

10

2次方程式：2次方程式とその解き方
2次方程式の解の公式

年 組 番
名前

/ 20問

知 ① 2次方程式の解の公式

2次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の解は、

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

② 平方根の考えから解の公式を求める

2次方程式 $ax^2+bx+c=0$ は、両辺を x^2 の係数 a でわれば、
 $x^2+px+q=0$ の形の2次方程式になる。これを、 $(x+\blacktriangle)^2=\bullet$ の形に変形し、平方根の考え
を使って解くと、**解の公式** になる。

考 1 2次方程式 $ax^2+bx+c=0$ を次のようにして解きました。()にあてはまる式を答えなさい。

$$ax^2+bx+c=0$$

x^2 の係数を1にするために、両辺を x^2 の係数でわると

$$x^2 + \left(\frac{b}{a}\right)x + \left(\frac{c}{a}\right) = 0$$

項を移項し、両辺に x の係数の $\frac{1}{2}$ の2乗を加えると、

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2$$

左辺を平方の形にし、右辺を計算すると、

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

$b^2 - 4ac \geq 0$ のとき、平方根の考えから

$$x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$$

$$x + \frac{b}{2a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

● $4a^2 = (2a)^2$ である。

$$x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

技 2 次の方程式を解の公式を使って解きなさい。

ポイント 2 次方程式の解の公式

$ax^2+bx+c=0$ の解は,

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

① $2x^2+x-5=0$

● $x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \times 2 \times (-5)}}{2 \times 2}$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{41}}{4}$$

($x = \frac{-1 \pm \sqrt{41}}{4}$)

② $5x^2-3x-1=0$

● $x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \times 5 \times (-1)}}{2 \times 5}$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{29}}{10}$$

($x = \frac{3 \pm \sqrt{29}}{10}$)

③ $2x^2+5x-1=0$

● $x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \times 2 \times (-1)}}{2 \times 2}$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{33}}{4}$$

($x = \frac{-5 \pm \sqrt{33}}{4}$)

④ $-3x^2=x-3$

● $-3x^2-x+3=0$ より,

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times (-3) \times 3}}{2 \times (-3)}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{37}}{6}$$

($x = \frac{-1 \pm \sqrt{37}}{6}$)

⑤ $5x^2=-5x+5$

● $x^2+x-1=0$ より,

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \times 1 \times (-1)}}{2 \times 1}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

($x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$)

⑥ $3x^2=5x+2$

● $3x^2-5x-2=0$ より,

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 3 \times (-2)}}{2 \times 3}$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{49}}{6}$$

$$x = \frac{5 \pm 7}{6}, \text{ よって, } x=2, x=-\frac{1}{3}$$

($x=2, x=-\frac{1}{3}$)

注意! $\sqrt{49}$ は有理数で, 7 である。

技 3 $16x^2-8x+1=0$ を解きなさい。

● $x = \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - 4 \times 16 \times 1}}{2 \times 16}$

$$x = \frac{8 \pm \sqrt{0}}{32} \text{ より,}$$

$$x = \frac{1}{4}$$

注意! 2 次方程式の解の公式で, 根号の中の b^2-4ac の値が 0 に ($x = \frac{1}{4}$)
なることもあり, その場合は解は 1 つとなる。