3年　数学　教科書（P. 114～153）

5章　図形と相似答（プリントNo. 42～54）

3年　教科書　No.42（P.116～119）

P.116

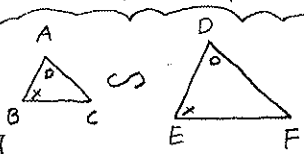
1　㋐と㋒のマス目のたて・よこの長さを比べると、㋐の1マスの2倍の長さが㋒の1マスになっている。

㋒の図形は、㋐の図形の2倍の拡大図
㋐の図形は、㋒の図形の$\frac{1}{2}$の縮図

P.118

2　△ABC∽△DEF　△ABC∽△GIH

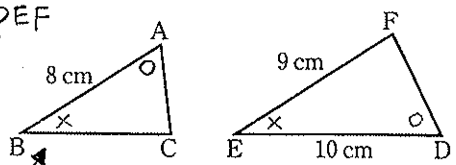
（頂点が対応していることが大切！
頂点の順序は、かまわない。
△BCA∽△EFDでもOK）



←目安として等しい角に印をつけると、わかりやすい

3　△ABC∽△DEF

対応している頂点



等しい角に ○ × をうつと上のよう。

対応する辺に目をつけると AB（○×の間）と DE（○×の間）だから

△ABCと△DEFの相似比＝8：10　2でわって
＝4：5

よって　4：5

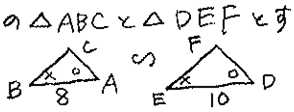
4　△ABC∽△PQRで相似比が1：1ということは、対応する辺の比が1：1、つまり辺の長さが同じということだから対応する3組の辺がそれぞれ等しいから合同

△ABC≡△PQR

注　相似比を比の値で考える場合

比 a：b を比の値にすると $\frac{a}{b}$
うしろが分母

3の△ABCと△DEFとすると

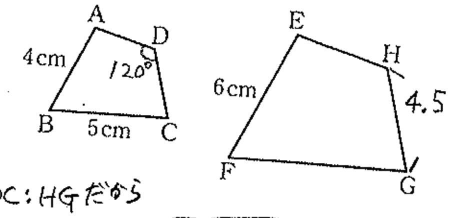


△ABCの△DEFに対する相似比＝$\frac{\triangle ABC}{\triangle DEF}=\frac{8}{10}=\frac{4}{5}$

「～に対する」の前の図形が分母

P.119

5



AB：EF＝DC：HGだから

4：6＝DC：4.5
かけ算すると

a：b＝c：d のとき ad＝bc

（1年で習った）

6DC＝4×4.5
6DC＝18
DC＝$\frac{18}{6}$＝3

（6x＝18
x＝$\frac{18}{6}$
と同じ）

また、∠Dと∠Hは対応しているので等しい。

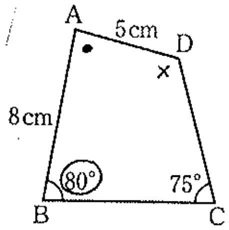
よって　CD＝3cm，∠H＝120°

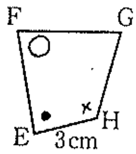
☆こんな方法もOK!!

4：6＝DC：4.5
ここで4と6は2でわれるからわってしまう!!
$\cancel{4}$：$\cancel{6}$＝DC：4.5
2　3
3DC＝2×4.5
3DC＝9
DC＝$\frac{9}{3}$＝3

練習問題

①





四角形ABCD∽四角形EFGHだから等しい角に印をつけると、左のよう。

（1）点Eと点A
点Fと点B
点Gと点C
点Hと点D

大きい方
（2）四角形ABCDと四角形EFGHの相似比は
AD：EHだから5：3　　5：3

（3）∠G＝∠C＝75°　　75°

（4）EFに対応する辺は、ABだから

AD：EH＝AB：EF
5：3＝8：EF

5EF＝24 ←3×8
EF＝$\frac{24}{5}$

よって　$\frac{24}{5}$cm

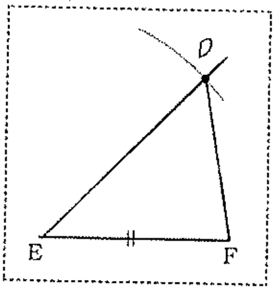
（4.8cmでもOK
分数のままの方がよぶんな計算がいらない）

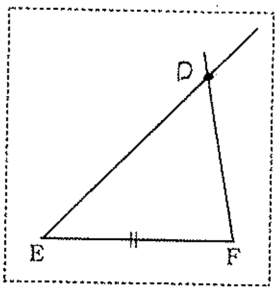
3年　教科書　No.43（P.121〜122）

P.121

1

(イ)　　(ウ)



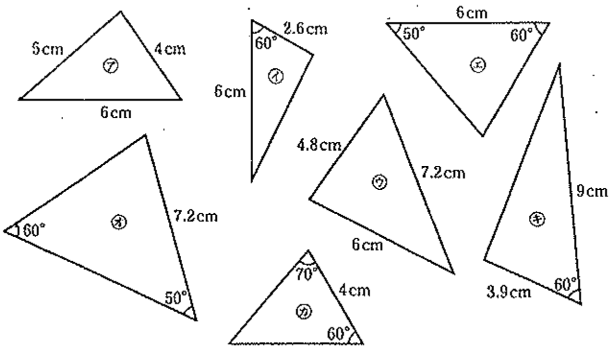


(イ)
① コンパスで3.5cmをとりEを中心に円周の一部をかく。
② 分度器で∠E=45°となる線分をひく。
③ ①と②の交点をDとし、△DEFをかく。

(ウ)
① 分度器で∠E=45°となる線分をひく。
② 分度器で∠F=80°となる線分をひく。
③ ①と②の交点をDとし、△DEFをかく。

P.122

2

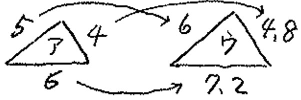


相似条件の3つのどれかにあてはまるか、考える。

① 3組の辺の比がすべて等しい。
② 2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい。
③ 2組の角がそれぞれ等しい。

①は3辺、②は2辺とその間の角、③は2角
これらが、わかっているかどうか考えればいい。

・3辺わかっているのは、㋐と㋒

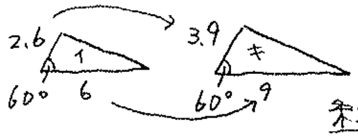


全部 5:6

4:4.8=5:6=6:7.2

相似条件は①

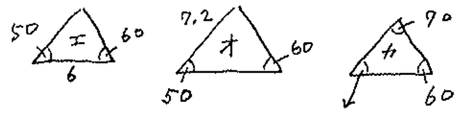
・2組の辺の比とその間の角がわかっているのは、㋑と㋖



2.6:3.9=6:9=2:3で
間の角が60°

条件は②

・2組の角がわかっているのは、㋓㋔㋕



ここを求めると 180−(60+70)
=180−130=50

上のように、わかってない角も求めてみると、
エ・オ・カともに50°と60°の角があるので
条件③にあてはまる。

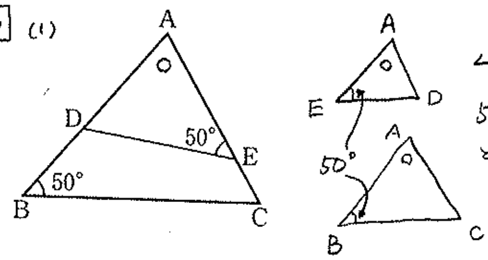
よって

㋐と㋒　条件　3組の辺の比がすべて等しい。

㋑と㋖　条件　2組の辺の比と、その間の角がそれぞれ等しい。

㋓と㋔と㋕　条件　2組の角が、それぞれ等しい。

3 (1)

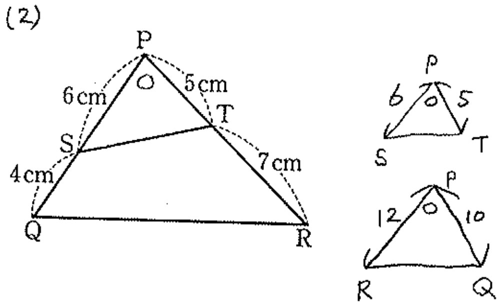


∠Aが共通で
50°の角が
ともにあるから
相似

よって

△AED∽△ABC　条件　2組の角がそれぞれ等しい。

(2)



∠Pが共通で

PS:PR
=
PT:PQ
=
1:2

になっているから
相似

よって

△PST∽△PRQ

条件　2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい

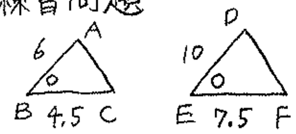
練習問題

①

大切!!

まったくてきとうに三角形をかき、辺や角をかきいれる

または、同じ印をうつ



(1) AB:DE=BC:EF=3:5で
∠B=∠Eだから
2組の辺の比とその間の角が等しいから相似

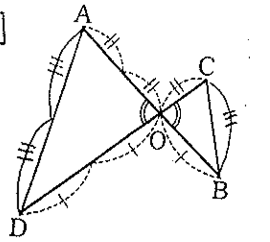
(2) △ABC:△DEF=AB:DE=6:10=3:5　**3:5**

(3) 相似比が3:5だから
AC 9:DF=3:5 → 3DF=45
DF=$\frac{45}{3}$=15
よって DF=15cm

3年　教科書　No.44 (P.124〜125)

P.124

1



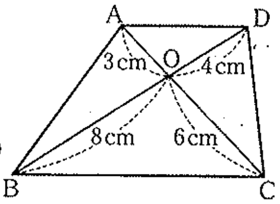
△ADOと△CBOの相似比が 2:1 だから

ADはCBの 2倍

理由は、相似比が2:1より、AD = 2CBになるから

P.125

2　△OADと△OCBで



OA : OC = 1 : 2

OD : OB = 1 : 2

よって OA : OC = OD : OB －①

また、対頂角は等しいから

∠AOD = ∠COB －②

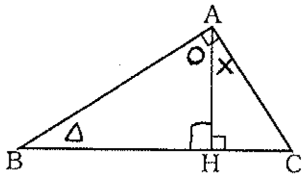
①, ②から 2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいので △OAD ∽ △OCB

相似な図形では、対応する角は等しいので、

∠ADO = ∠CBO

よって 錯角が等しいから、AD // BC

みんなで話しあってみよう



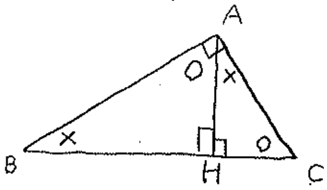
左の図のように ○△× とすると、

△HABで ○+△=90°

また　○+×=90°

だから △=× とわかる。

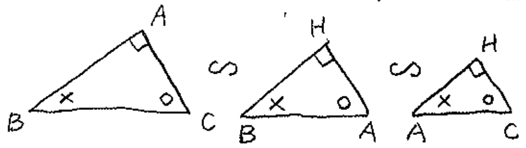
⇓



△HCAで

∠C = 90−× = ○ となる。

結局 3つの三角形が相似といえる。



△ABC ∽ △HBA ∽ △HAC

理由　2組の角がそれぞれ等しいから。

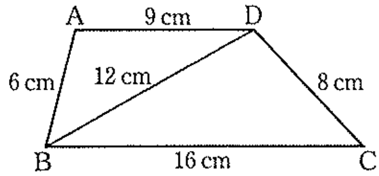
よく使う考え方!!

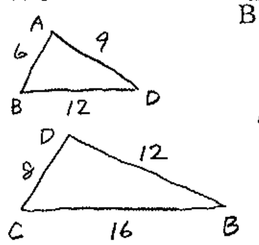
○+× = □
○+△ = □
（同じ）（同じ）
なら　× = □ − ○
　　　△ = □ − ○
だから　×=△

練習問題

①

△ABDと△DCBをかきだしてみると





角については、わからないけれど3組の辺の長さが、わかっているので、辺の比を考えると

AB : DC	BD : CB	DA : BD
6 : 8	12 : 16	9 : 12
2でわって 3 : 4	4でわって 3 : 4	3でわって 3 : 4

証明　△ABDと△DCBで

AB : DC = 6 : 8 = 3 : 4

BD : CD = 12 : 16 = 3 : 4

DA : BD = 9 : 12 = 3 : 4

よって AB : DC = BD : CD = DA : BD

3組の辺の比が、すべて等しいので

△ABD ∽ △DCB

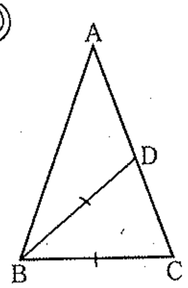
相似な図形では、対応する角は等しいので

∠ADB = ∠DBC

よって 錯角が等しいから AD//BC

平行であることをいうためには、同位角や錯角が等しいことを示す

②



証明

△ABCと△BDCで

∠Cは共通だから

∠ACB = ∠BCD －①

二等辺三角形の2つの底角は等しいので

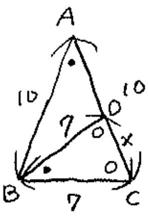
∠ABC = ∠ACB

∠ACB = ∠BDC

よって ∠ABC = ∠BDC －②

①、②から 2組の角がそれぞれ等しいので

△ABC ∽ △BDC



CD = x cmとすると

AB : BC = BC : CDより

10 : 7 = 7 : x

$10x = 49$

$x = \frac{49}{10}$

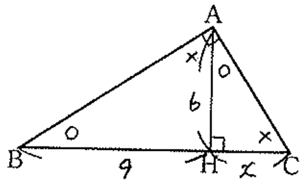
よって

CD = $\frac{49}{10}$ cm

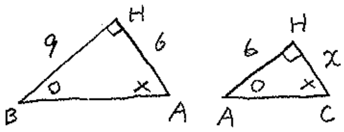
3年　教科書　No.45 (P.125〜130)

P.125　練習問題つづき

③ $\angle BAC = \angle AHC = 90°$
だから、右図のように
等しい角ができるので



$\triangle HBA \backsim \triangle HAC$
に目をつけると



HC＝x cm とすると

$9:6=6:x$

$9x=36$ ← 6×6

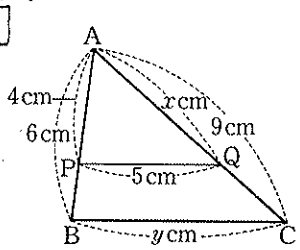
$x=\frac{\cancel{36}\,4}{\cancel{9}}$

よって　CH＝4cm

迷ったら、なんとなく
かきだすと、わかり
やすくなる

P.127

1



PQ // BC より

AP : AB＝AQ : AC だから

$4:6=x:9$

$6x=36$ ← 4×9

$x=\frac{36}{6}$

$x=6$

AP : AB＝PQ : BC より

$4:6=5:y$

$4y=30$ ← 6×5

$y=\frac{\cancel{30}\,15}{\cancel{4}\,2}$

よって　$x=6,\ y=\frac{15}{2}$

比例式　こんな手もOK!!

$\cancel{9}:\cancel{6}=6:x$
3でわって
$3:2$

$3x=12$

$x=\frac{\cancel{12}\,4}{\cancel{3}}$

$\cancel{4}:\cancel{6}=5:y$
2でわって
$2:3$

$2y=15$

$y=\frac{15}{2}$

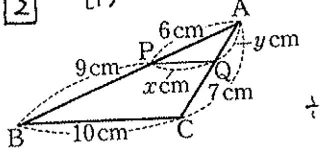
絶対便利

早目に数字をわって、小さくしておけるから、
計算しやすくなる！

オススメ!!

P.129

2　(1)



PQ // BC より

AP : AB＝AQ : AC だから

$\cancel{6}:\cancel{15}=y:7$
÷3
$2:5$

$5y=14$

$y=\frac{14}{5}$

AP : AB＝PQ : BC だから

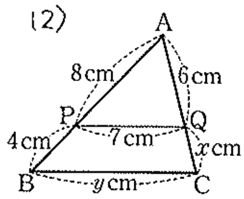
$\cancel{6}:\cancel{15}=x:10$
÷3
$2:5$

$5x=20$

$x=4$

$x=4,\ y=\frac{14}{5}$

(2)



PQ // BC より

AP : PB＝AQ : QC だから

$\cancel{8}:\cancel{4}=6:x$
÷4
$2:1$

$2x=6$

$x=3$

AP : AB＝PQ : BC だから

$\cancel{8}:\cancel{12}=7:y$
÷4
$2:3$

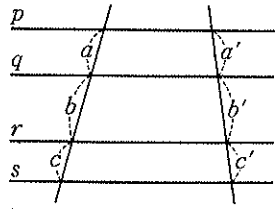
$2y=21$

$y=\frac{21}{2}$

よって　$x=3,\ y=\frac{21}{2}$

P.130

3



直線 p, q, r は
平行だから

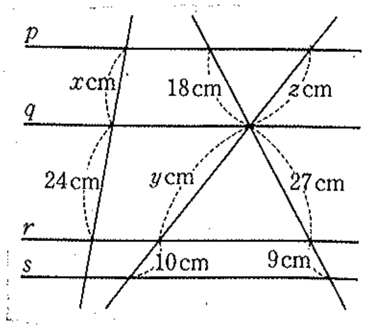
$a:a'=b:b'$

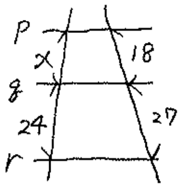
また 直線 q, r, s
も平行だから

$b:b'=c:c'$

よって　$a:a'=b:b'=c:c'$

4



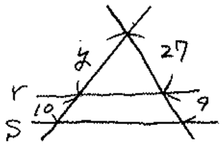


だから

$x:24=\cancel{18}:\cancel{27}$
÷9
$2:3$

$3x=48$

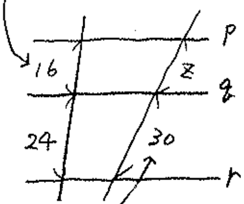
$x=\frac{\cancel{48}\,16}{\cancel{3}}$



だから

$y:10=\cancel{27}:\cancel{9}$
÷9
$3:1$

$y=30$



だから

$\cancel{16}:\cancel{24}=z:30$
÷8
$2:3$

$3z=60$

$z=\frac{\cancel{60}\,20}{\cancel{3}}$

もし…

$x:24=18:27$
をそのまま
計算すると

$27x=18\times24$

$27x=432$

$x=\frac{\cancel{432}\,\cancel{48}\,16}{\cancel{27}\,\cancel{3}}$

と、大変!!

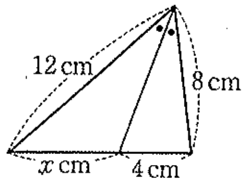
よって

$x=16,\ y=30,\ z=20$

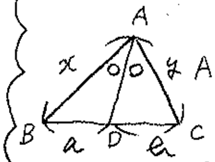
3年　教科書　No.46 (P.131〜134)

P.131

5 (1)



絶対に使おう!!
角の二等分線があったら
辺の比例式をつくる!



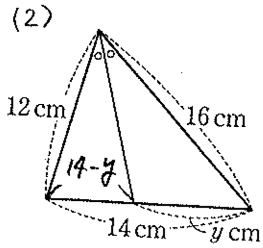
AB:AC=BD:DC
x:y = a:e

$\cancel{12}:\cancel{8} = x:4$
3:2
÷4

$2x=12$

$x=6$

(2)



$\cancel{12}:\cancel{16} = 14-y : y$
÷4　3:4

$3y=4(14-y)$

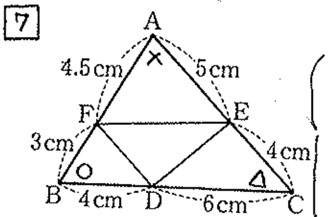
$3y=56-4y$

$3y+4y \rightarrow 7y=56$

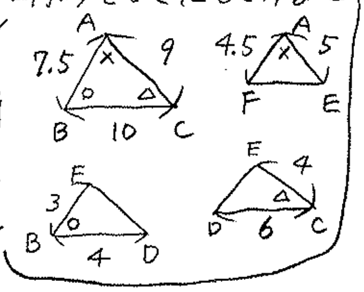
$y=\frac{\cancel{56}\,8}{\cancel{7}}$　　$y=8$

P.133

7

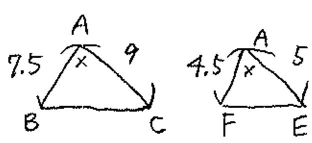


三角形をかきだしてみると

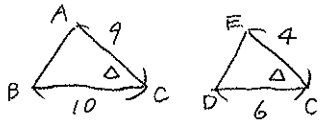


相似条件
① 3組の辺の比がすべて
② 2組の辺の比とその間の角
③ 2組の角

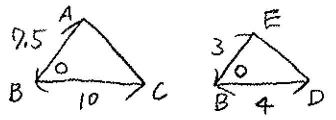
使えそうなのは、
とりあえず ②
だから、辺の比
に目をつけると



$\cancel{7.5}:\cancel{4.5} \ne 9:5$
5:3
÷1.5
等しくない

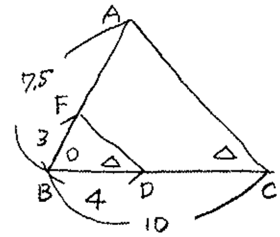


$9:4 \ne \cancel{10}:\cancel{6}$ ÷2
5:3
等しくない



$\cancel{7.5}:\cancel{3} = \cancel{10}:\cancel{4}$
5:2　5　2

等しい

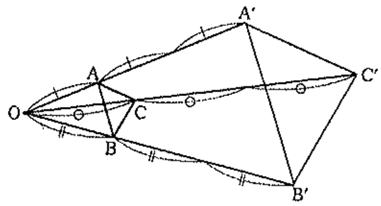


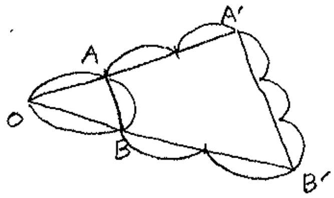
△ABC∽△FBD と
わかったから
対応する角が等しいので
∠C=∠FDB

同位角が等しいので FD//AC

よって　△ABCの辺に平行なのは、FD

8





△OA'B'で
OA:OA'=OB:OB'=1:3
だから　AB//A'B'
AB:A'B'=1:3

同じように △OB'C' や △OC'A' について

BC//B'C'　BC:B'C'=1:3

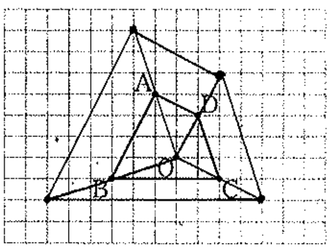
CA//C'A'　CA:C'A'=1:3

△ABCと△A'B'C'で、3組の辺の比が
すべて等しいので　△ABC∽△A'B'C'

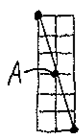
相似比は　1:3

P.134

9

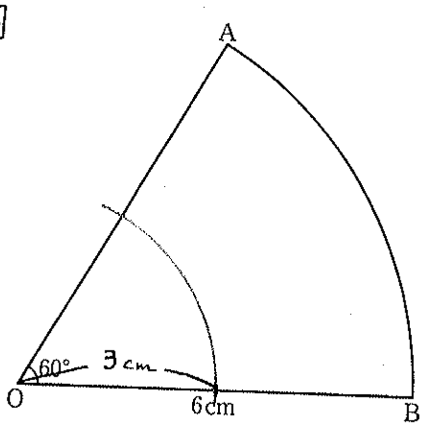


まず目を使って
線をのばして
点をうてばいい。



OからAまで
上に3ます
左へ1ます
だから
Aからも
上に3ます
左へ1ます
うごく

10

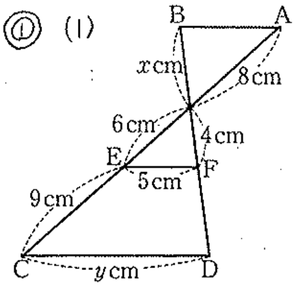


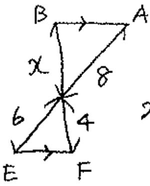
半径3cmの
円の弧をかき
おうぎ形と
すれば、いい。

3年　教科書　No.47 (P.134～137)

P.134　練習問題

① (1)





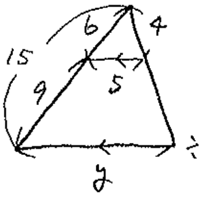
左の図で

$x:4=8:6$

$4:3$ ÷2

$3x=16$

$x=\frac{16}{3}$



左の図で

$6:15=5:y$

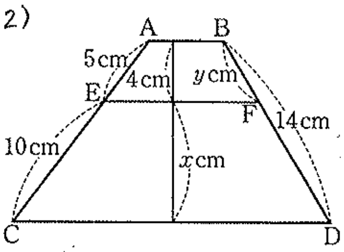
$2:5$ ÷3

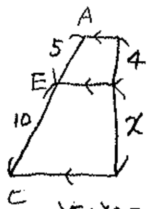
$2y=25$

$y=\frac{25}{2}$

$x=\frac{16}{3}$, $y=\frac{25}{2}$

(2)

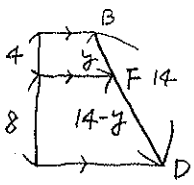




$5:10=4:x$

$1:2$ ÷5

$x=8$



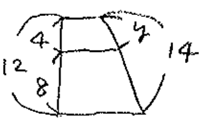
$4:8=y:14-y$

÷4 $1:2$

$2y=14-y$

$3y=14$

$y=\frac{14}{3}$



上のようにみて　$4:12=y:14$

÷4 $1:3$

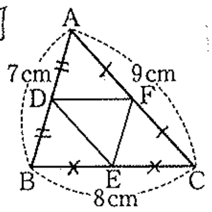
$3y=14$　としてもOK

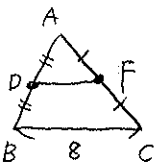
$y=\frac{14}{3}$

$x=8$, $y=\frac{14}{3}$

P.136

1





D,Fが中点だから

中点連結定理より

$DF=\frac{1}{2}BC$

$=\frac{1}{2}\times 8$

$=4$

同じように

$FE=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}\times 7=\frac{7}{2}$　$DE=\frac{1}{2}AC=\frac{1}{2}\times 9=\frac{9}{2}$

△DEFの周 $=4+\frac{7}{2}+\frac{9}{2}=\frac{24}{2}=12$　12cm

P.137

7

とんな四角形か？

↓

特別な四角形は、

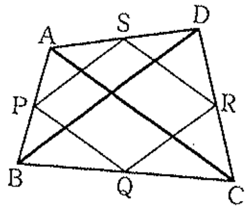
正方形・長方形・

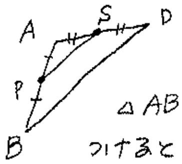
ひし形・平行四辺形・

台形

この中のどれか

見通しをもつ

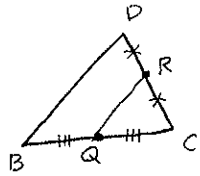




△ABDに目をつけると、中点連結定理より

← (PS // BD)

$PS=\frac{1}{2}BD$



△DBCでも中点連結定理より

(RQ // DB)

$RQ=\frac{1}{2}DB$

同じように△ABC, △DACでも

(PQ // AC)　(SR // AC)

$PQ=\frac{1}{2}AC$　$SR=\frac{1}{2}AC$

対角線の長さが等しいので AC=BD だから

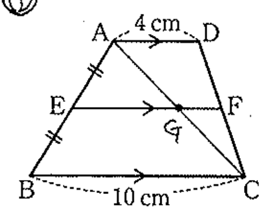
PQ=QR=RS=SP となり

4つの辺の長さが、すべて等しいので、

四角形PQRSはひし形になる。

練習問題

①



左図の台形で EF // BC

だから AD // EF // BC

ACをひいてEFとの交点をGとすると

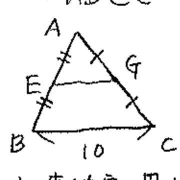
AE:EB=AG:GC=DF:FC

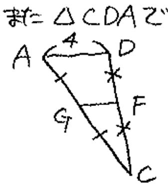
=1:1

だから

E, G, F は AB, AC, DC の中点となる。

よって△ABCで　　また△CDAで





中点連結定理より

$EG=\frac{1}{2}BC$

$=\frac{1}{2}\times 10$

$=5$

$GF=\frac{1}{2}AD$

$=\frac{1}{2}\times 4$

$=2$

よって $EF=EG+GF$

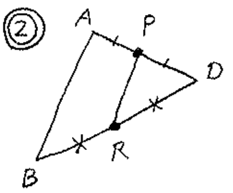
$=5+2$

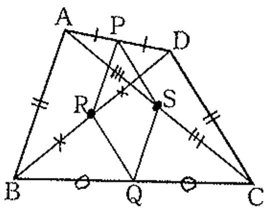
$=7$　7cm

3年　教科書　No.48（P.137〜142）

P.137　練習問題つづき

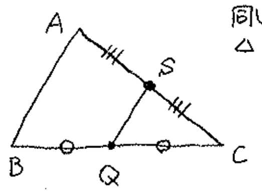
②





△ABDで中点連結定理より

$PR=\frac{1}{2}AB$



同じように
△ABCで
$SQ=\frac{1}{2}AB$

△ADCで
$PS=\frac{1}{2}DC$

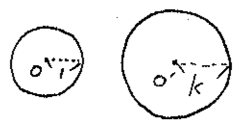
△BCDで
$RQ=\frac{1}{2}DC$

AB＝CDだから

PR＝SQ＝PS＝RQとなり

四角形PRQSはひし形となる。

P.140
1



相似比は、対応する
辺の比だから
1 : k

円Oの面積 $=\pi\times1^2=\pi$

円O′の 〃 $=\pi\times k^2=\pi k^2$

面積の比は $\pi : \pi k^2 = 1 : k^2$
πでわって

よって　相似比 1 : k　面積の比 $1 : k^2$

P.141
2　相似比 5 : 3 だから　面積の比は $5^2 : 3^2$
（F　G）

Fの面積を $x\,cm^2$ とすると　Gが $180cm^2$ だから

$x : 180 = 5^2 : 3^2$

$\cancel{9}x = \cancel{180}^{20}\times25$

$x=500$

よって　$500\ cm^2$

180×25を先に計算するよりも両辺を9でわった方が楽!!

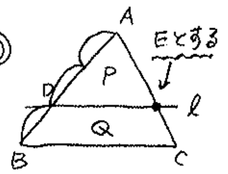
$9x=180\times25$

$x=\frac{\cancel{180}^{20}\times25}{\cancel{9}}$

ここで約分してもOK

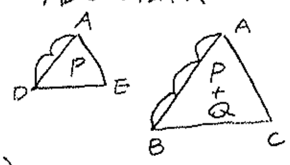
練習問題

①



Eとする

ℓ//BCだから　Pの三角形は
△ABCと相似



（P）　（P＋Q）
△ADEと△ABCの相似比 ＝ 2 : 3
〃　　　面積比 $=2^2:3^2$　2乗の比
$=4:9$

△ABC（＝P＋Q）が $72cm^2$ だから

$P : 72 = 4 : 9$

$9P=72\times4$

$P=\frac{\cancel{72}^{8}\times4}{\cancel{9}}$

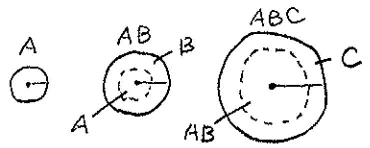
$=32$

ここも 72×4＝288 としない方が計算しやすい

P＝32とわかったので　32＋Q＝72
Q＝40

よって　Pの面積 $32cm^2$，Qの面積 $40cm^2$

②

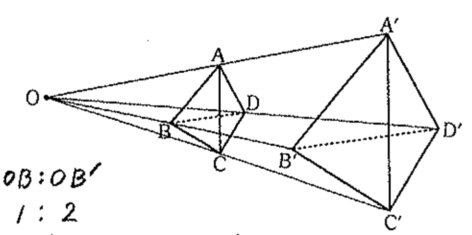


	A	AB	ABC
半径	10	20	30
半径の比	1 :	2 :	3
面積比	1^2 :	2^2 :	3^2
	＝1 :	4 :	9

A＝1とすると、B ＝ 4－A ＝ 4－1 ＝ 3
C ＝ 9－AB ＝ 9－4 ＝ 5

よって　Bの面積は Aの3倍
Cの面積は Aの5倍

P.142
1



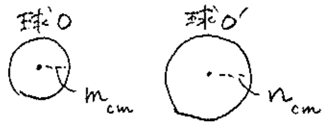
(1)
△OA′B′で
OA : OA′＝OB : OB′
＝1 : 2
だから AB//A′B′，AB : A′B′＝1 : 2

(2)　(1)と同じように考えると
△OB′C′で BC : B′C′＝1 : 2
△OA′C′で CA : C′A′＝1 : 2

よって　3組の辺の比がすべて等しいので
△ABC ∽ △A′B′C′

3年　教科書　No.49（P.143〜147）

P.143
[2]



表面積は $4\pi m^2$ と $4\pi n^2$ だから

比は $4\pi m^2 : 4\pi n^2 = m^2 : n^2$

体積は $\frac{4}{3}\pi m^3$ と $\frac{4}{3}\pi n^3$ だから

比は $\frac{4}{3}\pi m^3 : \frac{4}{3}\pi n^3 = m^3 : n^3$

よって 表面積比 $m^2 : n^2$，体積比 $m^3 : n^3$

P.144
[3]

F ∽ G で 相似比 3：2 だから

表面積比 $3^2 : 2^2 = 9:4$

体積比 $3^3 : 2^3 = 27:8$

・Gの表 $256\,cm^2$ だから

$F : 256 = 9 : 4$

$4F = 256 \times 9$

$F = \frac{\cancel{256}^{64} \times 9}{\cancel{4}}$

$= 576$

・Gの体 $256\,cm^3$ だから

$F : 256 = 27 : 8$

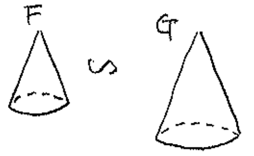
$8F = 256 \times 27$

$F = \frac{\cancel{256}^{32} \times 27}{\cancel{8}}$

$= 864$

よって Fの表面積 $576\,cm^2$，体積 $864\,cm^3$

P.145
[4]



で 高さの比が 3：4 だから

⇓

長さの比は 3：4

面積比は $3^2 : 4^2$

体積比は $3^3 : 4^3$

(1) 円周の長さの比は ←

高さの比と同じで 3：4

(2) 表面積の比は $3^2 : 4^2 = 9:16$　9：16

(3) 体積比が 27：64（← 4×4×4）になり

F：G = 27：64 で Fが 135π だから

$135\pi : G = 27 : 64$

$27G = 135\pi \times 64$

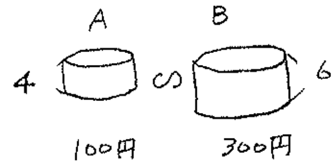
$G = \frac{\cancel{135}^{5}\pi \times 64}{\cancel{27}}$

135÷27=5

$= 320\pi$　　よって $320\pi\ cm^3$

$\frac{\cancel{135}^{\cancel{45}^{5}}}{\cancel{27}_{\cancel{9}}}$ こまかく約分しても OK

みんなで 話しあってみよう



AとBの

相似比 4：6

= 2：3

体積比 $= 2^3 : 3^3$

= 8：27

Aを 6個かうと 体積は 8×6=48 で代金600円

Bを 2個かうと 体積は 27×2=54 で代金600円

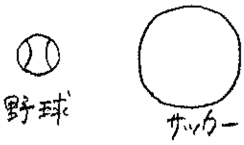
代金が ともに 600円で等しいから

割安かどうかは、体積の多い方が割安と

考えられる。よって Bの方が割安

練習問題

①



直径 7.3cm　　21.9cm

相似比を

7.3：21.9 と考えて

7.3でわると

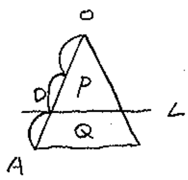
1：3 になる

体積比は $1^3 : 3^3$

= 1：27

よって およそ27倍

②



平面Lが底面と平行だから

Lで区切られた上の三角錐

と、もとの三角錐OABCは

相似になる。OD：DA=2：1より

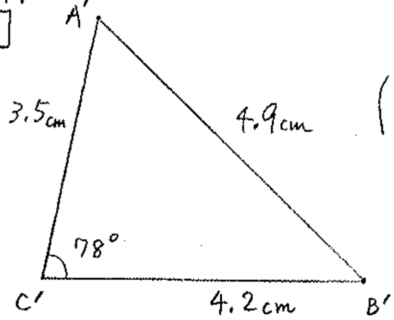
相似比が 2：3 となるので

体積比は $2^3 : 3^3 = 8:27$

Pを8とすると，Qは 27−8 = 19

よって P：Q = 8：19

P.147
[1]



縮尺 1000分の1

（42m=4200cm だから 4.2cm）

で 三角形 A′C′B′

をかくと、

A′B′は 約4.9cm

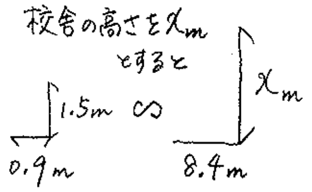
とよめる。

よって実際には1000倍して

約49m ← 4.9cm×1000=4900cm=49m

3年　教科書　No. 50 (P.147〜151)

P.147
② 校舎の高さをxmとすると



対応する長さの比が等しいから

$1.5 : x = 0.9 : 8.4$

$0.9x = 1.5 \times 8.4$

$x = \dfrac{\overset{5}{\cancel{1.5}} \times \cancel{8.4}^{\,2.8}}{\cancel{0.9}_{\,3}}$　0.3でわって

$= 5 \times 2.8$

$= 14$

よって $\underline{14\text{m}}$

または

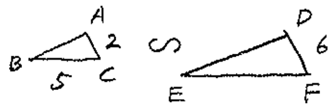
$1.5 : 0.9 = x : 8.4$
÷0.3　$5 : 3$　でもOK

$3x = 5 \times 8.4$

$x = \dfrac{5 \times \cancel{8.4}^{\,2.8}}{\cancel{3}}$

$= 14$

P.150　基本のたしかめ



1 (1) ACとDFが対応する辺だから

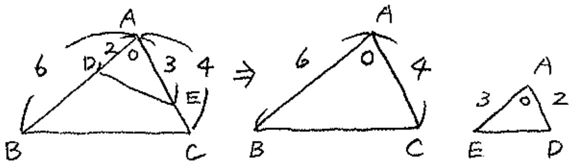
$2 : 6 = 1 : 3$　$\underline{相似比\ 1:3}$

(2) $\overset{5}{BC} : EF = 1 : 3$ だから

$5 : EF = 1 : 3$

$EF = 15$　よって $\underline{15\text{cm}}$

2



△ABCと△AEDは、上のようになり

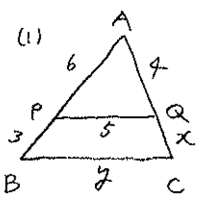
$AB : AE = AC : AD = 2 : 1$

∠Aは共通で等しいから条件にあう

△ABC ∽ △AED

$\underline{2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい}$

3 (1)



PQ // BCより

$AP : PB = AQ : QC$

÷3　$\cancel{6}^{\,2} : \cancel{3}^{\,1} = 4 : x$

$2x = 4$

$x = 2$

$AP : AB = PQ : BC$

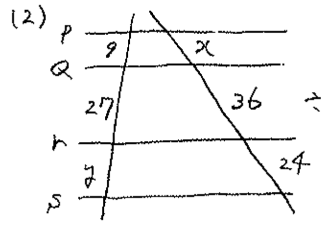
÷3　$\cancel{6}^{\,2} : \cancel{9}^{\,3} = 5 : y$

$2y = 15$

$y = \dfrac{15}{2}$

$\underline{x = 2,\ y = \dfrac{15}{2}}$

(2)



P // Q // r // Sより

$\cancel{9} : \cancel{27} = x : 36$
÷9　$1 : 3$

$3x = 36$

$x = 12$

$27 : y = \cancel{36} : \cancel{24}$
÷12　$3 : 2$

$3y = 27 \times 2$

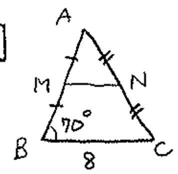
$y = \dfrac{\overset{9}{\cancel{27}} \times 2}{\cancel{3}}$

$= 18$

よって　$x = 12$

$\underline{y = 18}$

4



M, Nが中点だから中点連結定理より

MN // BC

$MN = \dfrac{1}{2}BC$

$MN = \dfrac{1}{2} \times 8 = 4$

∠AMNは、同位角に目をつけ、∠Bと等しいから70°

よって　MN = 4cm

$\underline{\angle AMN = 70^\circ}$

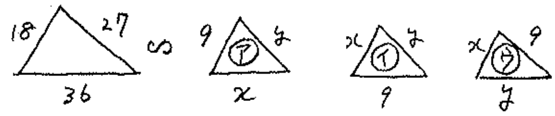
5 FとGの相似比が5:3だから

(1) 表面積の比は $5^2 : 3^2 = 25 : 9$　$\underline{25:9}$

(2) 体積の比は $5^3 : 3^3 = 125 : 27$　$\underline{125:27}$

P.151　章末問題

①



9cmの辺がどの辺になるかによって、ア〜ウの3通り考えられる。

アのとき

$\cancel{18} : \cancel{9} = 36 : x$
÷9　$2 : 1$

$2x = 36$

$x = \dfrac{36}{2} = 18$

$2 : 1 = 27 : y$

$2y = 27$　$y = \dfrac{27}{2}$

イのとき

$\cancel{36} : \cancel{9} = 18 : x$
÷9　$4 : 1$

$4x = 18$

$x = \dfrac{\cancel{18}^{\,9}}{\cancel{4}_{\,2}}$

$4 : 1 = 27 : y$

$4y = 27$　$y = \dfrac{27}{4}$

ウのとき

$\cancel{27} : \cancel{9} = 18 : x$
÷9　$3 : 1$

$3x = 18$

$x = 6$

$3 : 1 = 36 : y$

$3y = 36$　$y = 12$

$\underline{\dfrac{27}{2}\text{cm} と 18\text{cm},\ \dfrac{9}{2}\text{cm} と \dfrac{27}{4}\text{cm},\ 6\text{cm} と 12\text{cm}}$

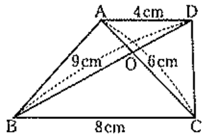
3年 教科書 No.51 (P.151)

P.151 章末問題つづき

②

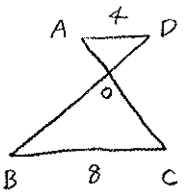
平行線
↓↑
相似な
三角形
⇓
線分の比

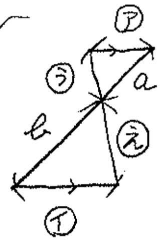
目のつけどころ!!



台形だから
AD // BC となり

△AOD ∽ △COB



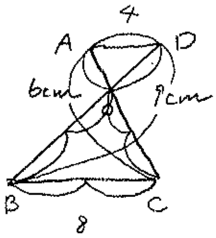


"砂時計"
"ちょうちょ"

㋐:㋑ = ㋒:㋓ = a : b

上の辺に目をつけると、$4:8=1:2$ とわかるから、

$AO:OC = DO:OB = 1:2$



"山分け"すると

教科書や参考書には "山分け" ということばは、ありません。

ACもDBも山3個分になるから

$AO = 6cm \times \frac{1}{3} = 2cm$

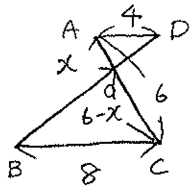
$BO = 9cm \times \frac{2}{3} = 6cm$

と求められる。

$AO = 2cm,\ BO = 6cm$

比例式を使って求めると…

教科書や参考書の解説は、きっとこっち



AO = x とすると
CO = $6-x$ だから

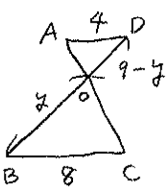
AD : CB = AO : CO より

$4 : 8 = x : 6-x$ （$\div 4$ → $1 : 2$）

$2x = 6-x$

$3x = 6$

$x = 2$



BO = y とすると

$4 : 8 = 9-y : y$ （$1 : 2$）

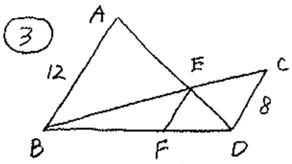
$y = 2(9-y)$

$y = 18-2y$

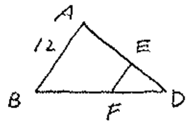
$3y = 18$

$y = 6$

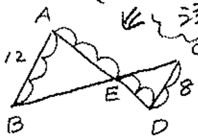
③

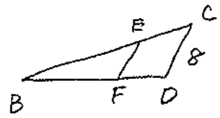


AB // EF // CD だから
相似な三角形がいくつもできる。



まずこれに注目!!

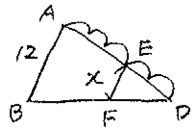




まず

$AB : DC = 12 : 8 = 3 : 2$ だから （$\div 4$）

$AE : ED = BE : EC = 3 : 2$



△ABDに目をつけ、EF = x とすると

$EF : AB = DE : DA$ だから

DE : EA では×

$x : 12 = 2 : 5$

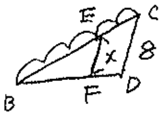
3では×

$5x = 24$

$x = \frac{24}{5}$

よって $\frac{24}{5}$ cm

△BDCに目をつけると、

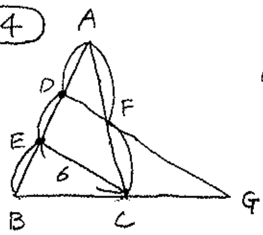


$x : 8 = 3 : 5$

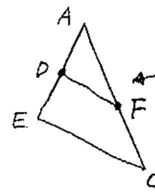
$5x = 24$

$x = \frac{24}{5}$

④

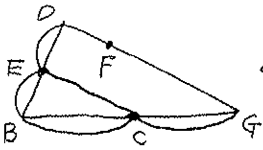


AD = DE = EB, AF = FC だから



△AECで D, Fは中点、だから

DF // EC
$DF = \frac{1}{2}EC$



DG // EC となるから

BE : ED = BC : CG = 1 : 1 で

C は BG の中点となって

$EC = \frac{1}{2}DG$

(1) $DF = \frac{1}{2}EC$

$= \frac{1}{2} \times 6$

$= 3$

DF = 3cm

(2) △AECで中点連結定理より
DF // EC

△BGDで EC // DG となるので

BC : CG = BE : ED = 1 : 1 より

BC = CG

(3) $DG = 2EC = 2 \times 6 = 12$

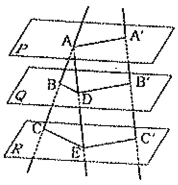
$FG = DG - DF = 12 - 3 = 9$

FG = 9cm

3年　教科書　No.52（P.151〜152）

P.151　章末問題つづき

⑤



証明

Aを通り直線A'C'に平行な直線をひき、平面Q, Rとの交点を、それぞれD, Eとする。3つの平面P, Q, Rは平行だから、四角形ADB'A'、四角形DEC'B'は ともに平行四辺形である。

よって　AD＝A'B'，DE＝B'C'－①

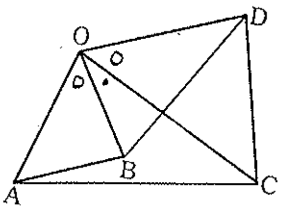
また、BD∥CEだから、△ACEで

AB：BC＝AD：DE－②

①，②から、AB：BC＝A'B'：B'C'

P.152

⑥



△OAB∽△OCDだから

∠AOB＝∠COD －①

OA：OC＝OB：OD－②

①の両辺に∠BOCをたすと

∠AOC＝∠BOD－③

②から

OA：OB＝OC：OD－④

③，④から 2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいので、△OAC∽△OBD

たとえば

1：2＝3：6

とすると

1×6＝2×3

であることと

1：2＝3：6に目をつけ

1：3＝2：6

と考えられる。

文字で考えると

$a:b=c:d$ から

$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$

両辺に $\frac{b}{c}$ をかけると

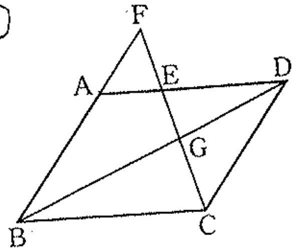
$\frac{a}{b}\times\frac{b}{c}=\frac{c}{d}\times\frac{b}{c}$

$\frac{a}{c}=\frac{b}{d}$

よって

$a:c=b:d$

⑦



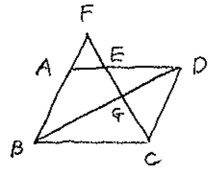
AE：ED＝1：2

入試必出タイプの図形

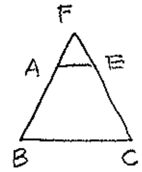
相似な図形が何組もふくまれている。

右上へ

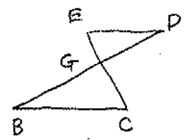
相似な図形ができるのは、平行四辺形・正方形・長方形・ひし形に2組の平行な辺があるため。



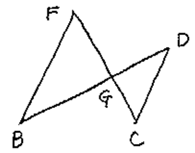
の中にある相似な三角形



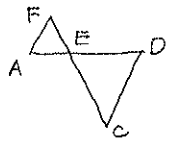
△FAE∽△FBC



△GBC∽△GDE



△FBG∽△CDG

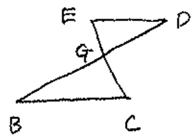


△FAE∽△CDE

どの相似な三角形に目をつけるかは、求めたい辺の長さや比による。

求めたい辺をふくむ三角形が大切!!

(1)　EG：GC を求めるためには、下の三角形に目をつければいい。

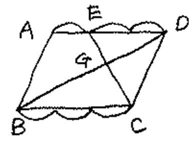


まずはじめに

わかっている長さや比をもとに考えると

AE：ED＝1：2 とAD＝BCから

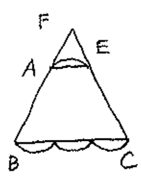
左のように ED：BC＝2：3とわかる。



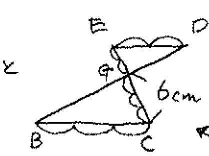
よって EG：GC＝ED：BC＝2：3

EG：GC＝2：3

(2)　EFを求めるためには、



と



をあわせて考える。

EG：GC＝2：3と

GC＝6cmから

EG＝4cm

EC＝10cmとわかる。

AE：BC＝FE：FC

FE＝xとするとFC＝$x+10$だから

$1:3=x:x+10$

$3x=x+10$

$2x=10$

$x=\frac{10}{2}=5$

よって EF＝5cm

３年　教科書　No.53 (P.152)

P.152　章末問題つづき

⑦ (3) △AEFと△CDGの面積比

いろいろな考え方がある。　三角形どうしなら $\frac{1}{2}$は、無視！

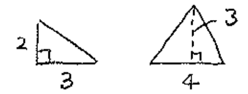
ア　面積を求めて比にする。

イ　底辺と高さの比をかけあわせて、比を考える。

ウ　ある図形に対する割合から、比を考える。

たとえば

ア

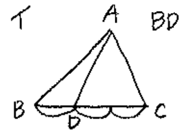


$\frac{2\times3}{2} : \frac{4\times3}{2}$

3 : 6

1 : 2

イ



BD:DC =1:2

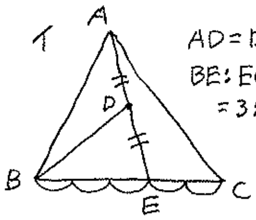
△ABD:△ADC

$1\times1 : 2\times1$　高さ共通

底辺→ BD　DC

1 : 2

イ



AD=DE

BE:EC =3:2

△DBE : △AEC

$3\times1 : 2 : 2$

BE　DE　EC　AE

3 : 4

ここが、スーパーポイント!!

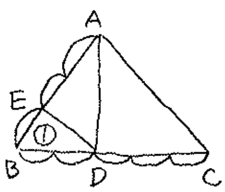
高さの比は、底辺に対する垂線でなくても、2つの図形にふくまれる(または、平行)辺の比を考えればOK

底辺の比を DE : AE（1　2）

高さの比を BE : EC（3　2）

としても $1\times3 : 2\times2$ で同じ

ウ



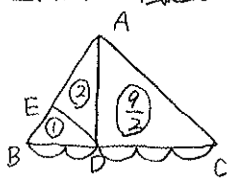
AE:EB = 2:1

BD:DC=2:3　のとき

△ABCは△EBDの何倍か求めるとき

△EBDを基準とみて①とすると

△AEDは底辺が2倍で高さ共通だから②になる。（①の2倍）



とすると△ABDは③となる。

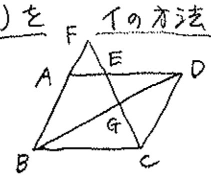
△ADCは△ABDの $\frac{3}{2}$倍

だから（底辺が2:3）

△ADCは $3\times\frac{3}{2}$ で $\frac{9}{2}$ となる。

△ABCは $1+2+\frac{9}{2}=\frac{15}{2}$ となり　$\frac{15}{2}$倍とわかる。

(3)を　イの方法で考えると…



(2)で GC=6cmのとき

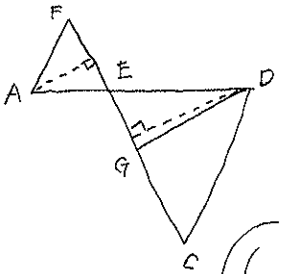
EF=5cm と考えられたので

FE : GC = 5 : 6 −①

これを底辺の比と考える

↓

拡大



△AEFと△CDGについて

底辺をFEとGCと考えたとき

高さ（左図の点線の長さ）の比は、AEとDFの比と考ていい。

はじめから

AE : ED=1:2 とわかっているので、

高さの比も 1:2 と考えられる

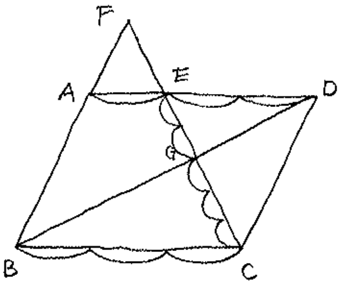
よって △AEF : △CDG

$= 5\times1 : 6\times2$　底辺の比　高さの比

$= 5 : 12$

△AEFと△CDGの面積の比=5:12

(3)をウの方法で考えると…



AE:ED=1:2 だからADに山を3つかくと、BCにも3つかける。

△GED ∽ △GCBだから

ED : CB = EG:CG =2:3

となるので、

EGに山2つ、GCに山3つかける。

△CDGと△CDEの面積を比べると、底辺の比が

CG : CG = 3 : 5 だから

面積比も 3 : 5 より

$△CDG = \frac{3}{5}△CDE$ と表せる。−①

また△AEFと△DECは相似な三角形で、相似比が1:2だから

面積比は $1^2 : 2^2 = 1 : 4$

$△AEF = \frac{1}{4}△DEC$ と表せる。−②

①と②より

$△AEF : △CDG = \frac{1}{4}△DEC : \frac{3}{5}△DEC$

$= \frac{1}{4} : \frac{3}{5}$　$\times20$

$= \frac{1}{4}\times20 : \frac{3}{5}\times20$

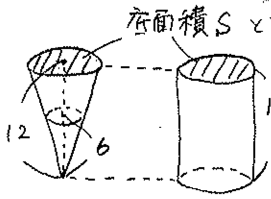
$= 5 : 12$　　よって 5:12

3年　教科書　No.54 (P.152～153)

P.152　章末問題つづき

⑧

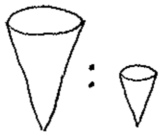
底面積 S とすると、もとの円錐と
円柱の容器の
容積(体積)は



円錐 $= \frac{1}{3} \times S \times 12 = 4S$

円柱 $= S \times 12 = 12S$

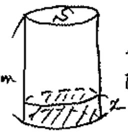
円錐の 6cm の深さまで
水を入れたときの体積は、



相似比が
2 : 1 だから
体積比は
$2^3 : 1^3$
$= 8 : 1$ となる。

の体積を S
で表すと

$4S \times \frac{1}{8} = \frac{S}{2}$
(もとの円錐)



$\frac{S}{2}$ の量の
水を入れ
たときの
深さを
x cm とすると

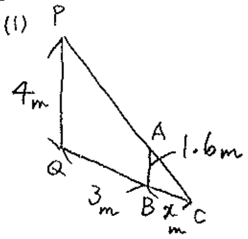
$xS = \frac{S}{2}$ より

$x = \frac{1}{2}$

よって
$\frac{1}{2}$ cm

⑨

(1)



PQ//ABだから、BC $= x$ とすると

AB : PQ = CB : CQ より

$1.6 : 4 = x : x + 3$

0.8でわると

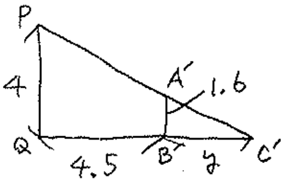
$2 : 5$

$5x = 2(x + 3)$

$5x = 2x + 6$

$3x = 6$

$x = 2$　　BC = 2m



$B'C' = y$ とすると

$A'B' : PQ = C'B' : C'Q$ より

$1.6 : 4 = y : y + 4.5$

÷0.8し　$2 : 5$

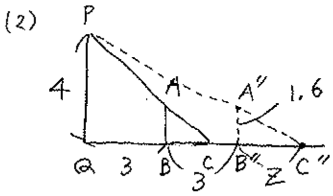
$5y = 2(y + 4.5)$

$5y = 2y + 9$

$3y = 9$

$y = 3$　　B′C′ = 3m

(2)



(1)より QB = 3のとき BC = 2 とわかっている。

Bから、さらに 3m 進んで B″ に移動したとき

$C''B'' = z$ とすると

$A''B'' : PQ = C''B'' : C''Q$ より

$1.6 : 4 = z : z + 6$

÷0.8し　$2 : 5$

$5z = 2(z + 6)$

$5z = 2z + 12$

$3z = 12$

$z = 4$

よって　$C''C = C''Q - CQ$

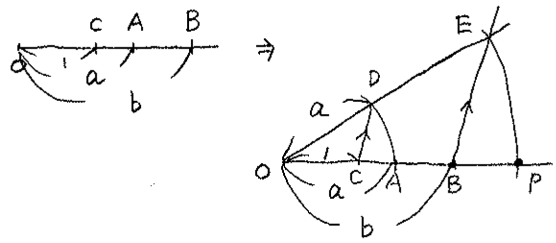
$= (4 + 3 + 3) - (2 + 3)$

$= 10 - 5$

$= 5$　　5m

P.153

数直線上に積 ab をとる方法



上の図で DC // EB だから

OC : OB = OD : OE より

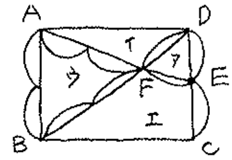
$1 : b = a : OE$

$OE = ab$

よって OE = OP だから

点PはOP = ab となる点である。

おまけ
P.225
65



左図で △ABF∽△EDF である。
EはDCの中点だから
DE : EC = 1 : 1 で
DC = AB だから
DE : AB = EF : FA = DF : FB
= 1 : 2

㋐の△DFEの面積を基準
として考え、S とすると

㋑は㋐より底辺が2倍だから $2S$

㋒は㋑より、底辺が2倍だから
$2S \times 2 = 4S$

長方形ABCDの面積
の半分が ㋑+㋒ の
$6S$ になるから、
△DBCも $6S$ で、
㋓は $6S - S = 5S$

よって　㋑ $2S$　㋒ $4S$　㋓ $5S$