

3年数学教科書 解答

P. 15

① (1) $(2x+y) \times 7x$
 $= 14x^2 + 7xy$

★ $y \times x$ は xy
 でも yx でも OK

(2) $(3a-b) \times 4a$
 $= 12a^2 - 4ab$

(3) $(5a-6b) \times (-2b)$
 $= -10ab + 12b^2$

★ $(-)\times(-)=(+)$ に
 注意

(4) $4x(2x-1)$
 $= 8x^2 - 4x$

★ $(5a-6b) \times (-2b)$

(5) $2x(x+3y)$
 $= 2x^2 + 6xy$

⑦ $= 5a \times (-2b) - 6b \times (-2b)$

⑧ $= -10ab + 12b^2$

と書くといないですが
 時間をかけて(ま)の2、

(6) $-3a(8a+7b)$
 $= -24a^2 - 21ab$

⑨は、書かなくても
 できるようにしよう。

(7) $-2x(-3x+2y)$
 $= 6x^2 - 4xy$

マイナスの符号に、いも
 んを付けよう。

(8) $(x-3y-2) \times 4x$
 $= 4x^2 - 12xy - 8x$

★ (8)からは、単項
 式を3回ずつかけ
 るがOK

(9) $-3x(4x-3y+2)$
 $= -12x^2 + 9xy - 6x$

(10) $3a(-a+2b-1)$
 $= -3a^2 + 6ab - 3a$

② (1) $(5x^2-10x) \div 5x$
 $= \frac{5x^2}{5x} - \frac{20x}{5x}$

★ 割り算は、分数の形
 にして、約分すると
 計算しやすい。もし
 慣れてきたら、暗算
 2OK。

(2) $(8a^2-2a) \div 2a$
 $= \frac{8a^2}{2a} - \frac{2a}{2a}$

★ $\frac{a^2}{a}$ は $\frac{a^2 \div 2a}{a \div 2a}$ 1つ

(3) $(6ax+3ay) \div (-3a)$
 $= \frac{6ax}{-3a} - \frac{3ay}{3a}$

$\frac{a^3}{a}$ なら $\frac{a^3 \div a^2}{a \div a}$ 2つ

$\frac{2a}{2a}$ は、0でなく

符号に注意 $= -2x - y$

$\frac{1}{1} = 1$ 忘れる。

(4) $(-10x^2+x) \div \frac{x}{2}$
 $= -10x^2 \times \frac{2}{x} + x \times \frac{2}{x}$
 $= -20x + 2$

★ 分数式でわる時
 は、各項="<に
 逆数をかけた式を
 書いた方が、まちが
 いがへる。

(5) $(3x^2+6xy) \div (-\frac{3}{4}x)$
 $= 3x^2 \times (-\frac{4}{3x}) + 6xy \times (-\frac{4}{3x})$
 $= -4x - 8y$

★ $-\frac{3}{4}x$ は
 $-\frac{3x}{4}$ だから
 逆数にする

(6) $(15x^2y-9xy^2) \div \frac{3}{2}xy$
 $= 15x^2y \times \frac{2}{3xy} - 9xy^2 \times \frac{2}{3xy}$
 $= 10x - 6y$

$-\frac{4}{3x}$ とする

P. 16

③ (1) $(a+b)(c-d)$
 $= ac - ad + bc - bd$

★ 符号に気を付けて
 4回かければ、必ず
 できる。

(2) $(a-b)(c-d)$
 $= ac - ad - bc + bd$

(3) $(x+2)(y+3)$
 $= xy + 3x + 2y + 6$

★ これ以上まとめ
 れない。

(4) $(x-1)(y+4)$
 $= xy + 4x - y - 4$

P. 17

④ (1) $(x-2)(x-6)$
 $= x^2 - 6x - 2x + 12$
 $= x^2 - 8x + 12$

★ $x(x-6) - 2(x-6)$
 $= x^2 - 6x - 2x + 12$
 $= x^2 - 8x + 12$ とい
 ういけれど、時間
 がかかるから、順番に
 4回かけてしまえばいい。

(2) $(x-4)(x+5)$
 $= x^2 + 5x - 4x - 20$
 $= x^2 + x - 20$

絶対にマイナスに
 気を付ける。
 同類項は、まとめる。

(3) $(2a+1)(a+4)$
 $= 2a^2 + 8a + a + 4$
 $= 2a^2 + 9a + 4$

(4) $(3x+5)(4x-7)$
 $= 12x^2 - 21x + 20x - 35$
 $= 12x^2 - x - 35$

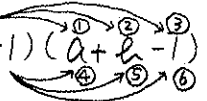
P. 17

⑤ (1) $(3a+2b)(2a+3b)$
 $= 6a^2 + 9ab + 4ab + 6b^2$
 $= 6a^2 + 13ab + 6b^2$

(2) $(9a-2b)(5a+6b)$
 $= 45a^2 + 54ab - 10ab - 12b^2$
 $= 45a^2 + 44ab - 12b^2$

(3) $(7x+4y)(x-5y)$
 $= 7x^2 - 35xy + 4xy - 20y^2$
 $= 7x^2 - 31xy - 20y^2$

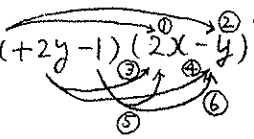
(4) $(2x-3y)(8x-y)$
 $= 16x^2 - 2xy - 24xy + 3y^2$
 $= 16x^2 - 26xy + 3y^2$

⑥ (1) $(a+1)(a+b-1)$ 
 ★左のように、まず3回、次にもう3回
 順にかければいい。

$= a^2 + ab - a + a + b - 1$
 $= a^2 + ab + b - 1$

(2) $(a+2b)(2a+b+1)$
 $= 2a^2 + ab + a + 4ab + 2b^2 + 2b$
 $= 2a^2 + 5ab + a + 2b^2 + 2b$

★ 答の項のなす順は、きまりはない。

(3) $(x+2y-1)(2x-y)$ 
 ★左のように、まず2回、次に2回、さらに2回
 順にかければいい。

$= 2x^2 - xy + 4xy - 2y^2 - 2x + y$
 $= 2x^2 + 3xy - 2x - 2y^2 + y$

(4) $(x-y+3)(3x-2y)$
 $= 3x^2 - 2xy - 3xy + 2y^2 + 9x - 6y$
 $= 3x^2 - 5xy + 9x + 2y^2 - 6y$

P. 18

① (1) $(x+2)(x+3)$ ← +2と+3を、たして+5
 $= x^2 + 5x + 6$ かけ+6

(2) $(x-6)(x-4)$ ← -6と-4を、たして-10
 $= x^2 - 10x + 24$ かけ+24

たして、かけで「キ-7」

(3) $(x+9)(x-5)$ ← +9と-5を、たして+4
 $= x^2 + 4x - 45$ かけ-45

(4) $(x+5)(x-8)$ ← +5と-8を、たして-3
 $= x^2 - 3x - 40$ かけ-40

(5) $(a-1)(a+2)$ ← -1と+2を、たして+1
 $= a^2 + a - 2$ かけ-2
 ↑ +1aとほかをいよりに。

(6) $(y+2)(y-6)$ ← +2と-6を、たして-4
 $= y^2 - 4y - 12$ かけ-12

P. 19

② (1) $(a+3)^2$ ★ $(a+b)^2$
 $= a^2 + 2 \times a \times 3 + 3^2$ $= a^2 + 2ab + b^2$
かけ2
2倍 2乗
かけ2
2乗
 $= a^2 + 6a + 9$

(2) $(x-7)^2$
 $= x^2 - 2 \times x \times 7 + 7^2$
 $= x^2 - 14x + 49$

平方公式は
 2乗、かけ2、2乗
 が、「キ-7」

(3) $(y+4)^2$ ★ 慣れたら
 $= y^2 + 2 \times y \times 4 + 4^2$ ← こは、書かず
 $= y^2 + 8y + 16$ に、いきなり
答を書ける
zoo.

③ (1) $(x-5y)^2$
 $= x^2 - 2 \times x \times 5y + (5y)^2$
 $= x^2 - 10xy + 25y^2$

(2) $(a+4b)^2$
 $= a^2 + 2 \times a \times 4b + (4b)^2$
 $= a^2 + 8ab + 16b^2$

(3) $(4x-y)^2$
 $= (4x)^2 - 2 \times 4x \times y + y^2$
 $= 16x^2 - 8xy + y^2$

NO. 3

P. 19

$$\begin{aligned} \textcircled{3} (4) (2x+3y)^2 \\ &= (2x)^2 + 2 \times 2x \times 3y + (3y)^2 \\ &= 4x^2 + 12xy + 9y^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (5) (a + \frac{1}{2}e)^2 \\ &= a^2 + 2 \times a \times \frac{1}{2}e + (\frac{1}{2}e)^2 \\ &= a^2 + ae + \frac{1}{4}e^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (6) (-x+2y)^2 \\ &= (-x)^2 - 2 \times x \times 2y + (2y)^2 \\ &= x^2 - 4xy + 4y^2 \end{aligned}$$

P. 20

$$\begin{aligned} \textcircled{4} (1) (x+8)(x-8) & \quad \star (a+e)(a-e) \\ &= x^2 - 8^2 \\ &= x^2 - 64 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \star (a+e)(a-e) \\ &= a^2 - e^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) (3-a)(3+a) \\ &= 3^2 - a^2 \\ &= 9 - a^2 \end{aligned}$$

和と差の積は
2乗 - 2乗
か、キ-ワ-ド

$$\begin{aligned} (3) (5x+1)(5x-1) \\ &= (5x)^2 - 1^2 \quad \star \text{慣れきたら、ここは} \\ &= 25x^2 - 1 \quad \text{頭の中} \textcircled{2} \text{ OK} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (4) (3x+2y)(3x-2y) \\ &= (3x)^2 - (2y)^2 \\ &= 9x^2 - 4y^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (5) (x - \frac{1}{3})(x + \frac{1}{3}) & \quad (6) (a-6e)(a+6e) \\ &= x^2 - (\frac{1}{3})^2 \quad = a^2 - (6e)^2 \\ &= x^2 - \frac{1}{9} \quad = a^2 - 36e^2 \end{aligned}$$

P. 21

$$\begin{aligned} \textcircled{5} (1) (x-3)^2 + (x-1)(x+7) \\ &= x^2 - 6x + 9 + (x^2 + 6x - 7) \\ & \quad \text{2乗} \cdot \text{2倍} \cdot \text{2乗} \quad \text{F.L.Z} \text{ か} \text{F.Z} \\ &= 2x^2 + 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) (x+2)(x+9) - x(x+10) \\ &= x^2 + 11x + 18 - x^2 - 10x \\ & \quad \text{F.L.Z} \text{ か} \text{F.Z} \\ &= x + 18 \end{aligned}$$

展開にする 乗法の公式

$$\textcircled{1} (x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

F.L.Z かF.Z

$$\textcircled{2} (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$\textcircled{3} (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

2乗・かF.Z・2乗
2倍・2乗

$$\textcircled{4} (a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

2乗 - 2乗

練習問題

$$\textcircled{1} (1) (x+7)(x+4) \quad (2) (x+10)(x-2)$$

$$= x^2 + 11x + 28 \quad = x^2 + 8x - 20$$

$$(3) (x-8)(x+1) \quad (4) (x-4y)(x-9y)$$

$$= x^2 - 7x - 8 \quad = x^2 - 13xy + 36y^2$$

$$(5) (x+4)^2 \quad (6) (3x-2)^2$$

$$= x^2 + 8x + 16 \quad = 9x^2 - 12x + 4$$

$$(7) (4x-3y)^2 \quad \text{2} \times 4x \times 3y$$

$$= 16x^2 - 24xy + 9y^2$$

$$\begin{aligned} (8) (\frac{1}{2}x+2)^2 \\ &= (\frac{1}{2}x)^2 + 2 \times \frac{1}{2}x \times 2 + 2^2 \\ &= \frac{1}{4}x^2 + 2x + 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (9) (x+1)(x-1) \quad (10) (x-7y)(x+7y) \\ &= x^2 - 1 \quad = x^2 - 49y^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} (1) (x + \frac{2}{3})(x - \frac{1}{3}) \\ &= x^2 + (\frac{2}{3} - \frac{1}{3})x - \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} \\ &= x^2 + \frac{1}{3}x - \frac{2}{9} \end{aligned}$$

P. 21 練習問題 つぎ

② (2) $(a - \frac{1}{2})(a - \frac{1}{4})$ $-\frac{1}{2} - \frac{1}{4} = -\frac{2}{4} - \frac{1}{4}$
 $= a^2 + (-\frac{1}{2} - \frac{1}{4})a + \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = -\frac{3}{4}$
 $= a^2 - \frac{3}{4}a + \frac{1}{8}$

(3) $(1-x)^2$ (4) $(5-x)(5+x)$
 $= 1 - 2x + x^2$ $= 25 - x^2$

(5) $(-5x+1)(5x+1)$ ← 項の順序を入れかえと、考えやすくなる。
 $= (1-5x)(1+5x)$
 $= 1 - 25x^2$

(6) $(2x + \frac{1}{2}y)(2x - \frac{1}{2}y)$
 $= 4x^2 - \frac{1}{4}y^2$

← 入試に出るのは、この形
 ③ (1) $(x-7)(x+7) - (x-6)^2$ 符号のミス
 $= x^2 - 49 - (x^2 - 12x + 36)$ なくすために
 $= x^2 - 49 - x^2 + 12x - 36$ 後半は (-)
 $= 12x - 85$ 展開

(2) $(x+1)(x+5) + (x-2)(x-4)$ ここがプラス
 $= x^2 + 6x + 5 + x^2 - 6x + 8$ 減
 $= 2x^2 + 13$ (-)を付けに展開

(3) $(x+2)(x+3) - (x-6)(x+1)$ ここがマイナス
 $= x^2 + 5x + 6 - (x^2 - 5x - 6)$ マイナスだから
 $= x^2 + 5x + 6 - x^2 + 5x + 6$ (-)を付けに展開
 $= 10x + 12$

(4) $(a+l)^2 - (a-l)^2$
 $= a^2 + 2al + l^2 - (a^2 - 2al + l^2)$
 $= a^2 + 2al + l^2 - a^2 + 2al - l^2$
 $= 4al$

(5) $(2x+y)^2 - (x-3y)(x+3y)$
 $= 4x^2 + 4xy + y^2 - (x^2 - 9y^2)$
 2乗・かたじ 2乗 2乗 - 2乗
 $= 4x^2 + 4xy + y^2 - x^2 + 9y^2$
 $= 3x^2 + 4xy + 10y^2$

① 素数は、1とその数自身でしかわりきれない数だから、たとえば 21は3や7でもわりきれないから、ちがう。23は、1と23でしかわりきれないから、素数。

20より大きく、30以下
 ↓ ↓
 20は、いれない 30も、いれる

21, 22, (23) 24, 25, 26, 27, 28, (29) 30
 × × × × × × × × × × ×
 だから、23, 29

★ ちなみに...

11, 21, 31, 41, 51, 61, 71, 81, 91
 で素数であるのは?
 11=1×11だけ? 0 21=3×7もあり×
 31=1×31だけ? 0 41=1×41だけ? 0
 51=3×17もあり× 61=1×61だけ? 0
 71=1×71だけ? 0 81=9×9もあり×
 91=7×13もあり×

② 素数である、2 | 120
 2, 3, 5, 7... 2 | 60
 2 | 30
 2 | 15
 3 | 15
 5 ← ここが素数になった
 5, ストップ

上のよりにわかれるから
 $120 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5$
 $= 2^3 \times 3 \times 5$

③ (1) 2 | 120
 2 | 60
 2 | 30
 2 | 15
 3 | 15
 5
 $120 = 2^3 \times 3 \times 5$
 (2) 2 | 54
 2 | 27
 3 | 27
 3 | 9
 3 | 3
 $54 = 2 \times 3^3$

(3) 2 | 126
 2 | 63
 3 | 63
 3 | 21
 3 | 7
 $126 = 2 \times 3^2 \times 7$
 ★ 素数で 3 | 126
 わる順は 2 | 42
 2 | 21
 3 | 21
 7
 21と
 $2 \times 3^2 \times 7$

P. 27

たしこ かけ

⑥ (1) $x^2 + 3x + 2$ ①まず、かけ2になる数を
 考えると、 1×2 だけ

②次に、たしこ $1 + 2 \rightarrow 3$ (5がいは)

これぞ $x^2 + 3x + 2$

$= (x+1)(x+2)$ とわかる。

★慣れるまでは、次の11頁に答えを書くと
 うっかりミスがへらせる。

③まず () () と書く。

④次に $(x \quad)(x \quad)$ と x を書く。

⑤次に 見つけた 2つの数をうしろに書く。

$(x \quad 1)(x \quad 2)$

⑥最後に 符号 +, + か -, - か +, - を
 まさかえないように書く。

$x^2 + 3x + 2$ ぞ +3 だから

+1, +2 とすれば、たしこ +3 となる。

$x^2 + 3x + 2$
 $= (x+1)(x+2)$ ぞ 完成!! 完答!!

(2) $x^2 + 7x + 6$

★④⑦は、

①まず、かけ6になるのは、
 $1 \times 6 \rightarrow 7$ (5がいは) ← ちがいを
 $2 \times 3 \rightarrow 5$ (1) ← 考えなくていい
 100%

②次に、たしこ +7 になることから 1×6 と
 わかる

③ () ()

④ $(x \quad)(x \quad)$

⑤ $(x \quad 1)(x \quad 6)$

⑥最後にたしこ+7
 だから +1, +6

$x^2 + 7x + 6$
 $= (x+1)(x+6)$ ★ 検算を
 展開してみろ
 とも大切

(3) $x^2 + 8x + 12$

①まず、
 かけ12になるのは、

$1 \times 12 \rightarrow 13$ (5がいは) ⊕ ⊖ ← 5がいは
 $2 \times 6 \rightarrow 8$ (4)
 $3 \times 4 \rightarrow 7$ (1)

②次に +8 だから $2 \times 6 \rightarrow 8$ に目をつけ

+2 と +6 とわかる。

$x^2 + 8x + 12$
 $= (x+2)(x+6)$

(4) $x^2 + 11x + 24$

①まず、かけ24になるのは、

$1 \times 24 \rightarrow 25$ (5がいは) ⊕ ⊖ ← 5がいは
 $2 \times 12 \rightarrow 14$ (10)
 $3 \times 8 \rightarrow 11$ (5)
 $4 \times 6 \rightarrow 10$ (2)

②次に、たしこ +11 だから $3 \times 8 \rightarrow 11$ に目をつけ
 +3 と +8 とわかる。

$x^2 + 11x + 24$
 $= (x+3)(x+8)$

(7) (1) $x^2 - 4x + 3$

①まず、かけ3になるのは、

$1 \times 3 \rightarrow 4$ (2) ⊕ ⊖

②次に、たしこ -4 だから $1 \times 3 \rightarrow 4$ に目をつけ、

-1 と -3 とわかる。

(+1 と +3 たしこ +4 になる)
 ×

$x^2 - 4x + 3 = (x-1)(x-3)$

(2) $x^2 - 8x + 7$

①まず、かけ7になるのは、

$1 \times 7 \rightarrow 8$ (6) ⊕ ⊖

②次に、たしこ -8 だから $1 \times 7 \rightarrow 8$ に目をつけ

-1 と -7 とわかる。

$x^2 - 8x + 7 = (x-1)(x-7)$

(3) $x^2 - 9x + 18$

①まず、かけ18になるのは、

$1 \times 18 \rightarrow 19$ (17) ⊕ ⊖ ← 5がいは
 $2 \times 9 \rightarrow 11$ (7)
 $3 \times 6 \rightarrow 9$ (3)

②次に、たしこ -9 だから $3 \times 6 \rightarrow 9$ に目をつけ、

-3 と -6 とわかる。

$x^2 - 9x + 18 = (x-3)(x-6)$

(4) $x^2 - 10x + 16$

たしこ 5がいは

$1 \times 16 \rightarrow 17$ (15)
 $2 \times 8 \rightarrow 10$ (6)
 $4 \times 4 \rightarrow 8$ (0)

たしこ -10 だから $2 \times 8 \rightarrow 10$ に目をつけ

$x^2 - 10x + 16 = (x-2)(x-8)$

NO. 7

ここがマインスの時が、うっかりミス多発!!

P. 27

8 (1) $x^2 + 7x - 8$

要注意

まずかけ -8 だから

$1 \times 8 \rightarrow 9$	7	★ 8 は
$2 \times 4 \rightarrow 6$	2	かけマイン

だから、ちがひ
に目をひける
ハズン

次に $1 \times 2 + 7$ だから

$1 \times 8 \rightarrow 7$ に目をひけ、
 $+1 \times -8$ なら、たす -7
 $-1 \times +8$ なら たす $+7$ ○
 とわかる。

$x^2 + 7x - 8 = (x - 1)(x + 8)$

もちろん、 $(x + 8)(x - 1)$ も
 OK
 (ただし $(x + 1)(x - 8)$ は、X
 たすと -7 になっちゃうから。)

(2) $x^2 + x - 6$

まず、かけ -6 だから、 $+ \times -$ ハズン

$1 \times 6 \rightarrow +1 \times -6 \rightarrow -5$	$-1 \times +6 \rightarrow +5$
$2 \times 3 \rightarrow +2 \times -3 \rightarrow -1$	$-2 \times +3 \rightarrow +1$

たすと $+1$ になるのは、 $-2 \times +3$

$x^2 + x - 6 = (x - 2)(x + 3)$

(3) $x^2 + 3x - 10$

まずかけ -10 だから、 $+ \times -$ ハズン

$1 \times 10 \rightarrow +1 \times -10 \rightarrow -9$	$-1 \times +10 \rightarrow +9$
$2 \times 5 \rightarrow +2 \times -5 \rightarrow -3$	$-2 \times +5 \rightarrow +3$

たすと $+3$ だから $-2 \times +5$

$x^2 + 3x - 10 = (x - 2)(x + 5)$

(4) $x^2 + 2x - 35$

かけ -35 だから $+ \times -$ ハズン

$1 \times 35 \rightarrow +1 \times -35 \rightarrow -34$	$-1 \times +35 \rightarrow +34$
$5 \times 7 \rightarrow +5 \times -7 \rightarrow -2$	$-5 \times +7 \rightarrow +2$

$x^2 + 2x - 35 = (x - 5)(x + 7)$

(5) $x^2 - 8x - 9$

かけ -9 だから、 $+ \times -$ ハズン

$1 \times 9 \rightarrow +1 \times -9 \rightarrow -8$	$-1 \times +9 \rightarrow +8$
--	-------------------------------

たすと -8 だから $+1 \times -9$

$x^2 - 8x - 9 = (x + 1)(x - 9)$

(6) $x^2 - 9x - 10$

かけ -10 だから、 $+ \times -$ ハズン

$1 \times 10 \rightarrow +1 \times -10 \rightarrow -9$	$-1 \times +10 \rightarrow +9$
--	--------------------------------

たすと -9 だから $+1 \times -10$

$x^2 - 9x - 10 = (x + 1)(x - 10)$

P. 28

9 (1) $x^2 + x - 30$

ここがマインスだから $+ \times -$ ハズン

かけ -30	$1 \times 30 \rightarrow +1 \times -30$	$-1 \times +30$
	$2 \times 15 \rightarrow +2 \times -15$	$-2 \times +15$
	$3 \times 10 \rightarrow +3 \times -10$	$-3 \times +10$
	$5 \times 6 \rightarrow +5 \times -6$	$-5 \times +6$

たすと $+1$ になるのは、 $-5 \times +6$

$x^2 + x - 30 = (x - 5)(x + 6)$

★ 上のよりに書いて覚えておくと、たすとちがひ

かけ -30 だから	$1 \times 30 \rightarrow 31$	29
$+ \times -$ ハズン	$2 \times 15 \rightarrow 17$	13
2" \rightarrow	$3 \times 10 \rightarrow 13$	7
	$5 \times 6 \rightarrow 11$	1

たすと $+1$ だから $5 \times 6 \rightarrow 1$ に目をひけ
 $-5 \times +6$ と覚えておくと

$x^2 + x - 30 = (x - 5)(x + 6)$

これも慣れ。暗算が速ければ、

$x^2 + x - 30 = (x - 5)(x + 6)$ と

すぐに答えが書けるかも

(たぶん) じゃ、 21 とか

うっかりミスは、絶対なくす!!

P. 28

9 コブキ

(2) $x^2+7x+10$ たす と ちがひ
 かけ2+10だから 1と10 11 9
 +と+か → 2と5 7 3
 -と-ハダシ ↓
 → たし2+7だから +2と+5 とわかる

$x^2+7x+10 = (x+2)(x+5)$

(3) a^2-5a+4
 かけ2+4だから たす と ちがひ
 +と+か → 1と4 5
 -と-ハダシ → 2と2 4
 ↓
 → たし2-5だから -1と-4 とわかる

$a^2-5a+4 = (a-1)(a-4)$

(4) $a^2+2a-15$
 かけ2-15だから たす と ちがひ
 +と-ハダシ → 3と5 8 2
 ↓
 → たし2+2だから -3と+5 とわかる

$a^2+2a-15 = (a-3)(a+5)$

(5) y^2-y-2
 かけ2-2だから たす と ちがひ
 +と-ハダシ → 1と2 3 1
 ↓
 → たし2-1だから +1と-2 とわかる

$y^2-y-2 = (y+1)(y-2)$

(6) $x^2+10x+21$
 かけ2+21だから たす と ちがひ
 +と+か → 1と21 22 20
 -と-ハダシ → 3と7 10 4
 ↓
 → たし2+10だから +3と+7 とわかる

$x^2+10x+21 = (x+3)(x+7)$

入試にでるのは、10, 11 のような形

因数分解の絶対大切なポイント

- ① まず、共通因数がないか、考える。
- ② 次に、公式が使えないか考える。

⑦ 1番 シンプルなのは、2乗-2乗

⑧ 2乗・かけ2、2乗は、()²

⑨ +,-の3つかりミス
 が多いのは、

x^2+7x-8
 たし2 かけ2
 910°
 ここがマケ入のとき

P. 28

10

(1) $5x^2-45$ ⑤×9 ← 共通因数5がある
 = $5(x^2-9)$ ← 5を前に出し、()でくく
 公式が使えないか?
 = $5(x+3)(x-3)$

(2) $3ax^2+12ax+12a$ ← 共通因数 3a
 = $3a(x^2+4x+4)$ 公式 2乗・かけ2、2乗
 = $3a(x+2)^2$

(3) $2lx^2-4lx-16l$ 共通因数 2l
 = $2l(x^2-2x-8)$ 公式 たし2・かけ2
 かけ2-8 たす と ちがひ
 +と-ハダシ → 1と8 9 7
 → 2と4 6 2
 → たし2-2だから 2と4でちがひ2
 に目をつけ
 +2と-4 とわかる

$= 2l(x+2)(x-4)$

(4) $4a^2l-lx^2$ ← 共通因数 l
 = $l(4a^2-x^2)$
 公式 2乗-2乗
 = $l(2a+x)(2a-x)$

P.29 練習問題 つぎ

③ (6) $x^2 - 6x - 16$ ← かけ2マイトから + と - の間

↓	16になるのは	1と16 → 17	15
		2と8 → 10	6
		4と4 → 8	0
		たして-6になるから +2と-8	

$= (x+2)(x-8)$

(7) $a^2 - 8a + 12$ ← かけ2マイトから + と + の間

↓	12になるのは	1と12 → 13	11
		2と6 → 8	4
		3と4 → 7	1
		たして-8になるから -2と-6	

$= (a-2)(a-6)$

(8) $a^2 + 2a - 3$ ← かけ2マイトから + と - の間

↓	3になるのは	1と3 → 4	2
		たして+2になるから -1と+3	

$= (a-1)(a+3)$

(9) $28 - 16x + x^2$ ★ 項をいれかえないと

$= x^2 - 16x + 28$ ★ 考えにくい。いじわるな形

↓	かけ28	1と28 → 29	27
		2と14 → 16	12
		4と7 → 11	3
		たして-16になるから -2と-14	

$= (x-2)(x-14)$

(10) $-2x - 3 + x^2$ ★ これも いじわるな形

$= x^2 - 2x - 3$

↓	1と3 → 4	2
	たして-2になるから +1と-3	

$= (x+1)(x-3)$

④ 入試ででるとしたら、次のタイプ

- まず共通因数でくくると次に()内の公式
- 同じ部分をMとおきかえて、公式 → Mを元にもどす

(1) $4x^2 - 12x - 40$ ← かけ2
 $= 4(x^2 - 3x - 10)$ ← 10
 $= 4(x+2)(x-5)$ ← 2と5 → 7 **3**
 たして-3だから +2と-5

(2) $-3ax^2 + 6ax - 3a$ ★ $-3a$ でくくらない
 $= -3a(x^2 - 2x + 1)$ ★ $3a(-x^2 + 2x - 1)$
 $= -3a(x-1)^2$ とわり、()内を
 公式で考えにくいから、ため。

(3) $x^2y - y$
 $= y(x^2 - 1)$
 $= y(x+1)(x-1)$

(4) $a(x+y) - 3(x+y)$
 $= aM - 3M$ ★ いじわるな形に
 $= M(a-3)$ (2あるとすると
 $= (x+y)(a-3)$ $a(x+y) - 3x - 3y$
 の形でお題する。

(5) $(a-b)^2 - c^2$
 $= M^2 - c^2$
 $= (M+c)(M-c)$
 $= (a-b+c)(a-b-c)$

(6) $(a+b)^2 - 4(a+b) + 4$
 $= M^2 - 4M + 4$
 $= (M-2)^2$
 $= (a+b-2)^2$

★★★ よくまちがえる形
 と2もわかりにくい形

- $4x^2 - 36$
 $(2x)^2 - 6^2$ たして
 $(2x+6)(2x-6)$ とするとX
 $= 4(x^2 - 9)$
 $= 4(x+3)(x-3)$ が〇
- $ax - ay - 3x + 3y$
 $= a(x-y) - 3(x-y)$ **2つずつ**
 $= aM - 3M$ **共通因数**
 $= M(a-3)$ ↑
 $= (x-y)(a-3)$ と2も難しい
 a2, 3と
 出されない...
- $x^2 + 6x + 9 - y^2$
 $= (x+3)^2 - y^2$ **3つ×1つに**
 $= M^2 - y^2 = (M+y)(M-y) = (x+3+y)(x+3-y)$ **分け2考える**

NO.11

P.32

① (1) $45^2 - 35^2$ $(a^2 - b^2 = (a+b)(a-b))$
 $= (45+35)(45-35)$ を利用する
 $= 80 \times 10$
 $= 800$

(2) $76^2 - 24^2$
 $= (76+24)(76-24)$
 $= 100 \times 52$
 $= 5200$

(3) $198^2 - 98^2$
 $= (198+98)(198-98)$
 $= 296 \times 100$
 $= 29600$

P.33

② (1) 102^2 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
 $= (100+2)^2$ を利用する
 $= 100^2 + 2 \times 100 \times 2 + 2^2$
 $= 10000 + 400 + 4$
 $= 10404$

(2) 41×39 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$
 $40+1$ $40-1$ を利用する
 $= (40+1)(40-1)$ <別の考え方>
 $= 40^2 - 1^2$
 $= 1600 - 1$
 $= 1599$

(3) 99^2
 $= (100-1)^2$
 $= 100^2 - 2 \times 100 \times 1 + 1^2$
 $= 10000 - 200 + 1$
 $= 9801$

$2n-1, 2n+1$ と表すと
 $(2n-1)(2n+1) + 1$
 $= (2n)^2 - 1^2 + 1$
 $= (2n)^2$
 $2n$ は、 $2n-1$ と $2n+1$ の間にある偶数だから、
 求めた数は、偶数の2乗になる。

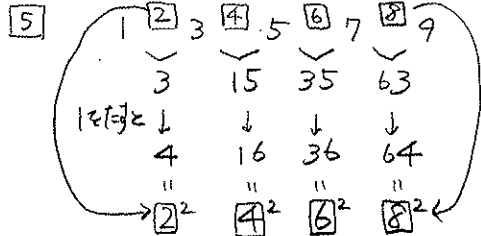
③ $x=22$ のとき

$(4-x)(4+x) + (x-6)(x+1)$ の値
 必ず代入せずに、式を展開して簡単にする。
 $= 4^2 - x^2 + x^2 - 5x - 6$
 2乗-2乗 たし2・かけ2
 $= -5x + 10$
 $\therefore x=22$ を代入して
 $-5 \times 22 + 10$
 $= -110 + 10 = -100$

-100

P.34

④ 連続する2つの偶数
 $2n$ と $2n+2$
 積に1をたした数は、
 $2n(2n+2) + 1 = (2n+1)^2$
 \therefore これは奇数の2乗。
 $2n, 2n+1, 2n+2$ だから
 連続する2つの偶数の間にある奇数の
 2乗になる。



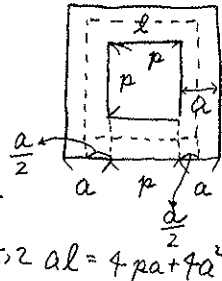
予想は、連続する2つの奇数の積に1をたすと、2つの奇数の間にある偶数の2乗になる

(証明)

連続する2つの奇数は、整数 n を使って
 $2n+1, 2n+3$ と表される。
 これらの積に1をたした数は、
 $(2n+1)(2n+3) + 1 = 4n^2 + 6n + 2n + 3 + 1$
 $= 4n^2 + 8n + 4$
 $(2n)^2 = 4n^2$
 $\therefore (2n)^2 + 8n + 4 = (2n+2)^2$
 $2n+2$ は、 $2n+1$ と $2n+3$ の間にある
 偶数だから、連続する2つの奇数の
 積に1をたした数は、偶数の2乗になる。

P.35

⑥ 右図のように道のまし中を
 通る線に目をつけると左下
 のような図になる。
 長さ l は、
 $l = (p + \frac{a}{2} \times 2) \times 4$
 $l = 4p + 4a$ かつ $al = 4pa + 4a^2$
 道の面積 S は $(p+a)^2 - p^2$ で求めるから
 $S = (p+a)^2 - p^2 = p^2 + 4pa + 4a^2 - p^2$ ①, ② から $S = al$
 $S = 4pa + 4a^2$ ②



P.36 1章の基本のたしかめ

1 (1) $(3x-2y) \times 5xy = 15x^2y - 10xy^2$ (2) $3a(4a-5e) = 12a^2 - 15ae$

(3) $(4x^2+8x) \div 2x = \frac{2x^2}{x} + \frac{4x}{x} = 2x+4$ (4) $(10a^2-15ae) \div 5a = \frac{10a^2}{5a} - \frac{15ae}{5a} = 2a-3e$

2 (1) $(x-1)(y-1) = xy - x - y + 1$ (2) $(x+3y)(x-8y) = x^2 - 8xy + 3xy - 24y^2 = x^2 - 5xy - 24y^2$

3 (1) $(x+1)(x+4) = x^2 + 5x + 4$ (2) $(x-5)(x+7) = x^2 + 2x - 35$
 (3) $(x+6)^2 = x^2 + 12x + 36$ (4) $(x+4)(x-4) = x^2 - 16$

4 素数 $\rightarrow 2 \mid 490 \leftarrow 1$ の位が0なら、2で割られる
 $5 \mid 245 \leftarrow 1$ の位が5なら、5で割られる
 $2, 3, 5, 7, \dots$ $7 \mid 49$ $\therefore 490 = 2 \times 5 \times 7^2$
 でわっていく

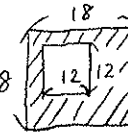
5 (1) $2x^2-x$ 共通因数 $x(2x-1)$ (2) x^2-36 2乗-2乗の公式 $(x+6)(x-6)$

(3) $x^2+16x+64$ 2乗 \cdot 2乗 \cdot 2乗 $(x+8)^2$ (4) $x^2+7x+12$ $(x+3)(x+4)$

(5) x^2-6x+8 $(x-2)(x-4)$

(6) x^2-x-2 $(x+1)(x-2)$

6 $98 \times 102 \leftarrow 100$ と9が11か -2 と $+2$
 $= (100-2)(100+2)$ \therefore あるときは $(a+b)(a-b)$ ののがざと
 $= 100^2 - 2^2 = 10000 - 4 = 9996$
 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ を利用できる

7  斜線の部分は、2つの正方形の差
 $18^2 - 12^2 = (18+12)(18-12) = 30 \times 6 = 180$ $\therefore 180 \text{ cm}^2$

1 (1) $6c(-\frac{1}{2}a + \frac{2}{3}e) = 6c \times (-\frac{1}{2}a) + 6c \times \frac{2}{3}e = -3ac + 4ec$
 $\therefore ca \neq e, e \neq 3L \text{ OK}$ (2) $\frac{2}{3}x(15x-9y+6) = \frac{2}{3}x \times 15x - \frac{2}{3}x \times 9y + \frac{2}{3}x \times 6 = 10x^2 - 6xy + 4x$

(3) $(2x^2y - 12xy^2) \div 3xy = \frac{2x^2y}{3xy} - \frac{12xy^2}{3xy} = \frac{2x}{3} - 4y$ (4) $(9a^2e - 3ae) \div (-\frac{3}{2}a) = \frac{9a^2e}{-\frac{3}{2}a} - \frac{3ae}{-\frac{3}{2}a} = -6ae + 2e$

2 (1) $(-5x+4y)^2 = 25x^2 - 40xy + 16y^2$ (2) $(2x - \frac{1}{3})^2 = 4x^2 - 2 \times 2x \times \frac{1}{3} + (\frac{1}{3})^2 = 4x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{1}{9}$

(3) $(x - \frac{1}{4})(x + \frac{1}{4}) = x^2 - \frac{1}{16}$ (4) $(7x-2)(7x+2) = 49x^2 - 4$

(5) $(x+3)(x-7) = x^2 - 4x - 21$ (6) $(2x+5)(2x+9) = 4x^2 + 18x + 10x + 45 = 4x^2 + 28x + 45$

(7) $(2x+3y-1)(2x-1) = 4x^2 - 2x + 6xy - 3y - 2x + 1 = 4x^2 - 4x + 6xy - 3y + 1$
 $\left\{ \begin{aligned} &(2x-1)+3y \text{ } (2x-1) \\ &= (M+3y)M \\ &= M^2 + 3yM \\ &= (2x-1)^2 + 3y(2x-1) \\ &= 4x^2 - 4x + 1 + 6xy - 3y \end{aligned} \right.$
 ここのやり方が安心してできる。無理に工夫しなくていい。

(8) $(a+e)(a+e-c) = a^2 + ae - ac + ae + e^2 - ec = a^2 + 2ae - ac + e^2 - ec$
 $\left\{ \begin{aligned} &M(M-c) \\ &= M^2 - cM \\ &= (a+e)^2 - c(a+e) \\ &= a^2 + 2ae + e^2 - ac - ec \end{aligned} \right.$

3 (1) $(a+e)^2 + (a-e)^2 = a^2 + 2ae + e^2 + a^2 - 2ae + e^2 = 2a^2 + 2e^2$
 (2) $(x-1)(x+2) - (x-3)(x-5) = x^2 + x - 2 - (x^2 - 8x + 15) = x^2 + x - 2 - x^2 + 8x - 15 = 9x - 17$
 2)の式のひき算は、符号ミスか
 おきか
 の2、必ず後半を()に書く

(3) $(x+3)^2 - (x+2)(x+4) = x^2 + 6x + 9 - (x^2 + 6x + 8) = x^2 + 6x + 9 - x^2 - 6x - 8 = 1$

③ (4) $(2x+1)(2x-1) - (x-5)(x+2)$
 $= 4x^2 - 1 - (x^2 - 3x - 10)$
 $= 4x^2 - 1 - x^2 + 3x + 10$
 $= 3x^2 + 3x + 9$

④ (1) $10x^2 + 25x = 5x(2x+5)$ (2) $x^2 - \frac{1}{4}y^2 = (x + \frac{1}{2}y)(x - \frac{1}{2}y)$

(3) $x^2 + 10x + 24 = (x+4)(x+6)$ (4) $x^2 + x + \frac{1}{4} = (x + \frac{1}{2})^2$

(5) $x^2 - 9x + 20 = (x-4)(x-5)$ (6) $xy^2 + xyz - 4xy = xy(y+z-4)$

(7) $25x^2 - 30x + 9 = (5x-3)^2$ (8) $a^2 - 2a - 15 = (a+3)(a-5)$

(9) $-10x + 9 + x^2 = x^2 - 10x + 9 = (x-1)(x-9)$
 ★ ならんかえた方が、わかりやすい形

⑤ (1) $-x^2 + 5x + 6 = -(x^2 - 5x - 6) = -(x+1)(x-6)$
 ★ x^2 の前の係数がマイナスのままだと、まちがえやすい。()の形にしてから、()の中を因数分解する。
 このままでOKだし、マイナスを-の()の中にかけた $(-x-1)(x-6)$ や $(x+1)(-x+6)$ もOK

(2) $(x-2)^2 - 3(x-2) + 2$
 ① 展開して、式を簡単にする
 $(x-2)^2 - 3(x-2) + 2 = x^2 - 4x + 4 - 3x + 6 + 2 = x^2 - 7x + 12 = (x-3)(x-4)$
 ② $M^2 - 3M + 2 = (M-1)(M-2)$ とおくと、 $M = x-2$ を代入して、 $(x-2-1)(x-2-2) = (x-3)(x-4)$

(3) $(x+y)^2 - 4 = M^2 - 4 = (M+2)(M-2) = (x+y+2)(x+y-2)$
 ★ これは、 $(x+y)^2$ を展開しては、ため

(4) $(x-y)^2 + 4(x-y) - 5 = M^2 + 4M - 5 = (M-1)(M+5) = (x-y-1)(x-y+5)$

⑥ (1) $x=198$ のとき $x^2 + 4x + 4$ の値
 このまま代入すると $198 \times 198 + 4 \times 198 + 4$ を計算するのは大変。
 $x^2 + 4x + 4 = (x+2)^2$ の $x=198$ を代入して
 $= (198+2)^2 = 200^2 = 40000$

(2) $x=3.75, y=2.25$ のとき $x^2 - y^2$ の値
 $x^2 - y^2 = (x+y)(x-y) = (3.75+2.25) \times (3.75-2.25) = 6 \times 1.5 = 9$
 ★ "数字を代入して"

(3) $a=17, b=4$ のとき $(a+b)^2 - 2(a+b) + 1$ の値
 この問題をなす $(17+4)^2 - 2 \times (17+4) + 1 = 21 \times 21 - 2 \times 21 + 1 = 441 - 42 + 1 = 400$ の方が、わかりやすいかも。
 工夫すると $a+b=M$ とし

$M^2 - 2M + 1 = (M-1)^2 = (a+b-1)^2 = (17+4-1)^2 = 20^2 = 400$
 ★ 気がつけば、55の方が計算は簡単。

⑦ $96 \times \square = \triangle^2$ ある自然数
 ① 96を素因数分解してみる。
 $96 = 2^5 \times 3$
 ② $12 = 5$ をかけると、ある自然数になる。と仮定してみる。
 $12 \times \square = \triangle^2$
 $2 \times 2 \times 3 \times 3 \times \square = (2 \times 3)^2$
 6^2 となる。
 ③ 自分でわかるはず

① $96 \times \square = \triangle^2$
 $96 = 2^5 \times 3$ とあるから、 \square が 2×3 とあれば、
 $96 \times 2 \times 3 = 2^5 \times 3 \times 2 \times 3 = 2^6 \times 3^2 = (2^3 \times 3) \times (2^3 \times 3) = (2^3 \times 3)^2 = 12^2$ となる。
 よって、6をかけるはず。
 ② ①の素因数分解のやり方を、簡単に答への求め方。
 100%正しい数の積が、ある数となる

8

$$6^2 - 5^2 = 36 - 25 = 11$$

$$7^2 - 6^2 = 49 - 36 = 13$$

$$101^2 - 100^2 = 10201 - 10000 = 201$$

予想

2乗の差は、
2つの整数の
和に等しい。

証明

連続する2つの整数の
小さい方を a とすると
大きい方は $a+1$ と表せる。

大きい方の2乗から小さい方の2乗をひいた差は、

$$(a+1)^2 - a^2$$

$$= a^2 + 2a + 1 - a^2$$

$$= 2a + 1$$

$$= a + (a+1)$$

この二つから
小さい数 a と
大きい数 $a+1$ の
和であるといえる。

または

予想

2乗の差は、連続する2つの整数の
3分の1の小さい方の2倍に1を加えた数
と等しい。

証明

上の証明のように

$$(a+1)^2 - a^2 = 2a + 1$$

↑
小さい方の2倍に1を
加えた数となる

2乗の差は、2つの整数の和と等しいの証明

なら、次のようにしても説明できる。

証明

連続する2つの整数を
 a, b とする。(ただし $a > b$)

2乗の差は、 $a^2 - b^2$

$$= (a+b)(a-b) \text{ --- ①}$$

また、 a と b は1ちがいの2

$$a - b = 1 \text{ --- ②}$$

①と②より $a^2 - b^2 = a+b$ となり

2乗の差は、2つの整数の和と等しい。

(※この方法では、20目の予想は、証明できない)

- 9
- ① 364×366 ② 363×367
- ①と②はそれぞれ $(360+4) \times (360+6)$ と
 $(360+3) \times (360+7)$ と考え、 $360 = a$ とおくと
- ①は $(a+4)(a+6)$ ②は $(a+3)(a+7)$
- 展開すると
- ①は $a^2 + 10a + 24$ ②は $a^2 + 10a + 21$
となり、①の方が大きくなる。(3大きい)

10

(1) $21^2 - 20^2 + 19^2 - 18^2 + 17^2 - 16^2$

$$= (21+20)(21-20) + (19+18)(19-18) + (17+16)(17-16)$$

$$= 41 + 37 + 33$$

$$= 111$$

よって 111

(2) $8^2 - 10^2 + 12^2$

$$= (10-2)^2 + (10+2)^2 - 10^2$$

$$= 10^2 - 40 + 4 + 10^2 + 40 + 4 - 10^2$$

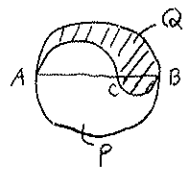
$$= 108$$

よって 108

※ $8^2 - 10^2 + 12^2$ なら
 $64 - 100 + 144$ として
算しても、答えは同じと
考えやすい。

この求め方を
考える方が
難しい。

直径の比と面積の比



1.(P)



• $AC : CB = 4 : 2$
 $= 2 : 1$

• $S_1 = \frac{1}{2} \pi \cdot 4^2 - \frac{1}{2} \pi \cdot 2^2$

$$= \pi \times 2^2 \times \frac{1}{2} + \pi \times 3^2 \times \frac{1}{2} - \pi \times 1^2 \times \frac{1}{2}$$

$$= 2\pi + \frac{9}{2}\pi - \frac{1}{2}\pi$$

$$= 6\pi$$

$S_2 = \frac{1}{2} \pi \cdot 6^2 - \frac{1}{2} \pi \cdot 3^2$

$$= \pi \times 3^2 - 6\pi$$

$$= 9\pi - 6\pi$$

$$= 3\pi$$

$S_1 : S_2 = 6\pi : 3\pi$
 $= 2 : 1$

<別の考え方> (1) • $AC : CB = 6 : 4$
 $= 3 : 2$

① 364×366

$$= (365-1) \times (365+1) \cdot S_1 = \frac{1}{2} \pi \cdot 6^2 - \frac{1}{2} \pi \cdot 4^2$$

$$= 365^2 - 1^2$$

$$= \pi \times 3^2 \times \frac{1}{2} + \pi \times 5^2 \times \frac{1}{2} - \pi \times 2^2 \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{9}{2}\pi + \frac{25}{2}\pi - 2\pi$$

$$= 15\pi$$

② 363×367

$$= (365-2) \times (365+2)$$

$$= 365^2 - 2^2$$

①よりの方が
小さいので
大きいのは、①

$S_2 = \frac{1}{2} \pi \cdot 10^2 - \frac{1}{2} \pi \cdot 3^2$

$$= \pi \times 5^2 - 15\pi$$

$$= 25\pi - 15\pi$$

$$= 10\pi$$

$S_1 : S_2 = 15\pi : 10\pi$
 $= 3 : 2$

AC : CB と $S_1 : S_2$
は、同じ比

2. $AB = 2a, AC = 2x$ とすると

• $AC : CB = 2x : 2a - 2x = x : a - x$

• $S_1 = \frac{\pi}{2} x^2 + \frac{\pi a^2}{2} - \frac{\pi(a-x)^2}{2} = \pi ax$

$S_2 = \pi a^2 - \pi ax$

$S_1 : S_2 = \pi ax : \pi a(a-x) = x : a - x$