があれば
線分の比に目をつける!



$a:b=x:y$

だから

$12:8=x:4$

$3:2$

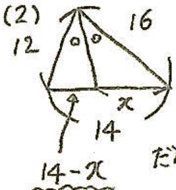
(4でわって)

$2x=12$

$x=\frac{12}{2}$

$\underline{x=6}$

(2)



$14-x$

だから

$12:16=14-x:x$

$3:4$

(4でわって)

$3x=4(14-x)$

$3x=56-4x$

$3x+4x=56$

$7x=56$

$x=\frac{56}{7}$

$\underline{x=8}$

$12:16=14-x:x$
を比を簡単に
しないで解くと…

$12:16=14-x:x$

$12x=16(14-x)$

$12x=16\times14-16x$

数字が
大きいので
計算が面倒

$12x+16x=16\times14$

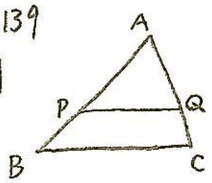
$28x=16\times14$

$x=\frac{16\times14}{28}$

だから、
16×14は、計算せずに
分数式のところで
約分すると、計算しやすい!!

P. 139

$\boxed{7}$



(証明)

△APQと△ABCで

AP:AB＝AQ:AC －①

∠Aは共通だから

∠PAQ＝∠BAC －②

①,②から 2組の辺の比とその間の角が、
それぞれ等しいので、

△APQ ∽ △ABC

相似な図形では、対応する角は等しいので

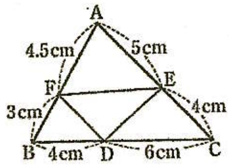
∠APQ＝∠ABC

よって 同位角が等しいので

PQ∥BC

P.140

$\boxed{8}$



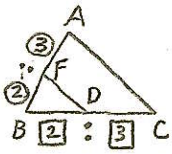
比が等しいか考えるとき
同じ数でわったり、
小数を整数の比にしたり
すると、わかりやすくなる!

AF:FB＝4.5:3＝45:30＝3:2

(1.5で
わっても3:2)

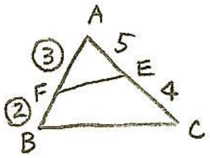
BD:DC＝4:6＝2:3

BF:FA＝3:4.5＝2:3

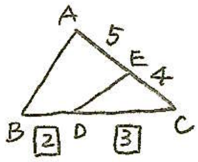


比が等しいから

FD∥AC



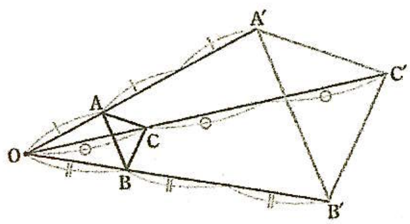
3:2 ≠ 5:4
比は等しくない



3:2 ≠ 4:5
比は等しくない

よって △ABCの辺に平行な線分は $\underline{FD}$

$\boxed{9}$



△OA'B'で

OA:OA'＝OB:OB'＝1:3

だから AB∥A'B'

$\underline{AB:A'B'=1:3}$

△OB'C', △OC'A'についても同じように考えて

BC∥B'C'

$\underline{BC:B'C'=1:3}$

CA∥C'A'

$\underline{CA:C'A'=1:3}$

△ABCと△A'B'C'で3組の辺の比が
すべて等しいので、△ABC ∽ △A'B'C'

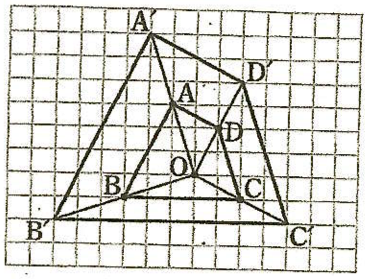
相似比は対応する辺の比だから

$\underline{1:3}$

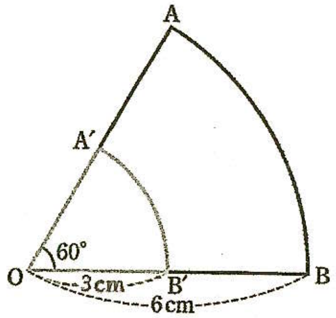
NO.46　3年　教科書　解答

P. 141

10



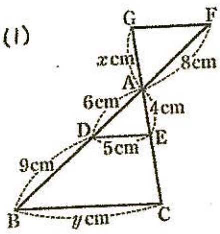
11



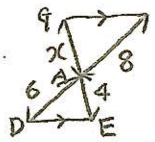
OBが6cmだから
OB′=3cmとなる
点B′をOB上にとる。
コンパスで半径をOB′とし、Oを中心に円弧をかき
OA上に点A′をとる。これで
おうぎ形OA′B′がかける。

練習問題

① (1)



BC//DE//FGだから



左の図で

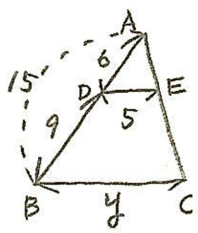
AD:AF=AE:AG

$6:8=4:x$

2でわって　$3:4$

$3x=16$

$x=\frac{16}{3}$



上の図で

AD:AB=DE:BC

まちがえないこと!

$\overset{6+9}{\downarrow}$

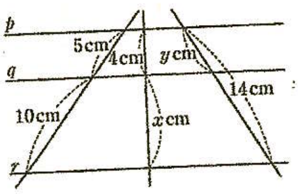
$6:15=5:y$

$2:5$

$2y=25$

$y=\frac{25}{2}$ (または 12.5)

(2)

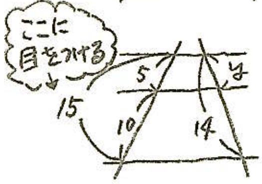


p//q//rだから

$5:10=4:x$

$1:2$

$x=8$



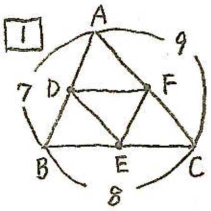
左の図で　$5:15=y:14$

$1:3$

$3y=14$　　$y=\frac{14}{3}$

P. 142

1



D, E, Fが中点だから
中点連結定理より

$DF=\frac{1}{2}BC=\frac{1}{2}\times8=4\ (=\frac{8}{2})$

$DE=\frac{1}{2}AC=\frac{1}{2}\times9=\frac{9}{2}$

$EF=\frac{1}{2}BA=\frac{1}{2}\times7=\frac{7}{2}$

だから△DEFの周の長さ

$=DF+DE+EF$

$=\frac{8}{2}+\frac{9}{2}+\frac{7}{2}$

$=\frac{24}{2}=12$

周の長さは 12cm

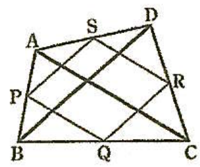
△ABCと△EFDで

AB : EF = 2 : 1
BC : FD = 2 : 1
CA : DE = 2 : 1

3組の辺の比がすべて等しいので
△DEFは△CABと相似な三角形になる。

P. 143

2



△ABCで、点P、Qは、それぞれAB、BCの中点だから、中点連結定理より　$PQ=\frac{1}{2}AC$

また、同じように

△ABDで　$PS=\frac{1}{2}BD$

△BCDで　$QR=\frac{1}{2}BD$

△ACDで　$SR=\frac{1}{2}AC$

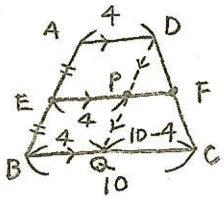
仮定より対角線ACとBDの長さが等しいから

PQ = PS = QR = SR

4つの辺の長さが、すべて等しいので、四角形PQRSはひし形である。

練習問題

① (考え方1)



図のように
AB//DQとなる点Q、Pをとる。
▱ABQD、▱AEPD、▱EBQPとなり
P、FはDQ、DCの中点だから

AD=EP=BQ=4

QC=10−4=6

△DQCで中点連結定理より

$PF=\frac{1}{2}QC=\frac{1}{2}\times6=3$

よって　EF=EP+PF

=4+3

=7

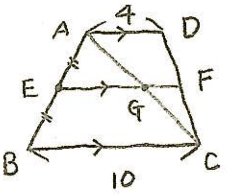
7cm

NO.47　3年　教科書　解答

P.143つづき

練習問題つづき

①つづき（考え方2）



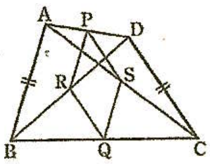
図のようにACをひき、交点をGとする。
E, G, FはAB, AC, DFの中点になるから
中点連結定理より

△ABCで $EG=\frac{1}{2}BC=\frac{1}{2}\times10=5$

△CADで $GF=\frac{1}{2}AD=\frac{1}{2}\times4=2$

よって $EF=EG+GF$
$=5+2$
$=7$　　<u>7cm</u>

②



△ABDで点P, Rは、それぞれAD, BDの中点だから
中点連結定理より

$PR=\frac{1}{2}AB$

また、同じように

△BCDで $RQ=\frac{1}{2}DC$

△ABCで $QS=\frac{1}{2}BA$

△CDAで $SP=\frac{1}{2}CD$

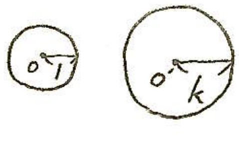
仮定より $AB=CD$ だから

$PR=RQ=QS=SP$

4つの辺の長さがすべて等しいので
四角形PRQSは、ひし形である。

P.147

1



円は相似で
相似比は、対応する線分の比だから
半径の比が相似比となる。

<u>相似比は $1:k$</u> ←

円Oの面積は $\pi\times1^2=\pi$

円O'　〃　$\pi\times k^2=\pi k^2$

面積の比は　$\pi:\pi k^2$
$=1:k^2$

面積の比は
<u>$1:k^2$</u>

P.148

2　FとGの相似比が5:3だから
面積の比は $5^2:3^2$ $(=25:9)$

Gが $180cm^2$ で Fを xcm^2 として比例式をつくると

$\overset{F}{x}:\overset{G}{180}=25:9$

両辺を9でわって

$9x=\overset{20}{\cancel{180}}\times25$

$x=20\times25$

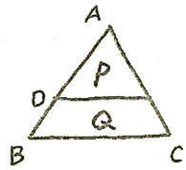
$x=500$

180×25を4500と計算してもいいけれど、
そのままの方が計算しやすい!!

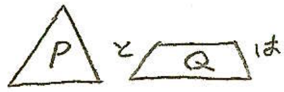
Fは <u>$500cm^2$</u>

練習問題

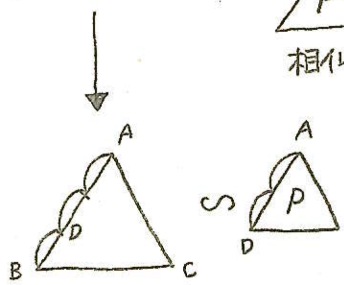
①



相似比が使えるのは
相似な図形どうし!



相似でない



$AD:DB=2:1$
だから
$AB:AD=3:2$
大切!

△ABC と P の相似比は 3:2
$72cm^2$　　面積比は $3^2:2^2$ $(=9:4)$

面積について比例式をつくると

$72:P=9:4$

両辺を9でわって

$9P=\overset{8}{\cancel{72}}\times4$

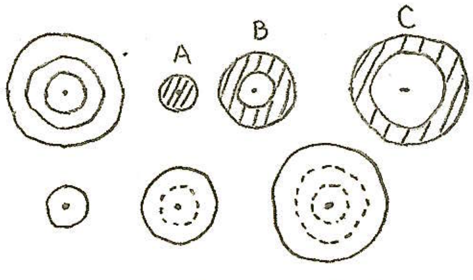
$P=8\times4$

$P=32$

$Q=\triangle ABC-P$
$=72-32$
$=40$

よって <u>$P\ 32cm^2$, $Q\ 40cm^2$</u>

②



	A	A+B	A+B+C
半径	10cm	20cm	30cm
相似比	1 :	2 :	3
面積比	1 :	4 :	9

$B=(A+B)-A=4-1=3$
$C=(A+B+C)-(A+B)=9-4=5$

よって
<u>Bは3倍
Cは5倍</u>

NO.48　3年　教科書　解答

P.149

$\boxed{1}$ (1) $\triangle OA'B'$ で $OA : OA' = OB : OB'$
$= 1 : 2$

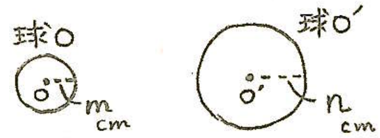
だから $AB /\!/ A'B'$
$AB : A'B' = 1 : 2$

(2) (1)と同じように考えて
$BC : B'C' = 1 : 2$
$CA : C'A' = 1 : 2$

だから 3組の辺の比が、すべて等しいので
$\triangle ABC \backsim \triangle A'B'C'$

P.150

$\boxed{2}$



表面積 $4\pi m^2 : 4\pi n^2 = m^2 : n^2$

体積 $\frac{4}{3}\pi m^3 : \frac{4}{3}\pi n^3 = m^3 : n^3$

よって 表面積比 $m^2 : n^2$
体積比 $m^3 : n^3$

P.151

$\boxed{3}$ FとGの相似比が 3 : 2
Fの表面積を $x\,cm^2$ とすると 面積比は $3^2 : 2^2$
(9 : 4)
だから
$\overset{F}{x} : \overset{G}{256} = 9 : 4$

両辺を4でわって
$4x = 256 \times 9$
$x = 64 \times 9$
$x = 576$

Fの体積を $y\,cm^3$ とすると 体積比は $3^3 : 2^3$
(27 : 8)
だから
$\overset{F}{y} : \overset{G}{256} = 27 : 8$

両辺を8でわって
$8F = 256 \times 27$
$F = 32 \times 27$
$= 864$

$32 \times 27 = 224 + 640 = 864$

よって Fの 表面積 $576\,cm^2$, 体積 $864\,cm^3$

P.152

$\boxed{4}$ (1) FとGの高さの比が 3 : 4 ということは 相似比が3:4で、円周の長さの比も 同じだから 3 : 4

$\boxed{4}$ (2) 表面積の比は、$3^2 : 4^2$ だから 9 : 16

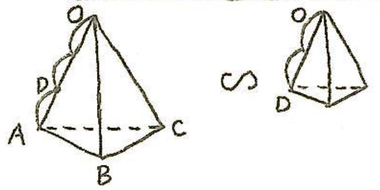
(3) Gの体積を $x\,cm^3$ とすると、体積比は $3^3 : 4^3$
(27 : 64)
だから
$\overset{F}{135\pi} : \overset{G}{x} = 27 : 64$

27×5=135 と気づけば… 両辺を27でわると
$27x = 135\pi \times 64$
$x = 5\pi \times 64$
$x = 320\pi$

約分だと まず3でわって 次に9でわって $\frac{135}{27}$ としても5とわかる!

よって $320\pi\,cm^3$

$\boxed{5}$ 相似な立体に目をつけると

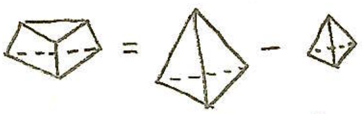


$OD : DA = 2 : 1$
だから
$OA : OD = 3 : 2$
大切!

もとの三角錐OABC　上の三角錐P

相似比 $3 : 2$
体積比 $3^3 : 2^3 = 27 : 8$

下のQの立体
(三角錐台ということもある)



$= 27 - 8$
$= 19$

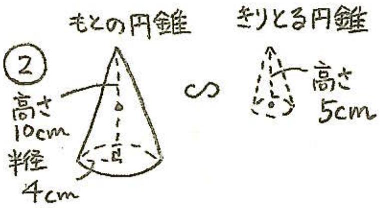
よって P=8とするとQ=19だから 8 : 19

練習問題

① 野球ボール　サッカーボール
直径 7.3cm　21.9cm (7.3×3=21.9だから)
相似比 $1 : 3$
体積比 $1^3 : 3^3 = 1 : 27$

よって サッカーボールは野球ボールの
およそ 27倍

②



高さ 10cm　5cm
相似比 $2 : 1$
体積比 $2^3 : 1^3 = 8 : 1$

体積を求めたい下の立体 = もとの円錐 − きりとる円錐 $= 8 - 1 = 7$

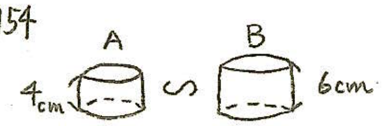
(円すい台という)
もとの円錐を8とすると求めたい立体は7となるから

$= \frac{1}{3}\pi \times 4^2 \times 10 \times \frac{7}{8}$
$= \frac{1}{3}\pi \times 16 \times 10 \times \frac{7}{8}$
$= \frac{140}{3}\pi\ cm^3$

NO.49　3年　教科書　解答

P.154

[1]



相似比が 2：3 だから

体積比は $2^3:3^3=8:27$　　8：27

[2] 体積比が 8：27（A B）であるものを

Aは6個かうので $8\times6=48$

Bは2個かうので $27\times2=54$ とすると

アイスクリームの全体の量の比は、48：54（A B）

となるから、Bの方が割安

P.155

[3] 縮尺が1000分の1の縮図△A'B'C'を かいて、A'B'の長さを測ると約4.9cm になるから

AB = x cm とすると

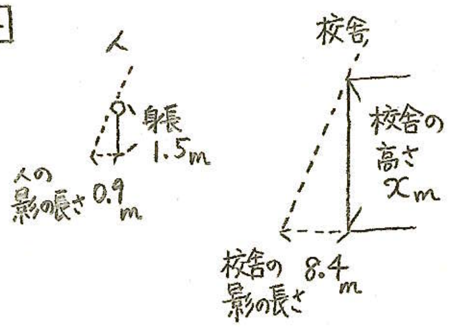
$4.9 : x = 3.5 : 3500$

両辺を3.5でわると

$\cancel{3.5}x = 4.9\times\cancel{3500}^{1000}$

$x = 4900$ (cm)　よって 49m

[4]



影をふくむ三角形が相似だから

$1.5 : x = 0.9 : 8.4$

両辺を0.3でわると

$\cancel{0.9}^{3}x = \cancel{1.5}^{5}\times8.4$

両辺を3でわると

$\cancel{3}x = 5\times\cancel{8.4}^{2.8}$

$x = 5\times2.8$

$x = 14$　　よって 14m

（$0.9x=1.5\times8.4$ をそのまま計算すると…

$$\begin{array}{r} 1.5 \\ \times\ 8.4 \\ \hline 60 \\ 120 \\ \hline 12.60 \end{array}$$

$0.9x = 12.6$

$x = \frac{12.6}{0.9}$

$x = 14$

$$\begin{array}{r} 14 \\ 0.9\overline{)12.6} \\ 9 \\ \hline 36 \\ 36 \\ \hline 0 \end{array}$$

筆算のかけ算・わり算をまちがえないようにすればOK!!）

P.156　章末問題　学びをたしかめよう

[1] (1) 対応する辺はACとDFだから（AC=2, DF=6）

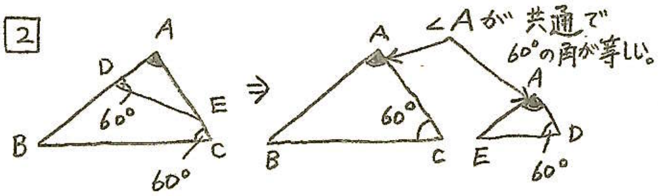
相似比 = 2：6 = 1：3　　1：3

(2) BC：EF = 1：3 だから

5：EF = 1：3

EF = 15　　15cm

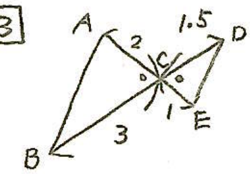
[2]



△ABC ∽ △AED

2組の角が、それぞれ等しい。

[3]



（証明）

△ABCと△EDCで

AC：EC = $\boxed{2}$：$\boxed{1}$

BC：DC = 3：1.5 = $\boxed{2}$：$\boxed{1}$

よって AC：EC = BC：DC　—①

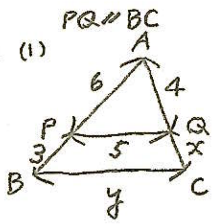
$\boxed{\text{対頂角}}$は等しいから

∠ACB = $\boxed{\angle ECD}$　—②

①，②から $\boxed{\text{2組の辺の比とその間の角}}$が

それぞれ等しいので △ABC ∽ △EDC

[4] (1)



AP：PB = AQ：QC だから

$6:3 = 4:x$

（÷3）$2:1$

$2x = 4$

$x = 2$

AP：AB = PQ：BC だから

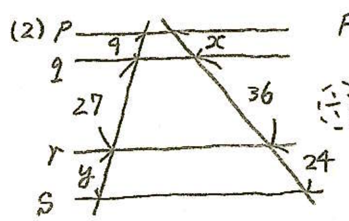
$6:9 = 5:y$

（÷3）$2:3$

$2y = 15$

$y = \frac{15}{2}$（または 7.5）

(2)



p∥q∥r∥s

$9:27 = x:36$

（÷3）$1:3$

$3x = 36$

$x = 12$

$27:y = 36:24$（÷12）

$3:2$

$3y = \cancel{27}^{9}\times2$（両辺を3でわって）

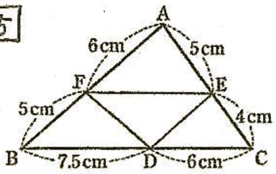
$y = 9\times2$

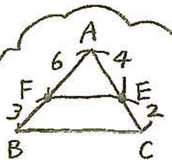
$y = 18$

NO.50　3年　教科書　解答

P.157 つづき

5





AF:FB=AE:EC
ならば FE∥BC

・AF:FB　AE:EC
6:5 ≠ 5:4　だから FEはBCに平行でない。

もし 平行なら積が等しい
6:5　5:4 で
6×4　5×5
等しくないので×

・BD:DC　BF:FA
7.5:6 ≠ 5:6

・CD:DB　CE:EA
6:7.5=4:5

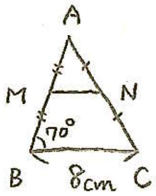
比が等しくなる確かめ方

6:7.5　4:5
6×5 = 7.5×4
30　30
積が等しい

整数比にする
6:7.5　4:5
↓ ×10
60:75
↓ ÷5
12:15
↓ ÷3
4:5
等しい

DE∥BAだから△ABCの辺に平行なのは DE

6



M, Nが中点だから
中点連結定理より
MN∥BC
$MN=\frac{1}{2}BC=\frac{1}{2}\times 8=4cm$

平行だから同位角は等しいので
∠AMN=∠ABC=70°

よって MN=4cm, ∠AMN=70°

7　FとGの相似比が3:1だから
面積比は $3^2:1^2$ (=9:1)
Gの面積を $x\ cm^2$ とすると比例式は

F　G
$144:x=9:1$

$9x=144$

$x=\frac{144}{9}=16$

よって
Gは $16cm^2$

8　相似な正四角錐FとGで、底面の1辺の比が5:3 だから、相似比が 5:3

(1) 表面積の比は、2乗の比だから $5^2:3^2$

よって 25:9

(2) 体積の比は、3乗の比だから $5^3:3^3$

よって 125:27

(3) Fの体積を $x\ cm^3$ とすると

F　G
$x:81=125:27$

両辺を27でわって

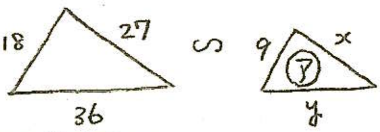
$27x=81\times125$　(81÷27=3)

$x=3\times125$

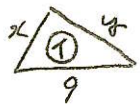
$x=375$　よって Fは $375cm^3$

P.158　章末問題　学びを身につけよう

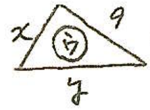
①



のとき



のとき



のとき

3つの場合をそれぞれ考える!!

3辺の比をはじめに簡単な比にすると、計算しやすい!

18:27:36は
3つの数とも9でわれるから
$\cancel{18}:\cancel{27}:\cancel{36}$
$=\boxed{2:3:4}$ ←この比を使う!!

㋐

$2:9=3:x$
$2x=27$
$x=\frac{27}{2}$

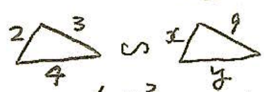
$2:9=4:y$
$2y=36$
$y=18$

㋑

$2:x=4:9$
$4x=18$
$x=\frac{18}{4}=\frac{9}{2}$

$3:y=4:9$
$4y=27$
$y=\frac{27}{4}$

㋒



$2:x=3:9$
$x=6$

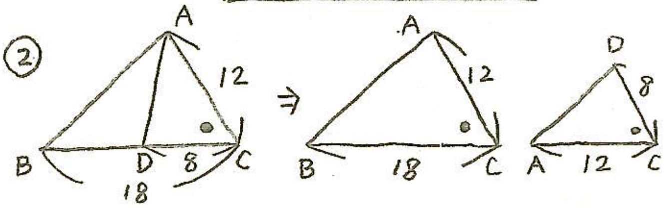
$4:y=3:9$
$y=12$

答
2辺は
$\frac{27}{2}$cm, 18cm
$\frac{9}{2}$cm, $\frac{27}{4}$cm
6cm, 12cm

NO. 51　3年　教科書　解答

P. 158つづき　学びを身につけよう

②



（証明）

$\triangle ABC$ と $\triangle DAC$ で

$\angle ACB = \angle DCA$ －①

$AC : DC = 12 : 8 = 3 : 2$ －②

$BC : AC = 18 : 12 = 3 : 2$ －③

②,③から　$AC : DC = BC : AC$ －④

①,④から　2組の辺の比とその間の角が、

それぞれ等しいので

$\triangle ABC \backsim \triangle DAC$

$AB = 16cm$ ，$DA = x cm$ とすると

$AB : DA = BC : AC$ だから

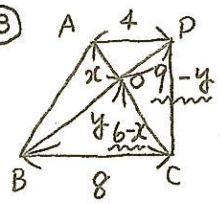
$16 : x = 18 : 12$

$\qquad\quad = 3 : 2$ ）÷6

$3x = 16 \times 2$

$x = \frac{32}{3}$　　よって $DA = \frac{32}{3}cm$

③



$AD \parallel BC$ だから

$\triangle OAD \backsim \triangle OCB$

$AO = x cm$, $BO = y cm$ とすると

$AC = 6cm$ だから $OC = 6 - x (cm)$

$BD = 9cm$ だから $OD = 9 - y (cm)$

相似な図形の対応する辺について比例式をつくると

$AD : CB = AO : CO$

(÷4) $\cancel{4} : \cancel{8} = x : 6 - x$

$1 : 2$

$2x = 6 - x$

$3x = 6$ ）$\frac{6}{3}$

$x = 2$

$AD : CB = DO : BO$

$\cancel{4} : \cancel{8} = 9 - y : y$

$1 : 2$

$y = 2(9 - y)$

$y = 18 - 2y$

$3y = 18$ ）$\frac{18}{3}$

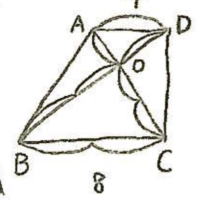
$y = 6$

よって

$AO = 2cm$

$BO = 6cm$

こんな考え方も…



$\triangle OAD \backsim \triangle OCB$ で

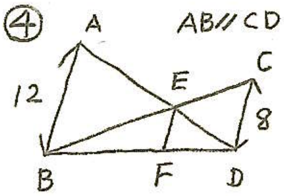
$\underset{4}{AD} : \underset{8}{CB} = AO : CO = DO : BO = 1 : 2$

だから

$AO = \frac{1}{3}AC = \frac{1}{3} \times 6 = 2cm$

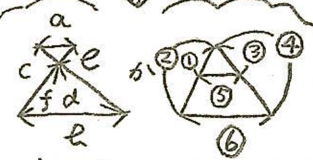
$BO = \frac{2}{3}BD = \frac{2}{3} \times 9 = 6cm$

④　$AB \parallel CD \parallel EF$



相似な図形が　どこにあるか?!

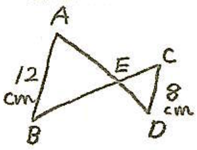
⇓



$a : b = c : d = e : f$　　①:②=③:④=⑤:⑥

↓

まず目をつけるのは



長さがわかっている図形

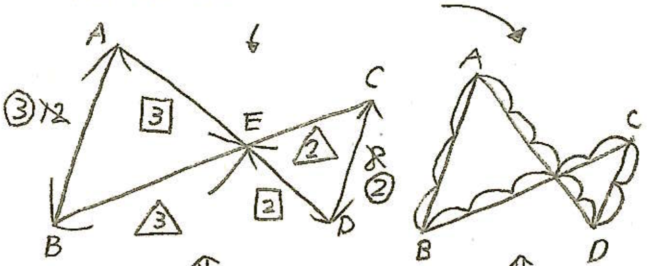
$\triangle ABE \backsim \triangle DCE$ で

$AB : DC = 12 : 8 = 3 : 2$

4でわって

だから

$AE : DE = BE : CE = 3 : 2$

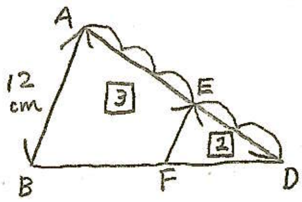


⇑　　　　　　⇑

数字で比を書きこんだり　　　のような印で区切ったりすると

考えやすくなる!!

次に目をつけるのは　求めたい線分（EF）をふくむ図形



$\triangle ABD$ と $\triangle EFD$

$AB \parallel EF$ だから

$AB : EF = DA : DE$

$12 : x = 5 : 2$

（2+3）

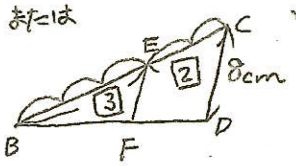
$5x = 24$

$x = \frac{24}{5}$

よって $EF = \frac{24}{5}cm$

(4.8cm)

または



$CD : EF = BC : BE$

$8 : x = 5 : 3$

$5x = 24$

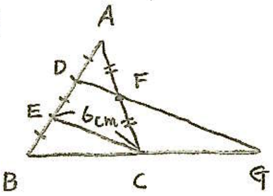
$x = \frac{24}{5}$

わかっている数字(長さ)から比を考え、他の対応する辺の比を書きこむと、比例式がつくりやすい!

NO. 52　3年　教科書　解答

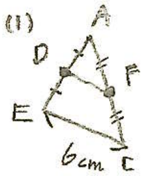
P. 158 つづき　学びを身につけよう

⑤

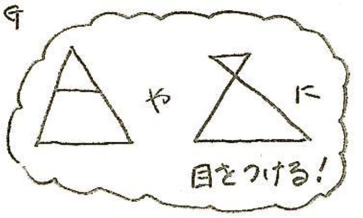


D, EはABの3等分点、
FはACの中点、
EC = 6cm

(1)



△AEC
に目を
つけると
D, Fは
AE, ACの中点になっているから
中点連結定理より

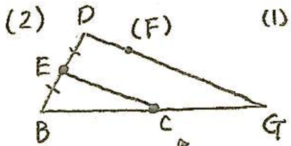


DF // EC ← 問題文に書いてなくても平行とわかる!

$DF = \frac{1}{2}EC$

だから $DF = \frac{1}{2} \times 6 = 3$ cm　DF = 3cm

(2)



(1)より DF // EC とわかったので
DG // ECでもある。

△BDGで
BE : ED = BC : CG = 1 : 1
だから BC = CG

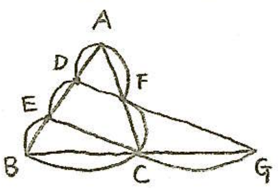
Eが中点だから
Cも BGの中点になる

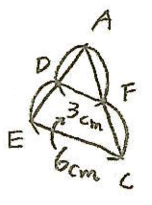
(3) △BDGで
EC : DG = BE : BD
6 : DG = 1 : 2 ← EがBDの中点だから

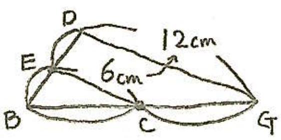
DG = 12 cmとわかるから

FG = DG − DF
= 12 − 3
= 9　よって FG = 9cm

山印をつけても、中点連結定理を見つけやすい!!

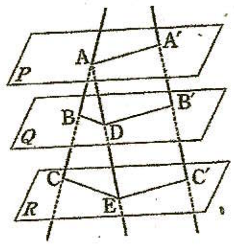






P. 159

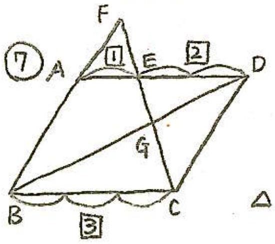
⑥



Aを通り直線A′C′に平行な直線をひき、平面Q, Rとの交点をそれぞれD, Eとする。3つの平面P, Q, Rは平行だから四角形ADB′A′, DEC′B′は、ともに平行四辺形である。

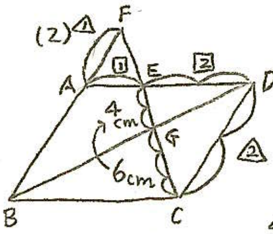
よって AD = A′B′, DE = B′C′ −①
また BD // CEだから △ACEで
AB : BC = AD : DE −②
①, ②から AB : BC = A′B′ : B′C′

⑦

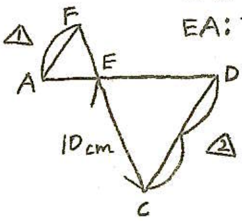


(1) AE : ED = 1 : 2で
AD = BCだから
ED : CB = 2 : 3
△GED ∽ △GCBで
EG : CG = ED : CB = 2 : 3
よって 2 : 3

(2)

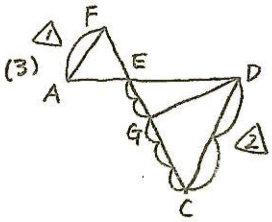


(1)より EG : CG = 2 : 3で
GC = 6cm とすると
$EG = 6 \times \frac{2}{3} = 4$ cm になる。
だから EC = 4 + 6 = 10 cm
△EAF ∽ △EDCで
EA : ED = AF : DC = FE : CE = 1 : 2



FE : 10 = 1 : 2
2FE = 10
FE = 5　よって 5cm

(3)



△EAF ∽ △EDCで
相似比が 1 : 2だから
面積の比は、
$\triangle EAF : \triangle EDC = 1^2 : 2^2 = 1 : 4$

△EDC = 4△EAF

△EDCで EG : GC = 2 : 3だから
△ECDと△GCDは底辺の比が5 : 3で
高さが共通だから面積の比も 5 : 3
△ECD : △GCD = 5 : 3

3△ECD = 5△GCD
$\triangle GCD = \frac{3}{5}\triangle ECD = \frac{3}{5} \times 4\triangle EAF$
$= \frac{12}{5}\triangle EAF$

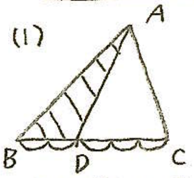
よって
$\triangle AEF : \triangle CDG = 1 : \frac{12}{5} = 5 : 12$　5 : 12

P. 159 つづき

⑦ おまけ　面積の比を考える方法

★ 底辺×高さ 作戦

(1)

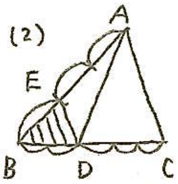


BD：DC＝2：3

△ABD：△ABC
＝ 底×高 2×1 ： 底×高 5×1
＝ 2 ： 5

底辺の比 2：5
高さの比 1：1

(2)



BD：DC＝2：3
BE：EA＝1：2

△EBD：△ABC
＝ 底×高 2×1 ： 底×高 5×3
＝ 2 ： 15

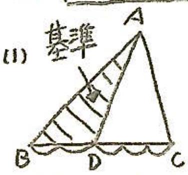
底辺の比 2：5
高さの比 1：3

△EBDと△ABCの高さの比は BE：BAと同じ

この見方・考え方がとても大切なポイント

★ 基準の三角形 大作戦

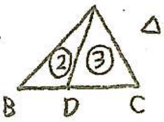
(1)



BD：DC＝2：3

比がわかっている辺をもとに、ある三角形の面積を基準にしてすぐとなりの三角形の面積を数字で表す!

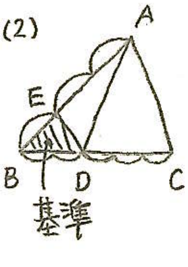
△ABDを基準にして
BD：DC＝2：3だから
△ABDの面積を②とすると
△ADC 〃 は③となる。



△ABCは⑤となる。

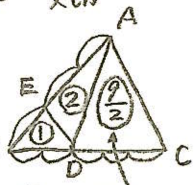
△ABD：△ABC＝②：⑤

(2)



基準

BE：EA＝1：2だから
△EBDを基準にして①とすると
すぐとなりの △AEDは②となる。
大切

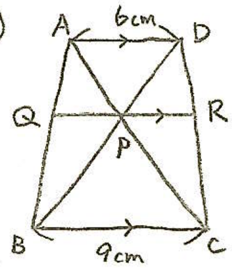


△ABD＝①＋②＝③
となり
BD：DC＝2：3だから
△ABDのすぐとなりの
△ADC＝③×$\frac{3}{2}$＝$\frac{9}{2}$

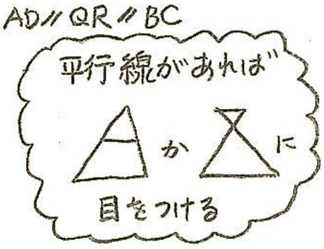
△ABC＝①＋②＋$\frac{9}{2}$＝$\frac{15}{2}$

よって △EBD：△ABC＝①：$\frac{15}{2}$＝2：15

⑧



AD∥QR∥BC

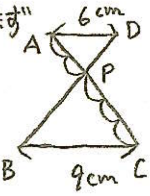


(1) △PDAと△PBCで
AD∥BCで錯角は等しいから
∠DAP＝∠BCP －①
対頂角は等しいから
∠APD＝∠CPB －②

もう1組の錯角に目をつけ ∠ADP＝∠CBPでもOK

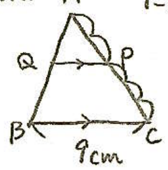
①,②から 2組の角がそれぞれ等しいので
△PDA∽△PBC

(2) まず

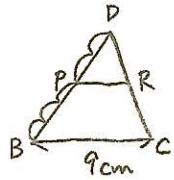


に目をつけると
AP：CP＝DP：BP＝AD：CB＝2：3 (AD＝6, CB＝9)

次に



に目をつけ AP：PC＝2：3とわかったから
AP：AC＝QP：BCより
2：5＝QP：9
5QP＝18
QP＝$\frac{18}{5}$



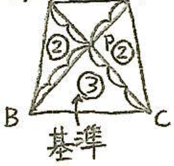
△DBCでも同じように考えると
PR＝$\frac{18}{5}$ となる。
よって QR＝$\frac{18}{5}\times2$＝$\frac{36}{5}$

PQ＝$\frac{18}{5}$cm　QR＝$\frac{36}{5}$cm
(3.6)　(7.2)

(3) △PDA∽△PBCで 相似比は2：3だから
面積比は2乗の比となり △PDA：△PBC＝4：9

だから △PBC：△PDC＝3：2
(底辺の比がPB：PD＝3：2)

(4)



基準

△PBCを基準にして面積を③とすると
すぐとなりの△PDCと△PABは、どちらも②となる。
△PAD：△PBC＝4：9だったから
△PAD＝△PBC×$\frac{4}{9}$
＝③×$\frac{4}{9}$＝$\frac{4}{3}$

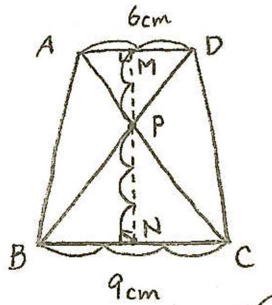
だから 台形ABCD＝③＋②＋②＋$\frac{4}{3}$＝$\frac{25}{3}$
台形ABCD：△PBC＝$\frac{25}{3}$：③＝$\frac{25}{3}$：$\frac{9}{3}$＝25：9
よって 台形ABCDは△PBCの $\frac{25}{9}$倍

NO.54　3年　教科書　解答

P.159 つづき

⑧ おまけ　**相似比の便利な使い方**

(4)



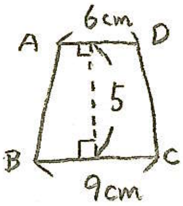
△PAD ∽ △PCB で
相似比 = 2 : 3 だから
左の図の三角形の高さ
の比もPM : PN = 2 : 3
となる。

⇓

△PBCの高さを 3
台形ABCDの高さを 5

と考えてOK!

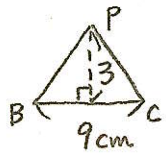
台形ABCDの面積



$$\frac{(6+9)\times 5}{2} = \frac{75}{2}$$

(15×5)

△PBCの面積



$$\frac{9\times 3}{2} = \frac{27}{2}$$

だから　台形ABCD : △PBC $= \dfrac{75}{2} : \dfrac{27}{2}$ ↲×2

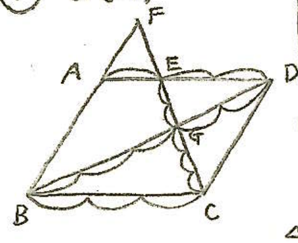
$= 75 : 27$ ↲÷3

$= 25 : 9$

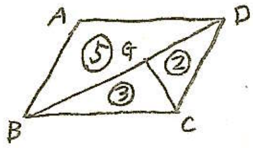
よって 台形ABCDは△PBCの $\dfrac{25}{9}$ 倍

⑦ おまけ

四角形ABGEの面積は△GCDの何倍か



㋐ まず、△GCDを基準として
DG : GB = 2 : 3 だから
△GCDの面積を②とすると
△GCBは③となる。



㋑ 次に
△BCDは ②+③=⑤となり
△BCD ≡ △DAB だから
△DABも⑤となる。

㋒ また、EG : GC = 2 : 3 だから

$$\triangle EGD = \triangle GCD \times \frac{2}{3} = ② \times \frac{2}{3} = \left(\frac{4}{3}\right)$$

㋓ △DAB = ⑤ と △EGD = $\left(\frac{4}{3}\right)$ から

四角形ABGE = △DAB − △EGD

$= ⑤ - \left(\frac{4}{3}\right)$

$= \left(\frac{15}{3}\right) - \left(\frac{4}{3}\right)$

$= \left(\frac{11}{3}\right)$

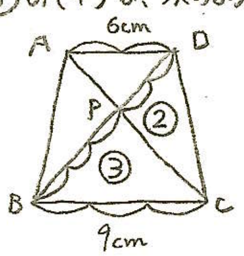
㋔ だから 四角形ABGE : △GCD $= \left(\frac{11}{3}\right) : ②$

$= \left(\frac{11}{3}\right) : \left(\frac{6}{3}\right)$

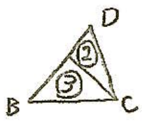
$= 11 : 6$

よって四角形ABGEは
△GCDの $\dfrac{11}{6}$ 倍

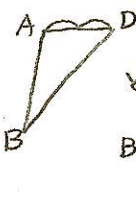
⑧の(4)は、次のようにも解ける・・・



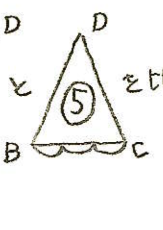
△PBCを基準にして③とすると
△PCDは②となるから



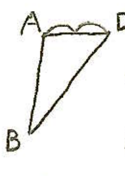
△DBCは⑤となる。



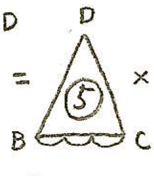
と



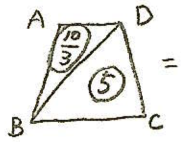
を比べると、高さは同じで、底辺の比が 2 : 3 だから



$=$

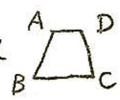


$\times \dfrac{2}{3} = \left(\dfrac{10}{3}\right)$

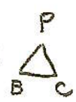


$= ⑤ + \left(\dfrac{10}{3}\right) = \left(\dfrac{25}{3}\right)$

よって



:



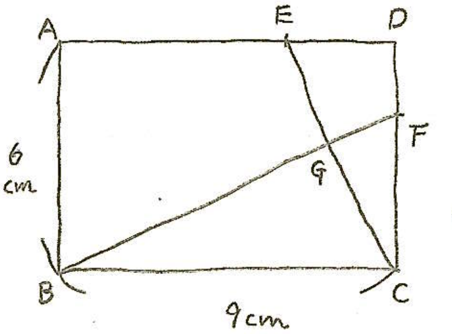
$= \left(\dfrac{25}{3}\right) : ③ = 25 : 9$

台形ABCDは△PBCの $\dfrac{25}{9}$ 倍

NO. 55　3年　教科書　解答

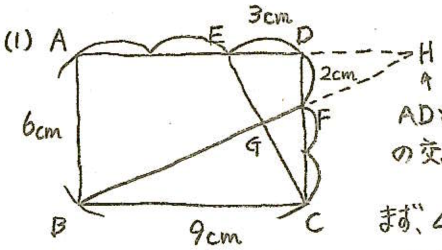
おまけ　難問を考える場合に知っていると、便利なこと

おまけ1　線分をのばして、相似な三角形をつくること



長方形ABCDで
AE:ED=2:1
DF:FC=1:2
のとき
(1) EG:GCを簡単な比で表せ。
(2) △GBCの面積を求めよ。

(1)



ADとBFの延長線の交点をHとする。

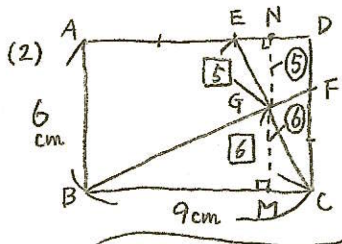
まず、△FBCと△FHDに目をつけると
2組の角がそれぞれ等しいから相似になり、
DF:CF=DH:CB=1:2
だから $DH=\frac{1}{2}BC=\frac{9}{2}$ cm

次に△GEHと△GCBに目をつけると、2組の角がそれぞれ等しいから相似になり
EH:CB = EG:CG
ここで EH = ED + DH
$= 3+\frac{9}{2}$
$=\frac{15}{2}$ cm だから

$EG:CG=\underset{(EH)}{\frac{15}{2}}:\underset{(CB)}{9}=\frac{15}{2}:\frac{18}{2}=\underset{5}{15}:\underset{6}{18}$

よって EG:GC=5:6

(2)



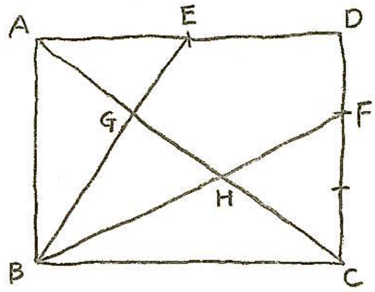
Gを通りBCに垂直な線MNをひくと
△GNE∽△GMCで
GM:GN=GC:GE
　　　　　6　 5

$GM=MN\times\frac{6}{11}=6\times\frac{6}{11}=\frac{36}{11}$ cm

$\triangle GBC=9\times\frac{36}{11}\times\frac{1}{2}=\frac{162}{11}$　　△GBCは $\frac{162}{11}$ cm^2

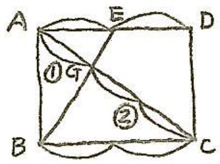
おまけ2　1つの線分を3つに分けたときの比を求めること

「連比(れんぴ)」

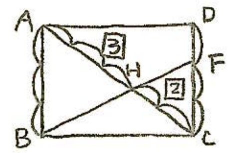


長方形ABCDで
EはADの中点
DF:FC=1:2
のとき
(1) AG:GH:HCを簡単な比で表せ。
(2) △GBHの面積は、長方形ABCDの面積の何倍か。

(1) 連比の問題は、2組の相似な三角形に目をつける!

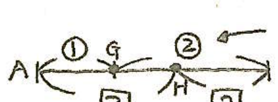


まず
左の図に目をつけると
△GAE∽△GCBで
AG:CG=AE:CB=1:2 ―①

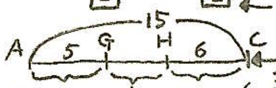


次に
左の図に目をつけると
△HCF∽△HBAで
CH:AH=CF:AB=2:3 ―②

① ②からACを2通りに分けた比が
AG:CG=1:2 と CH:AH=2:3 になった。



ACを3等分したうちの1つ分と2つ分
ACを5等分したうちの3つ分と2つ分



3と5の最小公倍数の15をACの長さとする

大切

まず
$AG=15\times\frac{1}{3}$
AG=5

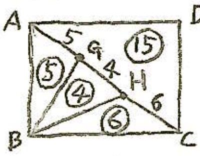
次に
$CH=15\times\frac{2}{5}$
CH=6

左のような順に考え
AG=5, CH=6, GH=4
とわかる!

最後に GH=15−(5+6)
GH=4

よって AG:GH:HC=5:4:6

(2)



大切

AG:GH:HC=5:4:6だから
△GBHと△ABGと△HBCの高さは共通と考えると、面積の比は、底辺の比と同じになる。

△GBHの面積を④とすると、上の図のように△ABCは⑮で
△ABCと△CDAは合同で、長方形ABCDが㉚となる。
よって △GBHは長方形ABCDの $\frac{4}{30}$倍 $=\frac{2}{15}$倍　　$\frac{2}{15}$倍