

第3学年 数学科学習指導案

1 単元 「式の展開と因数分解」(15時間完了 本時14/15)

2 単元の目標

- (1) 公式を用いて式の展開や因数分解をすることができる。(知識・技能)
- (2) 数量及び数量の関係を捉え、文字式で説明することができる。(思考・判断・表現)
- (3) 式の計算を利用して身近な問題を解決しようとしている。(主体的に学習に取り組む態度)

3 構 想

本学級の生徒の多くは基本的な計算能力を身に付けているため、教えられたことを使って指示通りに問題に取り組むことができる。しかし、公式や定理がなぜ成り立つのか、それらがどのような意義をもっているのかを深く理解せずに、知識を暗記することが数学の学習だととらえている生徒が多くいる。分数の除法の計算の答えが、なぜ逆数の乗法で求められるのかと問うと、「小学校でそう教わったから」と答える生徒が何人もいる。また、式の展開や因数分解の学習においても、教わった式と異なる特徴を持った式にどう対処してよいかわからずに手が止まってしまう生徒が何人もいる。公式や定理はただ「覚えなければいけないこと」ととらえるのではなく、既存の知識を使って立てた式を変形させ、自ら公式を導出する活動を通して、公式がなぜ成り立っているのか理解するようにしたい。

本単元では、多項式と単項式の乗除や多項式どうしの積を求める計算、式の展開と因数分解について学習する。特に因数分解は、二次方程式を解く糸口となるなど、数学的に重要である。そのため、公式を覚えるだけでなく、式の展開・因数分解の意味や意義、公式が成り立つ理由について考えを深め、それによって、どの公式が活用できるのか、それには式をどのように変形すればよいのかを見出したり、既存の知識を用いて新たな知識を創り出したりすることができる力を養いたいと考える。

本時では、式の計算を用いて、円形の花壇の周りに作った一定の幅の道の面積を求める公式 $S = al$ を証明する。証明に対して苦手意識をもっている生徒は多い。そこで、まず具体的な数を当てはめ、公式が正しそうであるという実感をもたせたい。その上で、具体的な数のときと同様のプロセスによって、公式が一般的に証明できることに気付かせたい。そして、発展的な内容として、円以外の図形の場合でも公式が成り立つかチームで追究する時間を設ける。一人一人が役割をもち、級友と協力しながら、チームの課題を達成できるとよい。どんな図形について考えればよいか、全く発想できない場合も予想されるため、正方形、長方形、正三角形といった例を示し、スムーズにチームで話し合えるようにしたい。

4 単元計画

時	学習課題	学習内容
1・2	・多項式と単項式の乗除をしよう	・多項式と単項式の乗法及び除法
3・4	・多項式どうしの積を求めよう	・ $(a+b)(c+d)$ の形の式の展開
5～7	・公式を用いて展開しよう	・展開の意味 ・公式を用いた展開
8～11	・因数分解をしよう	・共通因数を取り出して因数分解すること ・公式を用いて因数分解すること
12～14 (本時14)	・式の計算を利用して効率よく計算しよう。 ・式の計算を利用して証明しよう。	・式の展開や因数分解を利用した計算の工夫 ・式の展開や因数分解を利用して、整数や図形の性質を証明すること
15	・いろいろな問題に挑戦しよう。	・章末問題

5 本時の学習指導

(1) 目標

- ・道の面積がその幅と周の長さの積に等しいことを理解し、文字式を用いて証明することができる。(思考・判断・表現)
- ・式の展開の知識を生かして証明しようとしている。(主体的に学習に取り組む態度)

(2) 展開

段階	生徒の活動	教師の支援
導入 (8)	1 道の面積を求める公式が正しいか計算して確かめる。 ・ $r=5(m)$ 、 $a=2(m)$ のとき、道の面積 $S=49\pi - 25\pi = 24\pi$ 、道の長さ $l=(5+1) \times 2 \times \pi = 12\pi$ 、 $S=al=2 \times 12\pi = 24\pi$ なので正しい。	・円形の花壇の周りに道をつくる時の、図と公式を教室のモニタに示す。 ・公式のよさに気づけるよう、公式が正しければ、 a と l が明らかな場合遊歩道の面積が簡単に求められること、花壇の半径はわからなくてよいことに触れる。
課題 (2)	2 本時の学習課題を把握する。 <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">道の面積を求める公式 $S=al$ はいつでも本当に成り立つだろうか</div>	・ $r=5(m)$ 、 $a=2(m)$ 以外でも成り立つか問う。
展開 (35)	3 問題解決の見通しを立てる。 ・どんな数値でも成り立つことを示すには、文字を利用するとよい。 ・ S と l を文字式で表せばよい。 ・ S が al になるか確かめればよい。 4 $S=al$ であることを証明する。 ・個人追究をする。 ・ $S = \pi a^2 + 2\pi ar$ 、 $l = \pi a + 2\pi r$ より、 $S = al$ ・解決過程と結論を全体で共有する。	・具体的な値で確かめている限り、一般化はできないことに触れる。 ・具体的な数を用いて計算したことから、「 S =大きい円の面積-小さい円の面積」と求められたことについて触れる。 ・「大きい円の半径はいくつか」と問う。 ・「 l が半径いくつの円の周の長さか」を問うことで、立式しやすくする。 ・手順が分かるように、「 $S=$ 」「 $l=$ 」と板書し、考えの筋道を示す。
J T	5 正方形や長方形、正三角形でも公式が成り立つか、チームで考える。 ・同様の考え方で証明できるか考える。 ・道幅を a 、長方形の縦の長さを s 、横の長さ等を t とおく。 ・円のとくとまったく同様に証明でき、形を問わず $S=al$ が成り立つ。	・証明が極端に難しくならないよう、検討する図形の種類を限定する。 ・ <u>チームの隊形になるよう指示し、チーム内で分担して証明に取り組む時間を設ける。</u> ・他チームと意見交換してもよいと伝える。 ・証明するために文字でおく必要のあるものは何だろうかと机間指導で伝える。
整理 (5)	6 本時の学習内容を振り返る。 <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">・花壇の周りに作った一定の幅の道の面積は決まった式で求められる。 ・文字を使えば、公式を証明できる。</div>	・今日の授業で学んだこと・考えたこと・疑問などをワークシートに書くように伝える。

(3) 評価

- ・文字式で数量の関係を表し、図形の性質を証明することができたか。(活動5のワークシートから)
- ・式の展開の知識をいかして証明しようとしていたか。(活動5のワークシートから)