

24

三平方の定理：三平方の定理
三平方の定理, 三平方の定理の逆

名前

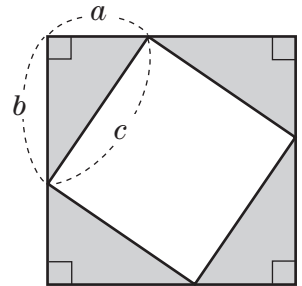
年 組 番

/ 18問

知 技

①三平方の定理

3 辺の長さが a , b , c の直角三角形を右の図のように並べると, 中央に1辺が c である **正方形** ができ, 外側には1辺が $a+b$ の正方形ができる。



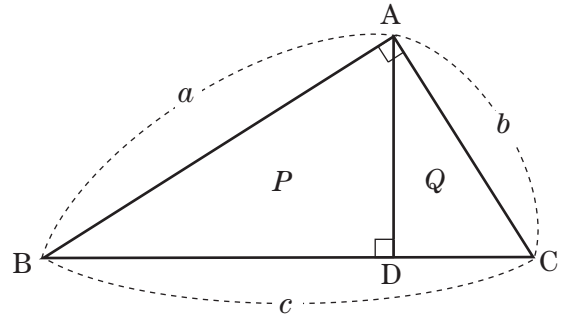
このとき, 中央の白い正方形の面積は, 1辺が $a+b$ の正方形の面積から4つの直角三角形の面積をひいたものなので,

$(a+b)^2 - \frac{1}{2}ab \times 4$ となり, この式を展開し整理すると,
 $a^2 + 2ab + b^2 - 2ab = a^2 + b^2$ となる。また白い正方形の面積は c^2 と表せるので,
 $a^2 + b^2 = c^2$ となることがわかる。

②三平方の定理の逆

定理 三角形の3辺の長さ a , b , c の間に, $a^2 + b^2 = c^2$ という関係が成り立てば, その三角形は, 長さ c の辺を **斜辺** とする **直角三角形** である。

考 1 右の図のように, $\angle A = 90^\circ$ である直角三角形 ABC で, 点 A から辺 BC に垂線 AD をひくと, $\triangle ABD$, $\triangle CAD$, $\triangle CBA$ はすべて相似になります。それぞれの面積を P, Q, R として, 次の問いに答えなさい。



(1) $\triangle ABD$ と $\triangle CBA$ が相似であることから, AD の長さは, $a : c = AD : b$ より, $AD = \frac{ab}{c}$ となります。同様にして, BD, CD の長さを a, b, c で表しなさい。

● $a : c = BD : a$ より, $BD = \frac{a^2}{c}$
 $\triangle CAD \sim \triangle CBA$ から, $BD = \left(\frac{a^2}{c} \right)$ $CD = \left(\frac{b^2}{c} \right)$
 ● $b : c = CD : b$ より, $CD = \frac{b^2}{c}$

(2) R を a, b, c で表しなさい。

● $R = a \times b \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}ab$
 $R = \left(\frac{1}{2}ab \right)$

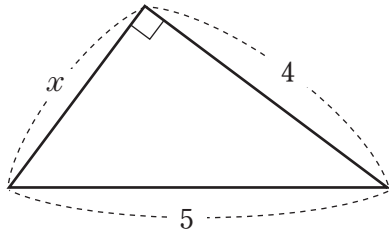
(3) $R = P + Q$ であることから, $a^2 + b^2 = c^2$ であることを示しなさい。

$\frac{1}{2}ab = \frac{a^2}{c} \times \frac{ab}{c} \times \frac{1}{2} + \frac{b^2}{c} \times \frac{ab}{c} \times \frac{1}{2}$ だから, 両辺に $\frac{2c^2}{ab}$ をかけると,

$c^2 = a^2 + b^2$

技 2 次の①～④の x の値を求めなさい。

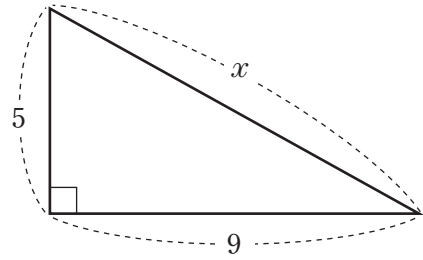
①



● $x = \sqrt{5^2 - 4^2}$

($x =$ **3**)

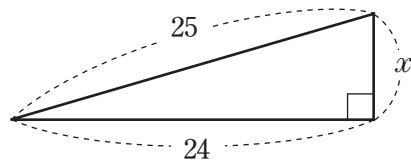
②



● $x = \sqrt{5^2 + 9^2}$

($x =$ **$\sqrt{106}$**)

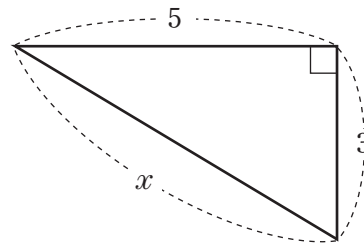
③



● $x = \sqrt{25^2 - 24^2}$

($x =$ **7**)

④



● $x = \sqrt{5^2 + 3^2}$

($x =$ **$\sqrt{34}$**)

考 3 次の長さを3辺とする三角形のうち、直角三角形であるものには○を、そうでないものには×を書きなさい。

解法テク もっとも長い辺の長さの2乗が、他の2辺の長さの2乗の和に等しいかを見る。

① 6cm, 8cm, 10cm

● 10^2 と、 $6^2 + 8^2$ を比較する。

(**○**)

$10^2 = 100$

$6^2 + 8^2 = 100$

② 4cm, 10cm, 11cm

● 11^2 と、 $4^2 + 10^2$ を比較する。

(**×**)

$11^2 = 121$

$4^2 + 10^2 = 116$

③ 14cm, 48cm, 50cm

● 50^2 と、 $14^2 + 48^2$ を比較する。

(**○**)

$50^2 = 2500$

$14^2 + 48^2 = 196 + 2304 = 2500$