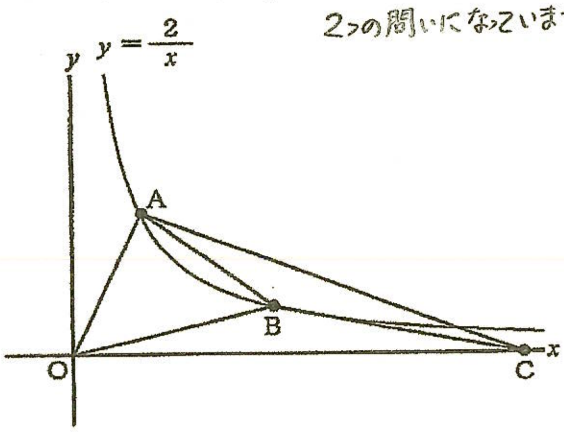
公立入試 関数問題（平成29年度以降は、大きな問題の2番目の中に出題されています。）

※ 平成29年度用入試から、形式が変わり、問題は1問です。28年度までは、①②と2つの問いになっています。

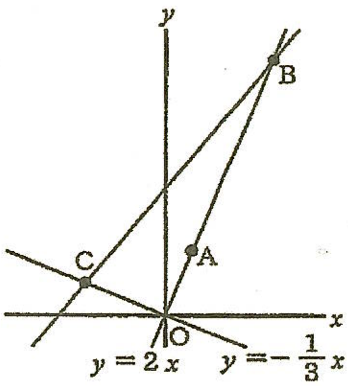
2A (3) 図で，Oは原点，A，Bは関数 $y=\dfrac{2}{x}$ のグラフ上の点で，x 座標はそれぞれ1，3である。また，Cは x 軸上の点で，x 座標は正である。

△AOBの面積と△ABCの面積が等しいとき，点Cの座標を求めなさい。



2B (3) 図で，Oは原点，A，Bはともに直線 $y=2x$ 上の点，Cは直線 $y=-\dfrac{1}{3}x$ 上の点であり，点A，B，Cの x 座標はそれぞれ1，4，−3である。

このとき，点Aを通り，△OBCの面積を二等分する直線と直線BCとの交点の座標を求めなさい。

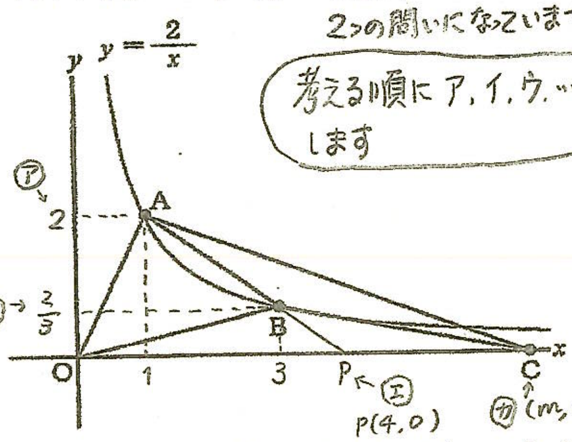


公立入試 関数問題 (~~毎年~~ 平成29年度以降は 大きな問題の2番目の中に出題されています。)

※ 平成29年度用入試から、形式が変わり、問題は1問です。28年度までは、①②と2つの問いになっています。

2A (3) 図で，Oは原点，A，Bは関数 $y=\frac{2}{x}$ のグラフ上の点で，x 座標はそれぞれ1，3である。また，Cは x 軸上の点で，x 座標は正である。

△AOBの面積と△ABCの面積が等しいとき，点Cの座標を求めなさい。



考える順にア，イ，ウ…とします

㋐ Aのy座標は $y=\frac{2}{x}$ に $x=1$ を代入し $y=\frac{2}{1}=2$ だから A(1, 2)とわかる

㋑ Bのy座標は，$x=3$ を代入し $y=\frac{2}{3}$ だから B$(3, \frac{2}{3})$ とわかる

㋒ 直線ABの式を求めると A(1, 2) B$(3, \frac{2}{3})$ より $y=ax+b$ に代入し

$$\begin{cases} 2=a+b & \text{-①} \\ \frac{2}{3}=3a+b & \text{-②} \end{cases}$$

②×3 $2=9a+3b$

①×3 $6=3a+3b$

$-4=6a$

$-\frac{4}{6}=a$

$a=-\frac{2}{3}$ を①に代入し

$2=-\frac{2}{3}+b$

$\frac{6}{3}+\frac{2}{3}=b$

$\frac{8}{3}=b$

よってABの式は $y=-\frac{2}{3}x+\frac{8}{3}$ とわかる

㋓ 直線ABとx軸との交点をPとするとPのx座標は $y=-\frac{2}{3}x+\frac{8}{3}$ に $y=0$ を代入し

$0=-\frac{2}{3}x+\frac{8}{3}$

×3 $2x=8$

$x=4$

P(4, 0)とわかる

㋔ △AOB＝△AOP－△BOP

$=4\times2\times\frac{1}{2}-4\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}$

$=\frac{8}{3}$

㋕ Cの座標をC(m, 0)とすると

△ABC＝△APC－△BPC

$=(m-4)\times2\times\frac{1}{2}-(m-4)\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}$

PC＝m－4

$=\frac{2}{3}(m-4)$

㋖ △AOB＝△ABCより

$\frac{2}{3}(m-4)=\frac{8}{3}$

×3 $2m-8=8$

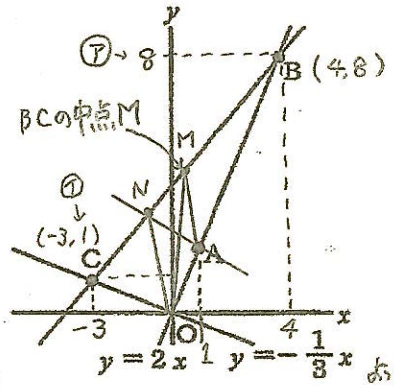
$2m=16$

$m=8$

よって C(8, 0)

2B (3) 図で，Oは原点，A，Bはともに直線 $y=2x$ 上の点，Cは直線 $y=-\frac{1}{3}x$ 上の点であり，点A，B，Cの x 座標はそれぞれ1，4，－3である。

このとき，点Aを通り，△OBCの面積を二等分する直線と直線BCとの交点の座標を求めなさい。



考え方の流れ

① BCの中点をMとするとOMは，△OBCの面積を2等分する。

② MA∥ONとなる点NをBC上にとると，平行線と面積の関係から等積変形となるから △MNO＝△ANOとなる。

③ △OCM＝△OCN＋△MNO＝四角形OCNA＝△OBC×$\frac{1}{2}$ となるから，ANは△OBCを二等分する直線となる。
（△MNO＝△ANO）

㋐ Bのy座標は $y=2x$ に $x=4$ を代入し，$y=2\times4=8$ よって B(4, 8)

㋑ Cのy座標は $y=-\frac{1}{3}x$ に $x=-3$ を代入し，$y=-\frac{1}{3}\times(-3)=1$ よってC(－3, 1)

㋒ BCの中点は，x座標，y座標の平均だから

x座標は $\frac{-3+4}{2}=\frac{1}{2}$，y座標は $\frac{1+8}{2}=\frac{9}{2}$

よって $M(\frac{1}{2}, \frac{9}{2})$

㋓ 直線AMの傾きは，A(1, 2)，$M(\frac{1}{2}, \frac{9}{2})$ より

$\frac{yの増加量}{xの増加量}=\frac{\frac{9}{2}-2}{\frac{1}{2}-1}=\frac{\frac{5}{2}}{-\frac{1}{2}}=\frac{5}{2}\div\left(-\frac{1}{2}\right)=-\frac{5}{2}\times\frac{2}{1}=-5$

↑ $y=2x$ に $x=1$ を代入

㋔ MA∥ONで，NOは原点を通る直線だから，NOの傾きはAMと等しいので $y=-5x$ になる。

㋕ BCの式を求めると B(4, 8)，C(－3, 1)より

傾き＝$\frac{yの増加量}{xの増加量}=\frac{8-1}{4-(-3)}=\frac{7}{7}=1$

$y=x+b$ に(4, 8)を代入し

$8=4+b$

$4=b$

よってBCは $y=x+4$

㋖ 求めたいNの座標は，$y=x+4$ と $y=-5x$ の交点だから，

$x+4=-5x$

$6x=-4$

$x=-\frac{4}{6}=-\frac{2}{3}$

$y=-5\times(-\frac{2}{3})=\frac{10}{3}$

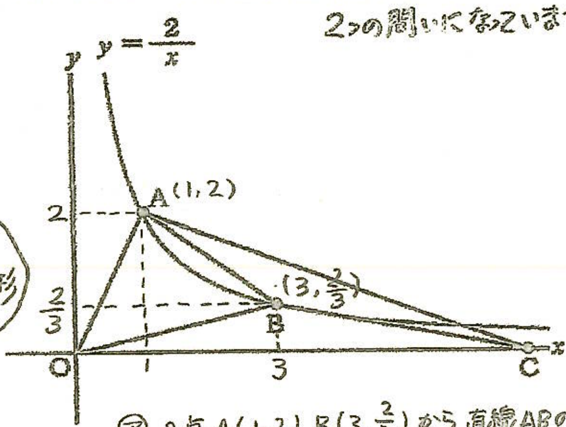
よって $(-\frac{2}{3}, \frac{10}{3})$

公立入試　関数問題（~~毎年~~大きな問題の２番目に出題されています。）

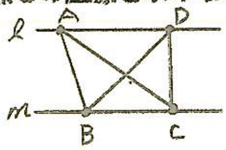
※　平成２９年度用入試から、形式が変わり、問題は１問です。２８年度までは、①②と２つの問いになっています。

2A　(3)　図で，Oは原点，A，Bは関数 $y=\frac{2}{x}$ のグラフ上の点で，x座標はそれぞれ１，３である。また，Cはx軸上の点で，x座標は正である。

△AOBの面積と△ABCの面積が等しいとき，点Cの座標を求めなさい。

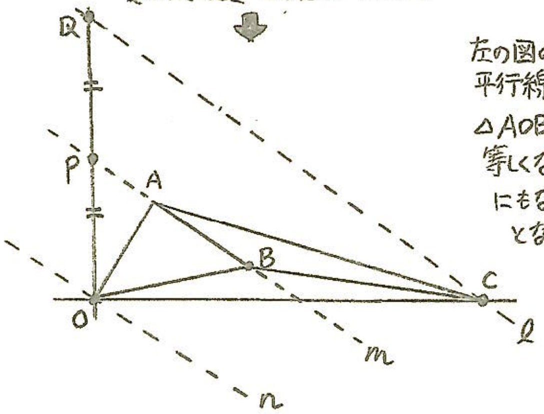


別の考え方



底辺が同じ長さで平行線の中にある三角形は、面積が等しい

ℓ//m のとき △ABC＝△DBC



左の図のように ℓ//m//n の平行線が、間隔が同じなら△AOBと△ABCの面積は等しくなる。このとき、OP＝PQ にもなる。だから、OP＝PQ となるQをみつけ、Qを通り mに平行（直線ABと傾きが等しい）な直線ℓが、x軸と交わる点をCとすればいい。

㋐ 2点A(1, 2) B$(3, \frac{2}{3})$ から直線ABの式を求めると、$y=-\frac{2}{3}x+\frac{8}{3}$ となるから、左図で $P(0, \frac{8}{3})$ とわかる。

㋑ OP＝PQ とすると Qのy座標は、$\frac{8}{3}\times 2=\frac{16}{3}$ で $Q(0, \frac{16}{3})$ となる。

㋒ 直線ℓは、傾きがmと同じで $-\frac{2}{3}$、切片が $\frac{16}{3}$ だから、$y=-\frac{2}{3}x+\frac{16}{3}$ とわかる。

㋓ ℓとx軸との交点Cは、㋒の式にy＝0を代入し $0=-\frac{2}{3}x+\frac{16}{3}$

$\frac{2}{3}x=\frac{16}{3}$

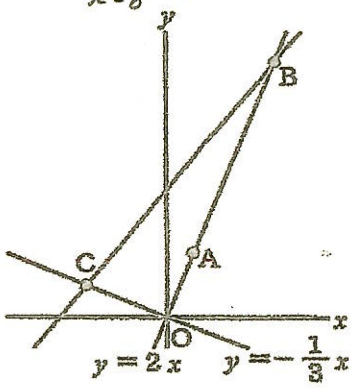
×3　$2x=16$

$x=8$

よって C(8, 0)

2B　(3)　図で，Oは原点，A，Bはともに直線 $y=2x$ 上の点，Cは直線 $y=-\frac{1}{3}x$ 上の点であり，点A，B，Cのx座標はそれぞれ１，４，－３である。

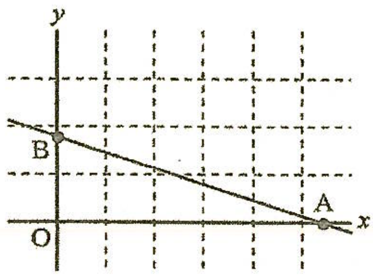
このとき，点Aを通り，△OBCの面積を二等分する直線と直線BCとの交点の座標を求めなさい。



31B (3) 図で，Oは原点，A，Bはそれぞれ一次関数$y=-\frac{1}{3}x+b$（bは定数）のグラフとx軸，y軸との交点である。

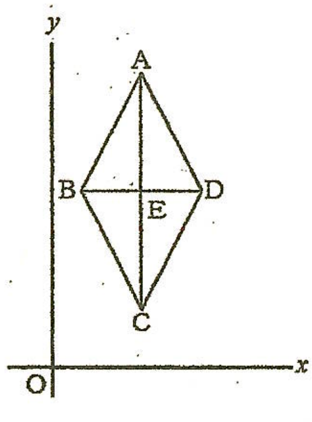
△BOAの内部で，x座標，y座標がともに自然数となる点が２個であるとき，bがとることのできる値の範囲を，不等号を使って表しなさい。

ただし，三角形の周上の点は内部に含まないものとする。



30A (3) 図で，Oは原点，四角形ＡＢＣＤはＡＣ＝２ＢＤのひし形で，Eは対角線ＡＣとＢＤとの交点である。

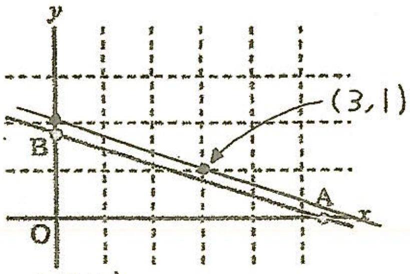
点A，Eの座標がそれぞれ（３，10），（３，６）で，関数$y=ax^2$（aは定数）のグラフがひし形ＡＢＣＤの頂点または辺上の点を通るとき，aがとることのできる値の範囲を，不等号を使って表しなさい。



31B　(3)　図で，Oは原点，A，Bはそれぞれ一次関数 $y=-\frac{1}{3}x+b$（bは定数）のグラフと x 軸，y 軸との交点である。

△BOAの内部で，x 座標，y 座標がともに自然数となる点が２個であるとき，b がとることのできる値の範囲を，不等号を使って表しなさい。

ただし，三角形の周上の点は内部に含まないものとする。

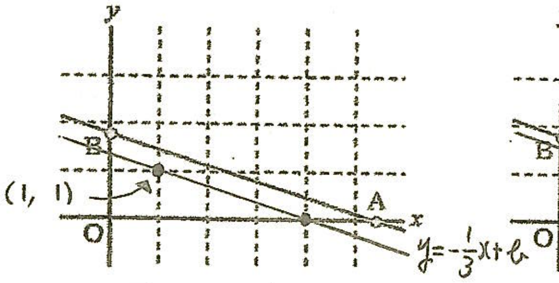


㋐ 下の図Aのように $y=-\frac{1}{3}x+b$ が点(1,1)を通るとき，△BOAの内部で，座標がともに自然数となる点は，ない。少し上に直線がずれると内部に点(1,1)が含まれる。（1個だけ含まれる。）

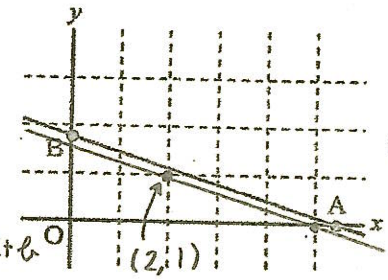
㋑ 下の図Bのように点(2,1)を直線が通るときまで，1個であるが，少し上に直線がずれると，点(1,1)，(2,1)の2個含まれるようになる。

㋒（図C）上の図Cのように点(3,1)を直線が通るとき，△BOAの内部には，点(1,1)，(2,1)の2個含まれる。少しでも上にずれると，点(3,1)も入ってしまうため，3個になる。

（図A）



（図B）



㋓ 以上のことから，$y=-\frac{1}{3}x+b$ の直線が点(2,1)を通るとき，式に代入すると

$1=-\frac{1}{3}\times2+b$　　$b=\frac{5}{3}$

$1+\frac{2}{3}=b$

条件にあうのは，$\frac{5}{3}$より大きいとき

㋔ また点(3,1)を通るとき，式に代入し

$1=-\frac{1}{3}\times3+b$　　$b=2$

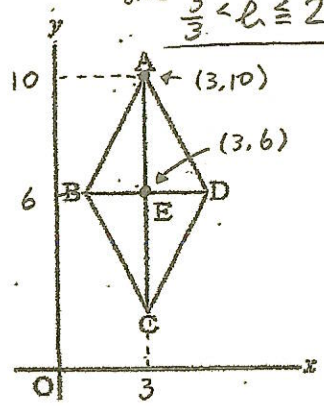
$1+1=b$

条件にあうのは，2以下のとき

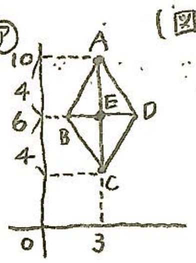
よって　$\frac{5}{3}<b\leqq2$

30A　(3)　図で，Oは原点，四角形ABCDはAC＝2BDのひし形で，Eは対角線ACとBDとの交点である。

点A，Eの座標がそれぞれ（3，10），（3，6）で，関数 $y=ax^2$（aは定数）のグラフがひし形ABCDの頂点または辺上の点を通るとき，a がとることのできる値の範囲を，不等号を使って表しなさい。



（図は適当）



㋐ A(3,10)，E(3,6)から

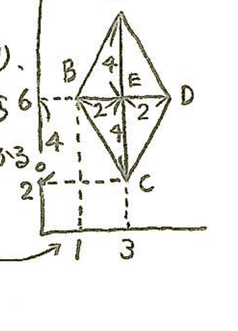
AE＝10−6＝4とわかる。

㋑ ひし形の対角線の交点は，それぞれの中点で交わるから，AE＝CE＝4で，AC＝8とわかる。また，E(3,6)とCE＝4から，C(3,2)とわかる。

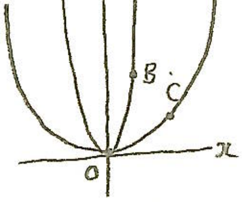
6−4

㋒ AC＝2BDということは，8＝2BDで，BD＝4となり，E(3,6)はBDの中点だから BE＝2で，B(1,6)とわかる。

3−2



㋓ $y=ax^2$は，上に開くグラフだから，ひし形ABCDの頂点（辺上）を通るとき，下の図のようにB(1,6)を通るときが一番開き方が小さく，C(3,2)を通るときが，開き方が大きい。



㋔ B(1,6)を通るとき

$y=ax^2$に代入し

$6=a\times1^2$

$6=a$

㋕ C(3,2)を通るとき

代入し

$2=a\times3^2$

$2=9a$

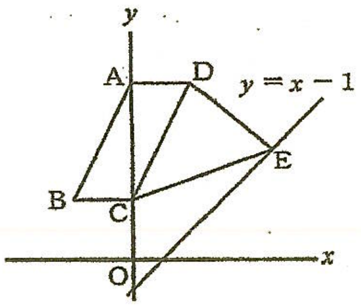
$\frac{2}{9}=a$

よって　$\frac{2}{9}\leqq a\leqq6$

30B　(3)　図で，Oは原点，四角形ＡＢＣＤは平行四辺形で，Ａ，Ｃは y 軸上の点，辺ＡＤは x 軸に平行である。また，Ｅは直線 $y = x - 1$ 上の点である。

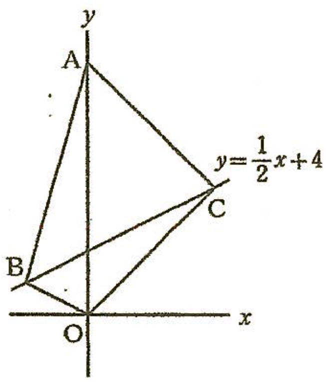
点Ａ，Ｂの座標がそれぞれ（０，６），（－２，２）で，平行四辺形ＡＢＣＤの面積と△ＤＣＥの面積が等しいとき，点Ｅの座標を求めなさい。

ただし，点Ｅの x 座標は正とする。



29A　(3)　図で，Oは原点，Ａは y 軸上の点，Ｂ，Ｃは直線 $y = \frac{1}{2}x + 4$ 上の点で，△ＡＯＣの面積は△ＡＢＯの面積の２倍，△ＡＢＣの面積は△ＢＯＣの面積の３倍である。

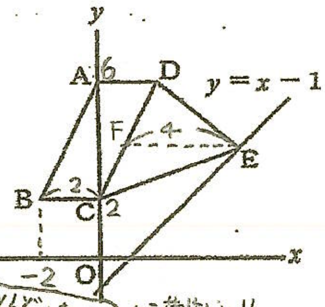
点Ｂの x 座標が－４のとき，原点Oを通り，四角形ＡＢＯＣの面積を２等分する直線の式を求めなさい。



30B　(3)　図で，Oは原点，四角形ABCDは平行四辺形で，A，Cは y 軸上の点，辺ADは x 軸に平行である。また，Eは直線 $y=x-1$ 上の点である。

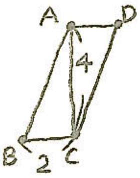
点A，Bの座標がそれぞれ（0，6），（－2，2）で，平行四辺形ABCDの面積と△DCEの面積が等しいとき，点Eの座標を求めなさい。

ただし，点Eの x 座標は正とする。



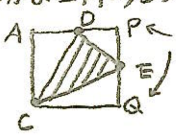
点の座標を文字で表すことは ⇓ 授業でほとんどしない から難しい!!

㋐ □ABCDの面積は



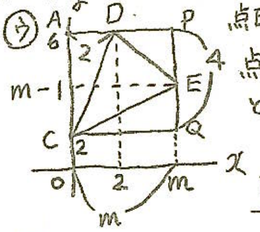
BC=2, AC=4より
2×4=8とわかる。

㋑ △DCEの面積は、底辺と高さが表しにくいので、下の図のように△DCEを囲む四角形の面積から余分な三角形3つをひいて考える。



P,Qとする

㋒



点Eは、$y=x-1$ 上の点だから x 座標を m とすると y 座標は $y=m-1$ だから E$(m, m-1)$ と表せる。

㋓ BC=AD=2だから D(2,6)とわかる。
また P$(m,6)$ Q$(m,2)$ と表せるから、
DP$=m-2$, PE$=6-(m-1)=7-m$
EQ$=m-1-2=m-3$ と表せる。

㋔ △DCE=長方形ACQP−△ADC−△CQE−△DPEより

$$=4m-\frac{4\times 2}{2}-\frac{m(m-3)}{2}-\frac{(m-2)(7-m)}{2}$$

$$=\frac{8m-8-m^2+3m-7m+m^2+14-2m}{2}$$

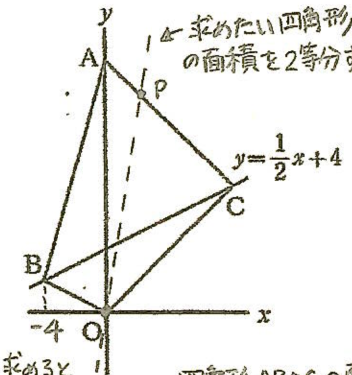
$$=\frac{2m+6}{2}$$

$$=m+3$$

㋕ □ABCD=△DCEより
$m+3=8$
$m=5$
よって E(5,4)

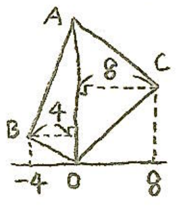
29A　(3)　図で，Oは原点，Aは y 軸上の点，B，Cは直線 $y=\frac{1}{2}x+4$ 上の点で，△AOCの面積は△ABOの面積の2倍，△ABCの面積は△BOCの面積の3倍である。

点Bの x 座標が－4のとき，原点Oを通り，四角形ABOCの面積を2等分する直線の式を求めなさい。



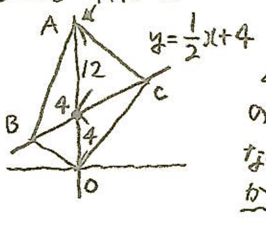
← 求めたい四角形AOBCの面積を2等分する直線

㋐「△AOC＝△ABO×2」からわかることは、底辺が共通なら、高さが2倍になるということ。



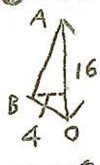
下の図のように、Bの x 座標が−4だから、△ABOの高さは4、ということは△AOCの高さが8になるから点Cの x 座標が8とわかる。$y=\frac{1}{2}\times 8+4=8$ だから 点C(8,8)

㋑「△ABC＝△BOC×3」からわかることは、底辺が共通なら高さ(の比)が3倍になるということ。 4+12=16



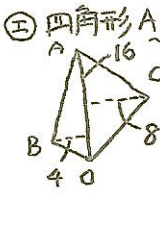
左の図のように切片が4だから△BOCと△ABCの高さの比が1:3なので、点Aの y 座標が16とわかる。

㋒ △ABOの面積を求めると



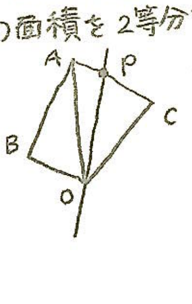
$\frac{16\times 4}{2}=32$

㋓ 四角形ABOCの面積は、



△ABO+△AOC
$=32+\frac{16\times 8}{2}$
$=32+64$
$=96$

㋔ Oを通る直線が四角形ABOCの面積を2等分するということは



直線POのような直線を考えると

四角形ABOCの面積が96でその半分は48、△ABOが32だから、△AOPの面積が16になればいい。

㋕ △AOPの底辺をAOとするとAO=16だから $\frac{16\times 高さ}{2}=16$ より 高さが2とわかる。これは点Pの x 座標が2になる。

㋖ ACの式はA(0,16) C(8,8)より $y=-x+16$ とわかる。

㋗ Pの y 座標は、㋖の式に $x=2$ を代入し $y=-2+16=14$ で P(2,14)となる。

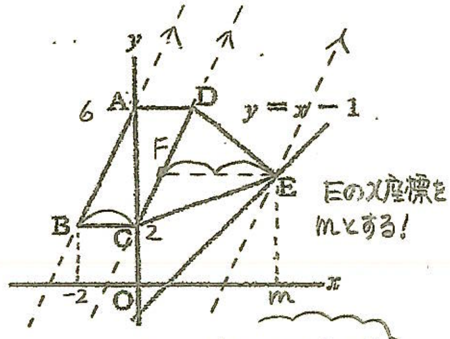
㋘ $y=ax$ に $x=2, y=14$ を代入し $14=2a$ より $a=7$ よって $y=7x$

30B (3) 図で，Oは原点，四角形ABCDは平行四辺形で，A，Cは y 軸上の点，辺ADは x 軸に平行である。また，Eは直線 $y=x-1$ 上の点である。

別の考え方

点A，Bの座標がそれぞれ（0，6），（−2，2）で，平行四辺形ABCDの面積と△DCEの面積が等しいとき，点Eの座標を求めなさい。

ただし，点Eの x 座標は正とする。



上の図のようにEF // x軸となる点FをDC上にとる。BCの長さの2倍がFEとなるようにすれば，□ABCDと△DCEの高さの比が1:2となり，底辺DCが同じなので，□ABCD＝△DCEとなる。 難しい・・・

右の（　）の考え方をもとにすると

㋐ Bのx座標が−2だから BC＝2

㋑ FE＝2BCよりFE＝4となるようなEを考える。

㋒ $y=x-1$ 上の点Eのx座標をmとすると，$y=m-1$ だから点E(m, m−1)と表せる。

㋓ □ABCDでBC＝2だから AD＝2となり，点Dは(2, 6)とわかる。

㋔ 直線DCの式は，D(2, 6)，C(0, 2)から $y=2x+2$ とわかる。

㋕ DC上の点Fの座標を考えると，y座標は点Eと同じだから，$y=m-1$ と表せる。

$y=2x+2$ に代入し

$m-1=2x+2$

$m-3=2x$

$\frac{m-3}{2}=x$

だから，$F\left(\frac{m-3}{2}, m-1\right)$ となる。

㋖ BC＝2で，FE＝BC×2となればいいから

FE＝ Eのx座標－Fのx座標

$=m-\frac{m-3}{2}$

$=\frac{m+3}{2}$ ← 符号に注意!!

よって $\frac{m+3}{2}=2\times2$

$m+3=4\times2$

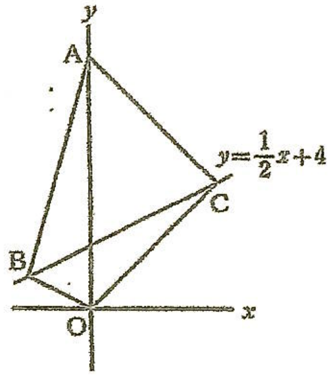
$m=8-3=5$

点Eのy座標は $m-1$ だから $5-1=4$

よって E(5, 4)

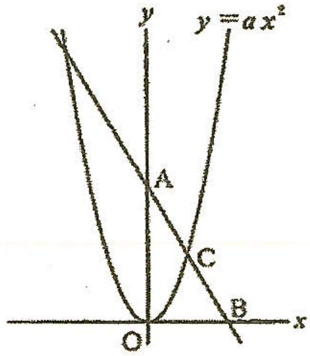
29A (3) 図で，Oは原点，Aは y 軸上の点，B，Cは直線 $y=\frac{1}{2}x+4$ 上の点で，△AOCの面積は△ABOの面積の2倍，△ABCの面積は△BOCの面積の3倍である。

点Bの x 座標が−4のとき，原点Oを通り，四角形ABOCの面積を2等分する直線の式を求めなさい。



29B (1) 図で，Oは原点，A，Bはそれぞれ y 軸上，x 軸上の点で，Cは関数 $y=ax^2$（a は定数）のグラフと直線ABとの交点である。

点Aの y 座標が6，点Bの x 座標が4，点Cの x 座標が2のとき，a の値を求めなさい。

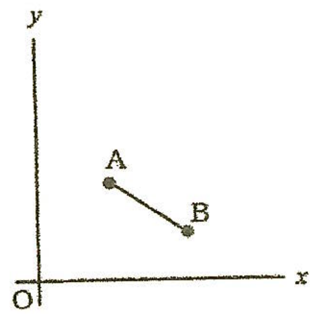


28A (2) 図で，Oは原点，点A，Bの座標はそれぞれ（3，4），（6，2）である。

このとき，次の①，②の問いに答えなさい。

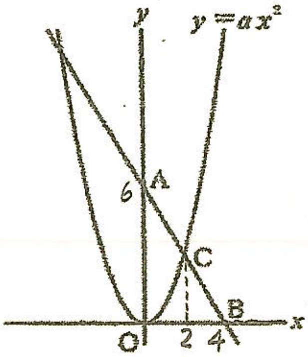
① 直線ABの式を求めなさい。

② 直線 $y=x+b$（b は定数）が線分AB上の点を通るとき，b がとることのできる値の範囲を求めなさい。



27B (1) 図で，Oは原点，A，Bはそれぞれ y 軸上，x 軸上の点で，Cは関数 $y=ax^2$（a は定数）のグラフと直線ABとの交点である。

点Aの y 座標が6，点Bの x 座標が4，点Cの x 座標が2のとき，a の値を求めなさい。



㋐ 直線ABの式を求めると B(4,0) を通り，切片6だから

$y=ax+6$ に $\underset{x\ y}{(4,0)}$ を代入し

（このaと $y=ax^2$ の aは，ちがう）

$0=4a+6$

$-6=4a$

$-\frac{3}{2}=a$

よって ABの式は，$y=-\frac{3}{2}x+6$

㋑ 点Cは，$y=-\frac{3}{2}x+6$ 上にあり

$x=2$ だから，代入すると

$y=-\frac{3}{2}\times2+6$

$=-3+6$

$=3$

だから 点C(2,3)とわかる。

㋒ $y=ax^2$ の 放物線上に $\underset{x\ y}{C(2,3)}$ もあるから，代入し

$3=a\times2^2$

$3=4a$

$\frac{3}{4}=a$

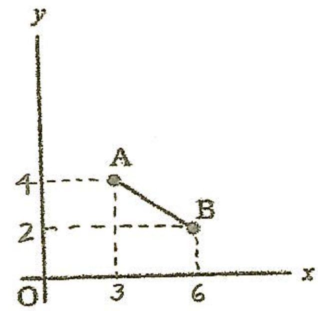
よって $\underline{a=\frac{3}{4}}$

28A (2) 図で，Oは原点，点A，Bの座標はそれぞれ（3，4），（6，2）である。

このとき，次の①，②の問いに答えなさい。

① 直線ABの式を求めなさい。

② 直線 $y=x+b$（b は定数）が線分AB上の点を通るとき，b がとることのできる値の範囲を求めなさい。



① A(3,4)，B(6,2) の座標を それぞれ $y=ax+b$ に代入すると

$4=3a+b$ …①

$-)\ 2=6a+b$ …②

$2=-3a$

$\frac{2}{-3}=a$

$a=-\frac{2}{3}$ を①の式に代入し

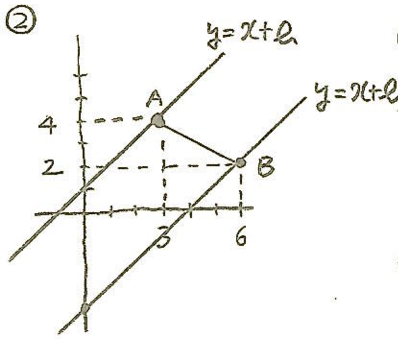
$4=3\times\left(-\frac{2}{3}\right)+b$

$4=-2+b$

$6=b$

よって $\underline{y=-\frac{2}{3}x+6}$

②



㋐ 左の図のように $y=x+b$ が A(3,4)を通るとき，代入すると

$4=3+b$

$1=b$

㋑ $y=x+b$ が B(6,2)を通るとき，代入すると

$2=6+b$

$-4=b$

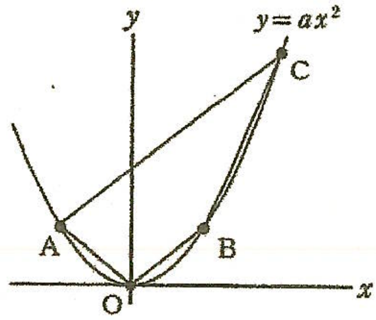
よって $\underline{-4\leqq b\leqq1}$

28B　(5)　図で，Oは原点，A，B，Cは関数$y=ax^2$（aは定数）のグラフ上の点である。

点A，Bの座標がそれぞれ（−３，３），（３，３）であり，点Cのx座標が６であるとき，次の①，②の問いに答えなさい。

①　aの値を求めなさい。

②　原点を通り，四角形ＡＯＢＣの面積を２等分する直線の式を求めなさい。



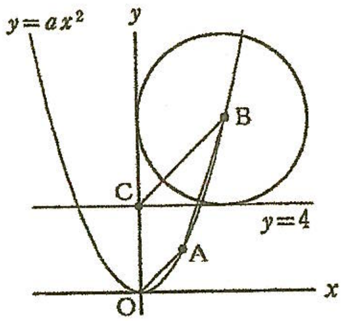
27A　(2)　図で，Oは原点，A，Bは関数$y = ax^2$（aは定数）のグラフ上の点，Cは直線$y = 4$とy軸との交点である。

点Aの座標が（２，２）で，点Bを中心とする円が直線$y = 4$とy軸とに接しているとき，次の①，②の問いに答えなさい。

ただし，点Bのx座標は点Aのx座標より大きいものとする。

①　aの値を求めなさい。

②　点Bを通り，四角形ＢＣＯＡの面積を２等分する直線の式を求めなさい。

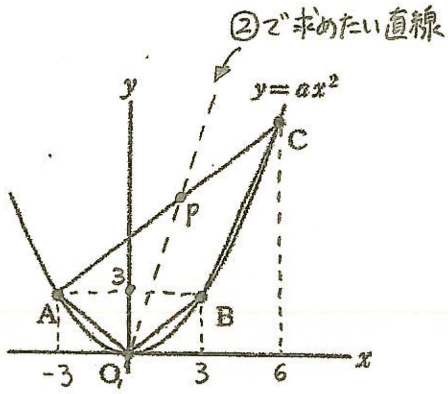


28B (5) 図で，Oは原点，A，B，Cは関数$y=ax^2$（aは定数）のグラフ上の点である。

点A，Bの座標がそれぞれ（−3，3），（3，3）であり，点Cのx座標が6であるとき，次の①，②の問いに答えなさい。

① aの値を求めなさい。

② 原点を通り，四角形AOBCの面積を2等分する直線の式を求めなさい。



① $y=ax^2$のグラフ上に(3,3)がある から代入し、$3=a\times3^2$

$3=9a$

$\frac{3}{9}=a$　よって $a=\frac{1}{3}$

② ㋐ 直線OBの式は、$y=ax$にB(3,3)を代入し、$3=3a$

$1=a$ だから $y=x$

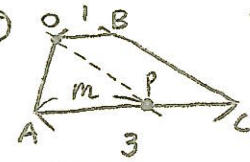
㋑ Cのy座標は $y=\frac{1}{3}x^2$に$x=6$を代入し $y=\frac{1}{3}\times36=12$

だから C(6,12)

㋒ 直線ACは A(−3,3) C(6,12)より $y=x+6$ とわかる。

㋓ ㋐と㋒より OBとACの直線は ともに傾き1だから、平行で、四角形AOBC は OB//ACの 台形とわかる。また、OBとACの長さの比は、O,B,A,Cの x座標から(3−0):(6−(−3))で 3:9と同じだから 1:3とわかる。

㋔



左の図のように OB=1, AC=3 AP=mとして 台形の高さをh と考えると

台形の面積は $\frac{(1+3)\times h}{2}=2h$

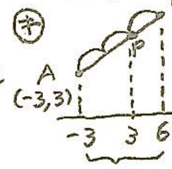
△OAPは $\frac{m\times h}{2}=\frac{mh}{2}$

㋕ 直線OPにより 台形が 2等分される ということは、台形$\times\frac{1}{2}=$△OAP だから

$2h\times\frac{1}{2}=\frac{mh}{2}$より

$m=2$とわかる。 つまりPはACを 2:1に分ける点 になる。

㋖



y座標の差が9でその$\frac{2}{3}$は6だから Pのy座標は3+6=9

A,Cの座標から P(3,9)とわかる。

㋗ OPの式は $y=ax$に (3,9)を代入し

$9=3a$

$3=a$

よって $y=3x$

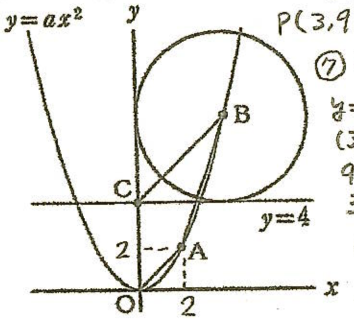
27A (2) 図で，Oは原点，A，Bは関数$y=ax^2$（aは定数）のグラフ上の点，Cは直線$y=4$とy軸との交点である。

点Aの座標が（2，2）で，点Bを中心とする円が直線$y=4$とy軸とに接しているとき，次の①，②の問いに答えなさい。

ただし，点Bのx座標は点Aのx座標より大きいものとする。

① aの値を求めなさい。

② 点Bを通り，四角形BCOAの面積を2等分する直線の式を求めなさい。

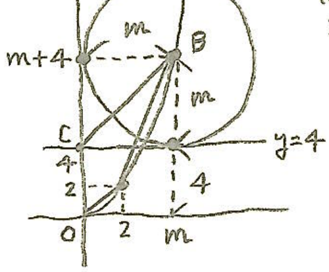


① $y=ax^2$のグラフがA(2,2)を通るから 代入し、$2=a\times2^2$

$2=4a$

$\frac{2}{4}=a$　$a=\frac{1}{2}$

②



㋐ 左の図のように 点Bのx座標をm とすると、円の半径が mとなるので Bの y座標が m+4と なる。Bは、$y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフ上にあるから 式に B($\underset{x}{m}$, $\underset{y}{m+4}$)を 代入し

$m+4=\frac{1}{2}m^2$

$2m+8=m^2$

$0=m^2-2m-8$

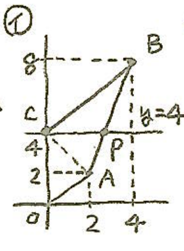
$(m-4)(m+2)=0$

$m=4, -2$

$m>0$だから $m=4$と求まる。

よって B(4,8)と わかる。

㋑



A(2,2), B(4,8)から ABの式を求めると $y=3x-4$となる。

㋒ ABと$y=4$の交点 をPとすると、Pの座標 は、$4=3x-4$から

$8=3x$

$\frac{8}{3}=x$

P($\frac{8}{3}$,4)とわかる。

㋓ 四角形BCOA

＝△COA＋△CPA＋△CPB

$=\frac{4\times2}{2}+\frac{8}{3}\times2\times\frac{1}{2}+\frac{8}{3}\times4\times\frac{1}{2}$

$=4+\frac{8}{3}+\frac{16}{3}$

$=\frac{36}{3}=12$

㋔

四角形BCOA を二等分する直線 をBQとすると、 △BCQ$=12\times\frac{1}{2}$ だから

$\frac{CQ\times4}{2}=6$より

CQ=3とわかる。

B(4,8), Q(0,1)より 求める直線は $y=\frac{7}{4}x+1$

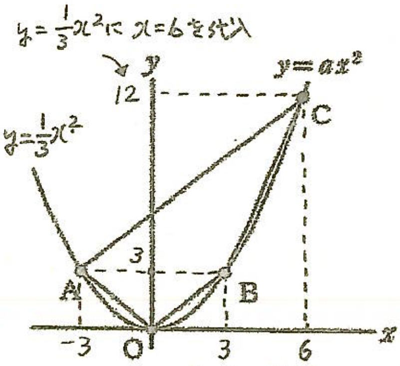
28B (5) 図で，Oは原点，A，B，Cは関数$y=ax^2$（aは定数）のグラフ上の点である。

点A，Bの座標がそれぞれ（−3，3），（3，3）であり，点Cのx座標が6であるとき，次の①，②の問いに答えなさい。

別の考え方

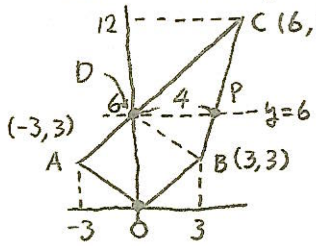
① aの値を求めなさい。

② 原点を通り，四角形AOBCの面積を2等分する直線の式を求めなさい。



（傾きは $\xrightarrow{9}$ $\uparrow 9$ で $\frac{9}{9}=1$）

② A(−3,3) C(6,12)から
直線ACの式は，$y=x+6$と求まる。



（傾きは $\xrightarrow{3}$ $\uparrow 9$ で $\frac{9}{3}=3$）

また直線BCはB(3,3) C(6,12)から
$y=3x-6$と求まる。

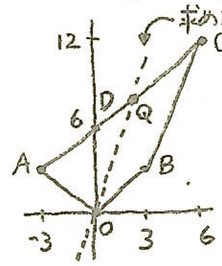
左図のようにBCと$y=6$の交点をPとすると
Pのx座標は $6=3x-6$より
$12=3x$
$4=x$
だからP(4,6)とわかる。

四角形AOBC＝△AOD＋△BOD＋△DPB＋△CDP

$=\frac{6\times3}{2}+\frac{6\times3}{2}+\frac{4\times3}{2}+\frac{4\times6}{2}$

$=9+9+6+12$

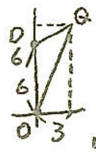
$=36$



求めたい直線とACとの交点をQとすると
△AOQが四角形AOBCの半分になることから
△AOQ$=\frac{36}{2}=18$

また △AOQ＝△AOD＋△DOQ
18 ＝ 9 ＋△DOQ

△DOQの面積が9となるように点Qをとればいい。



△DOQ ＝ $\frac{6\times高さ}{2}=9$より
高さ＝3とわかる。

ということはQのx座標が3だから
ACの式 $y=x+6$に$x=3$を代入し
$y=3+6=9$となり Q(3,9)とわかる。

求める直線は$y=ax$に(3,9)を代入し $a=3$，
よって $y=3x$

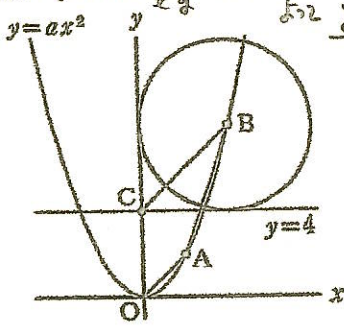
27A (2) 図で，Oは原点，A，Bは関数$y=ax^2$（aは定数）のグラフ上の点，Cは直線$y=4$とy軸との交点である。

点Aの座標が（2，2）で，点Bを中心とする円が直線$y=4$とy軸とに接しているとき，次の①，②の問いに答えなさい。

ただし，点Bのx座標は点Aのx座標より大きいものとする。

① aの値を求めなさい。

② 点Bを通り，四角形BCOAの面積を2等分する直線の式を求めなさい。



27B　(5)　図で，Oは原点，Aは関数 $y=ax^2$（a は定数）のグラフ上の点，Bは直線 $y=-x+10$ 上の点である。また，C，Dは x 軸上の点であり，四角形ACDBは長方形である。

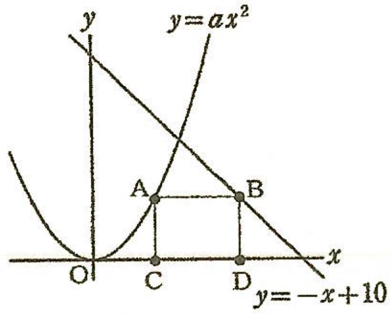
ただし，点C，Dの x 座標はともに正で，点Cの x 座標は点Dの x 座標より小さいものとする。

関数 $y=ax^2$ は x の値が3から6まで増加するときの変化の割合が3である。

このとき，次の①，②の問いに答えなさい。

①　a の値を求めなさい。

②　CD＝4のとき，点Bの座標を求めなさい。

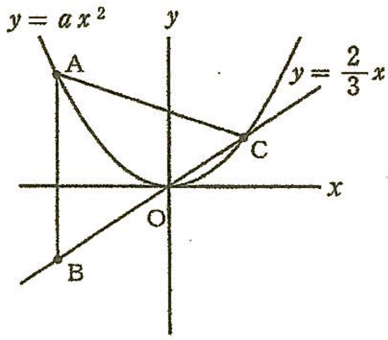


26A　(2)　図で，Oは原点，Aは関数 $y=ax^2$（a は定数，$a>0$）のグラフ上の点，Bは直線 $y=\frac{2}{3}x$ 上の点，Cは関数 $y=ax^2$ のグラフと直線 $y=\frac{2}{3}x$ との2つの交点のうち，原点とは異なる点である。

点A，Bの x 座標がともに－3，点Cの x 座標が2のとき，次の①，②の問いに答えなさい。

①　a の値を求めなさい。

②　点Cを通り，△ABCの面積を2等分する直線の式を求めなさい。



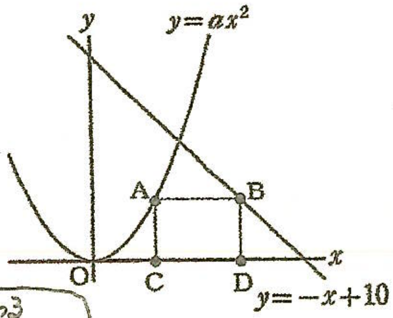
27B (5) 図で，Oは原点，Aは関数 $y=ax^2$（aは定数）のグラフ上の点，Bは直線 $y=-x+10$ 上の点である。また，C，Dはx軸上の点であり，四角形ACDBは長方形である。

ただし，点C，Dのx座標はともに正で，点Cのx座標は点Dのx座標より小さいものとする。

関数 $y=ax^2$ はxの値が3から6まで増加するときの変化の割合が3である。

$y=ax^2$で xが mからnにかわるとき，変化の割合は，$a(m+n)$

このとき，次の①，②の問いに答えなさい。



① aの値を求めなさい。

② CD＝4のとき，点Bの座標を求めなさい。

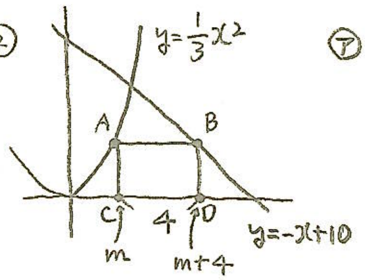
① $y=ax^2$で xが3から6まで増加するときの変化の割合が3だから

$a\times(3+6)=3$ と式がつくれる。

$9a=3$

$a=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$ よって $a=\frac{1}{3}$

②



㋐ 点A，Cのx座標をmとすると CD＝4だから点B，Dのx座標は $m+4$と表せる。

㋑ Aのy座標は，$y=\frac{1}{3}x^2$のグラフ上だから，$y=\frac{1}{3}m^2$より $A(m, \frac{1}{3}m^2)$

㋒ Bのy座標は，$y=-x+10$のグラフ上だから $y=-(m+4)+10$

$y=-m+6$ より $B(m+4, -m+6)$

㋓ AとBのy座標は等しいから

$\frac{1}{3}m^2=-m+6$

×3して $m^2=-3m+18$

$m^2+3m-18=0$

$(m+6)(m-3)=0$

$m=-6, 3$

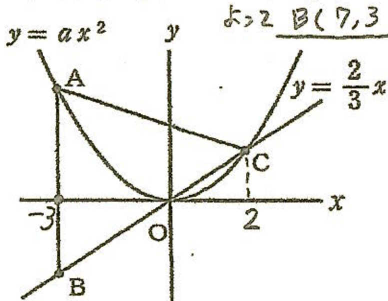
$m>0$より $m=3$

㋔ Bの座標は $B(m+4, -m+6)$ に $m=3$を代入し，$B(3+4, -3+6)$

よって $B(7,3)$

26A (2) 図で，Oは原点，Aは関数 $y=ax^2$（aは定数，$a>0$）のグラフ上の点，Bは直線 $y=\frac{2}{3}x$ 上の点，Cは関数 $y=ax^2$ のグラフと直線 $y=\frac{2}{3}x$ との２つの交点のうち，原点とは異なる点である。

点A，Bのx座標がともに-3，点Cのx座標が２のとき，次の①，②の問いに答えなさい。



① aの値を求めなさい。

② 点Cを通り，△ABCの面積を２等分する直線の式を求めなさい。

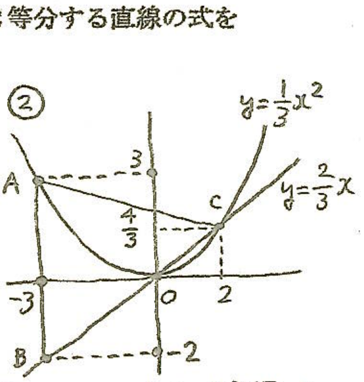
① 点Cは$y=\frac{2}{3}x$のグラフ上にあり $x=2$だから，代入し $y=\frac{2}{3}\times2=\frac{4}{3}$

$C(2, \frac{4}{3})$が $y=ax^2$のグラフ上にもあるから，代入し，$\frac{4}{3}=a\times2^2$

$\frac{4}{3}=4a$

$\frac{1}{3}=\frac{1\cancel{4}}{3\times\cancel{4}}=a$ よって $a=\frac{1}{3}$

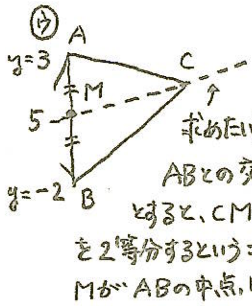
②



㋐ 上の図で点Aのy座標は $y=\frac{1}{3}x^2$に $x=-3$を代入し $y=\frac{1}{3}\times9=3$より$A(-3,3)$

㋑ 点Bのy座標は，$y=\frac{2}{3}x$に $x=-3$を代入し $y=\frac{2}{3}\times(-3)=-2$

㋒



求めたい直線とABとの交点をMとすると，CMが△ABCを２等分するということは，MがABの中点になる。

㋓ A，Bのy座標からAB＝5で AM＝MB＝$\frac{5}{2}$になるから Mのy座標は，$-2+\frac{5}{2}=\frac{1}{2}$

（または $3-\frac{5}{2}=\frac{1}{2}$）

$M(-3, \frac{1}{2})$とわかる。

㋔ 求めたい直線は $C(2, \frac{4}{3})$，$M(-3, \frac{1}{2})$より

$y=ax+b$に代入し，

$\frac{4}{3}=2a+b$

$\frac{1}{2}=-3a+b$

×3 $4=6a+3b$ ×2

$+)\ 1=-6a+2b$

$5=5b$

$1=b$

$4=6a+3$

$1=6a$ $a=\frac{1}{6}$

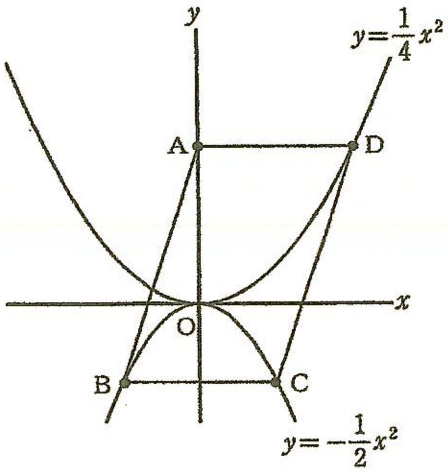
$y=\frac{1}{6}x+1$

26B　(5)　図で，Oは原点，Aは y 軸上の点，B，Cは関数 $y=-\frac{1}{2}x^2$ のグラフ上の点，Dは関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフ上の点である。また，線分ADは x 軸に平行である。

四角形ABCDが平行四辺形で，点Cの x 座標が2であるとき，次の①，②の問いに答えなさい。

① 点Dの座標を求めなさい。

② 平行四辺形ABCDの面積を2等分する傾き2の直線の式を求めなさい。

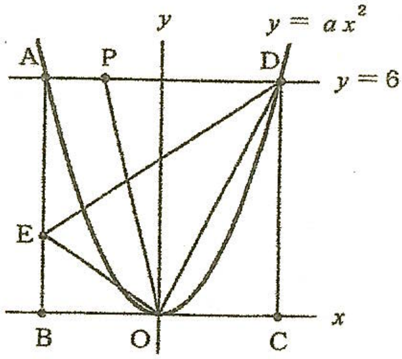


25A　(2)　図で，Oは原点，A，Dは関数 $y=ax^2$（a は定数，$a>0$）のグラフと直線 $y=6$ との交点で，点Aの x 座標は負である。B，Cは x 軸上の点で，四角形ABCDは正方形である。また，Eは線分AB上の点で，その y 座標は2，Pは直線 $y=6$ 上の点で，その x 座標は負である。

このとき，次の①，②の問いに答えなさい。

① a の値を求めなさい。

② △EODと△PODの面積が等しくなるとき，点Pの座標を求めなさい。

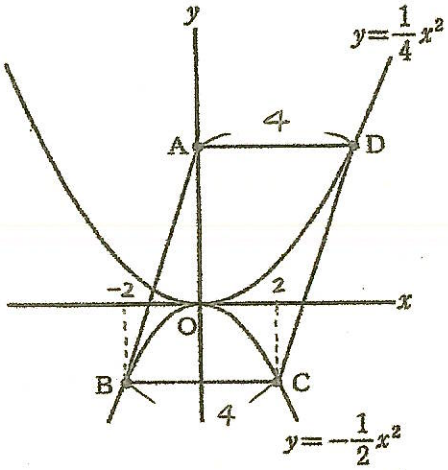


26B　(5)　図で，Oは原点，Aは y 軸上の点，B，Cは関数 $y=-\frac{1}{2}x^2$ のグラフ上の点，Dは関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフ上の点である。また，線分ADは x 軸に平行である。

四角形ABCDが平行四辺形で，点Cの x 座標が2であるとき，次の①，②の問いに答えなさい。

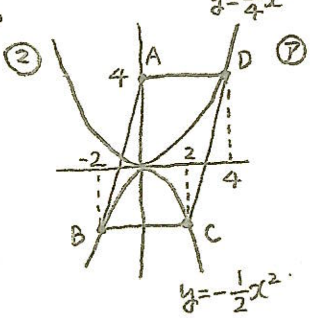
①　点Dの座標を求めなさい。

②　平行四辺形ABCDの面積を2等分する傾き2の直線の式を求めなさい。



① 点BとCはy軸について対称だから Bのx座標は −2とわかる。
BCの長さは4で、平行四辺形だから BC=AD=4
ということは、点Dのx座標が4とわかる。
Dは、$y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフ上だから代入し、$y=\frac{1}{4}\times4^2=4$
よって D(4，4)

②

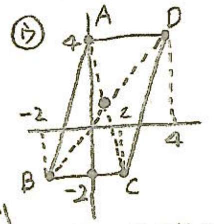


㋐ 平行四辺形の面積を2等分する直線は、平行四辺形の対角線の交点を必ず通る。

対角線は中点で交わるから、合同な三角形が3組できる。

㋑ 点Cのy座標は、$y=-\frac{1}{2}x^2$ に $x=2$ を代入し
$y=-\frac{1}{2}\times2^2=-2$

㋒



B(−2，−2)，D(4，4)から 直線BDの式は $y=x$（原点を通る）とわかり、BDの中点のy座標は、−2と4の中点と同じで、1。ということは、BDの中点が点(1，1)とわかる。

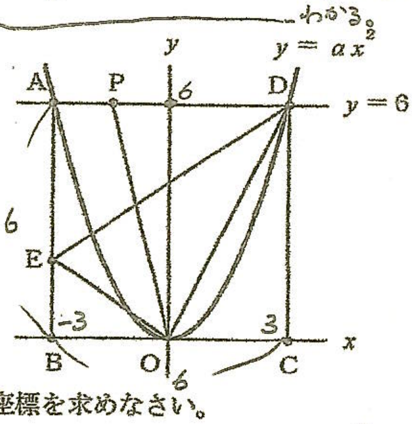
求めたい直線は、傾き2で点(1，1)を通るから
$y=2x+b$ に(1，1)を代入し $1=2+b$
$-1=b$
よって $y=2x-1$

25A　(2)　図で，Oは原点，A，Dは関数 $y=ax^2$（a は定数，$a>0$）のグラフと直線 $y=6$ との交点で，点Aの x 座標は負である。B，Cは x 軸上の点で，四角形ABCDは正方形である。また，Eは線分AB上の点で，その y 座標は2，Pは直線 $y=6$ 上の点で，その x 座標は負である。

このとき，次の①，②の問いに答えなさい。

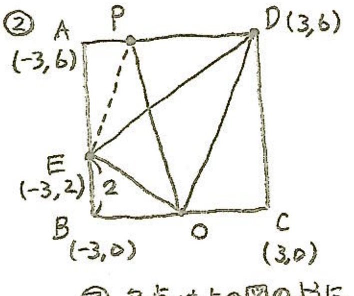
①　a の値を求めなさい。

②　△EODと△PODの面積が等しくなるとき，点Pの座標を求めなさい。



① 四角形ABCDが正方形だから
AD=ABで、A，Dが直線y=6上の点ということは、AB=6とわかる。
AD=BC=6で、BとCは原点について対称の位置にあるから、
Bのx座標=−3，Cのx座標=3 とわかる。
D(3，6)が $y=ax^2$ のグラフ上にあるから、代入し
$6=a\times3^2$
$6=9a$
$\frac{2}{3}=a$　よって $a=\frac{2}{3}$

②



㋐ 各点は上の図のようになっている。
△EOD=△PODになるのは、PE//OD のとき

① 直線ODの傾きは $\xrightarrow[3]{}\uparrow 6$ だから
$a=\frac{6}{3}=2$

㋒ EPの傾きがODと等しければ平行になるから
直線EPは傾き2でE(−3，2)を通る。

㋓ $y=2x+b$ にE(−3，2)を代入し
$2=2\times(-3)+b$
$2=-6+b$
$8=b$　よって EPは $y=2x+8$

㋔ 点Pは、$y=2x+8$ と $y=6$ の交点だから
$6=2x+8$
$-2=2x$
$-1=x$
よって P(−1，6)