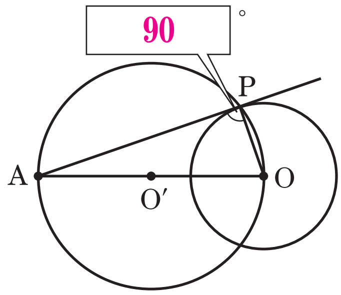
23 円：円周角の定理の利用
円周角の定理を利用した作図，円と相似

名前　年　組　番　／18問

知 ①円周角の定理の利用

円周角の定理を利用して，円の接線を作図することができる。

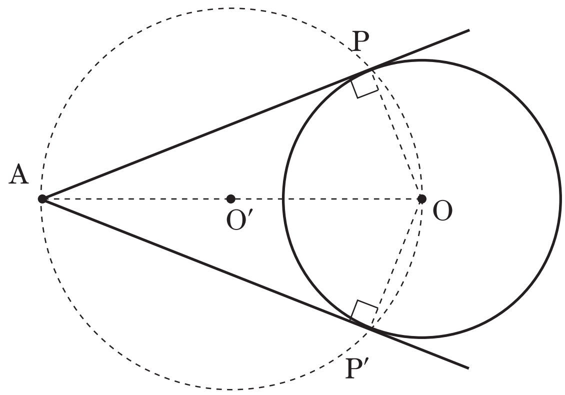
右の図のように，円O外の点Aから円Oにひいた接線は，点Pで半径POと 垂直 に交わるはずである。したがって，∠APOが90°になることから，線分AOを 直径 とする円O′と円Oの交点が 接点 となる。このことを利用して，円O′を作図し，接線をかくことができる。



②円の接線

円Oに円外の点Aから接線をひく場合，接点の位置を求める必要がある。

右の図のように，AOを 直径 とする円と円Oの交点をP，P′とすれば，P，P′はAOを直径とする円の円周上にあるので，∠APO，∠AP′Oは 90 °となり，直線AP，AP′は円Oの接線となる。



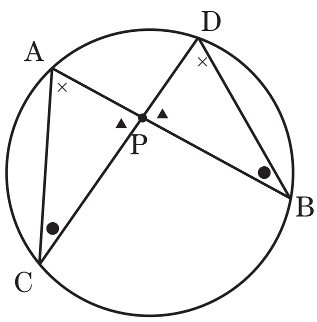
また，このとき，△APOと△AP′Oは 直角 三角形であり， AO は共通でPO=P′Oなので，△APO≡△AP′Oより，AP=AP′となる。すなわち，円外の1点から，その円にひいた2つの接線の長さは 等しい ことになる。

③円と相似（そうじ）

右の図のように，円の内部の点Pを通る2つの直線によってできる△ACPと△DBPは 相似 になる。このことは，図の∠Cと∠Bは$\overset{\frown}{AD}$に対する 円周角 であり，∠Aと∠Dは$\overset{\frown}{CB}$に対する円周角であることから証明できる。

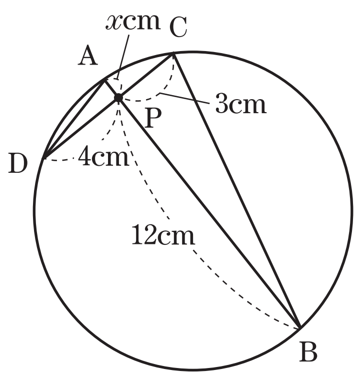
相似な図形では対応する辺の 比 は等しいので，

PA：PD=PC： PB という関係が成り立つ。



技 **1** 次の①～④のように，2つの弦 AB，CD の交点を P としたとき，x にあてはまる数値を求めなさい。

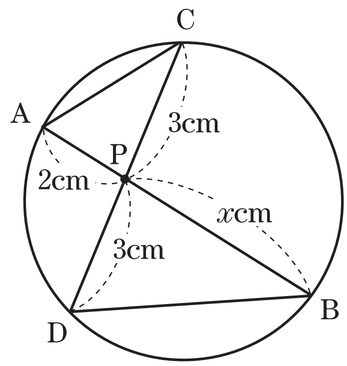
①



●$x:3=4:12$
$x=1$

（　1　）

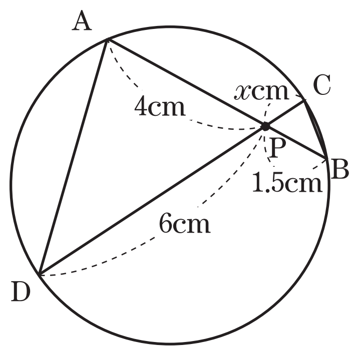
②



●$2:3=3:x$
$x=4.5$

（　4.5　）

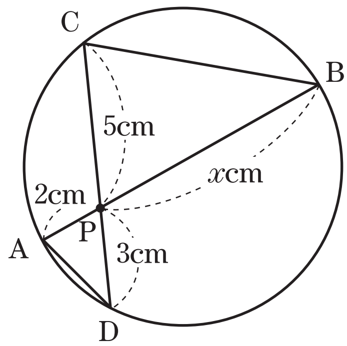
③



●$4:x=6:1.5$
$x=1$

（　1　）

④



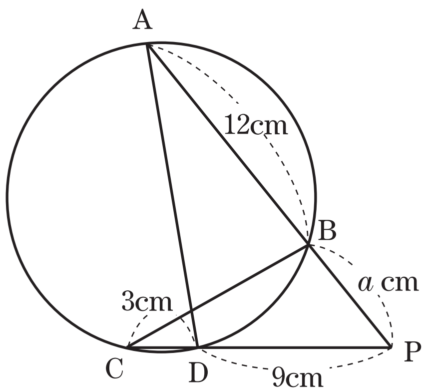
●$2:5=3:x$
$x=7.5$

（　7.5　）

技 **2** 右の図のように，点 P を通る 2 つの直線があり，それぞれ円と点 A，B，および C，D で交わっています。このとき，a の長さを求めなさい。

●△ADP ∽△CBP より，
$(12+a):(3+9)=9:a$
よって，$(12+a)\times a=9\times12$
この a についての 2 次方程式を解けばよい。

（　6　）cm



16-60-9-3-ww-023-01-2