

第2学年1組 数学科学習指導案

令和3年1月14日(木) 第3時限 場所 2年1組教室

1 単元 図形の性質と証明(18時間完了)

(1) 目標

- ①平行線の性質や三角形の合同条件を根拠にして、三角形や平行四辺形の性質を調べ、理解することができる。(知識及び技能)
- ②平行線の性質や三角形の合同条件を根拠にして、三角形や平行四辺形の性質を証明することができる。(思考力・判断力・表現力等)
- ③図形の論証に対して興味・関心をもち、筋道を立てて考えようとする態度を身に付ける。(学びに向かう力・人間性等)

(2) 構想

本学級の生徒は授業に前向きに取り組むことができる。級友と相談して考える姿がよく見られ、学び合う雰囲気できています。一方、分からないことを素直に「分からない」と言えない生徒や、級友からの一度の説明では理解が難しい生徒もいる。また、答えの正誤のみにこだわってしまい、式の意味まで考えられない、どこで間違えたのか深く追究できない生徒もいる。これまでは、論理的に説明することに抵抗感をもつ生徒も多かったが、前単元「図形の調べ方」の学習を通して、「どうしてそうなるのか」という数学的な根拠を基にして説明できる生徒が増えてきた。しかし、まだ証明問題の筋道を考えるのに苦手意識をもつ生徒がいる。合同条件を暗唱することはできても、「証明するとき、何から手を付けていいのかわからない。」と、手が止まる生徒も多い。

小学校では、三角形や四角形に関する多くの性質を学び、中学1年では、2直線の関係や基本的な作図について学習した。しかし、これまで学習した図形の性質が成り立つことは、帰納・類推的な考えをもとに明らかにできており、例外なく成り立つことを確かめるまでには至っていない。そこで本単元では、演繹的な証明を学ぶ。結論から逆算して証明の筋道を立て、仮定や既習事項をどのように活用したらよいか考えながら説明していく。だれが聞いても納得するような、客観的な証明ができるようにしたい。

単元を貫く学習課題「自分の考えを相手に分かるように図を用いて表現し、根拠をもって説明できる」を設定し、相手に伝わる証明を意識するよう伝えていく。この課題の到達度は生徒によって異なるため、個別最適化を目指して授業を構成していく。特に、①「目標、評価面」、②「学習環境面」、③「ファシリテーター面」の3点を工夫したい。まず①について、目標を2段階に分けて生徒が選択できるようにする。もし目標が生徒の力と合っていない場合、教師が意思確認をしたり、もう一方の目標を提案したりする。また、振り返り内容を「教科の本質」と「学び方(一人も見捨てないという視点を含む)」の2点に絞る。スクールタクトを利用して生徒の記述を教師が把握する時間を短縮する。②については、一人で考える、級友と一緒に考える、証明が得意な級友に聞く、「分からない」という級友に教えるなど、どのように学ぶかを生徒自身が選択・判断できるようにし、学び合える環境を整える。また、ワークシートを「全証明用」と「穴埋め用」の2種類用意する。証明が苦手な生徒には、穴埋めから徐々に慣れさせたい。生徒が自分のつまずきに合わせて答え合わせができるように、集団解決の後に模範解答を配付する。③について、生徒の学習が円滑に進むように、教師が生徒の学習を見取って支援をしていく。図を的確に用いている生徒や根拠が明確になっている生徒を褒める。手が止まっている生徒には「大丈夫?」と聞き、困り感がある場合には助言する。生徒が書いた記述に間違いがあれば「これでいいの?」と指摘し、近くの生徒に「どう思う?」と問いかける。早く解き終わった生徒には、「困っている子はいなかった?」と声をかけ、視野を広くするよう促す。これらの手だてによって、生徒の証明する力を高めていきたい。

(3) 計 画 (本時 7 / 18)

自分の考えを相手に分かるように図を用いて表現し、根拠をもって説明できる

小 単 元	主 な 学 習 内 容
二等辺三角形 (4時間)	<ul style="list-style-type: none">・二等辺三角形の底角が等しいことを証明する。・二等辺三角形の頂角の二等分線は、底辺を垂直に二等分することを証明する。・2つの角が等しい三角形は、二等辺三角形であることを証明する。・命題の「逆」について理解を深め、「逆」が正しいどうか判断する。
正三角形 (1時間)	<ul style="list-style-type: none">・正三角形の定義や性質を理解する。
直角三角形 (2時間)	<ul style="list-style-type: none">・直角三角形が合同になる条件を理解する。・直角三角形の合同条件を使った証明問題に取り組む。(本時)
平行四辺形 (5時間)	<ul style="list-style-type: none">・平行四辺形の性質①を証明する。・平行四辺形の性質②③④を証明する。・平行四辺形の性質の逆を証明する。・平行四辺形になる条件をもとに、平行四辺形かどうか判断する。・平行四辺形になる条件をもとに、証明問題に取り組む。
長方形・ひし形・正方形 (2時間)	<ul style="list-style-type: none">・長方形・ひし形・正方形・平行四辺形の包摂関係を理解する。・四角形の対角線の性質を理解する。
平行線と面積 (2時間)	<ul style="list-style-type: none">・底辺が共通で、底辺に平行な直線上に頂点をもつ2つの三角形の面積は等しいことを理解する。・平行線による等積変形の方法を利用する。
学習のまとめ (2時間)	<ul style="list-style-type: none">・基本のたしかめに取り組む。・章末問題に取り組む。

2 本時の学習指導

(1) 目 標

A目標…直角三角形の合同条件を使って、全証明をすることができる。

B目標…直角三角形の合同条件を使って、証明の穴埋めをすることができる。

(2) 生徒の実態

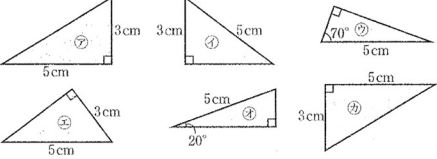
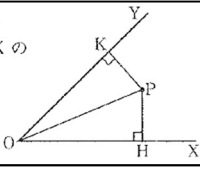
「 $\triangle ABC$ で、 $AB=AC$ ならば $\angle B=\angle C$ である。」の証明では、まず、結論から逆算して証明の筋道を立てた。生徒は結論を正しく答え、それを示すためにどの2つの三角形に着目したらよいか考えることができた。続いて、2つの三角形の合同を示すために、仮定や既習事項をどう活用するか考えた。仮定を全て答えるのが難しい生徒もいたが、「直線が共通である」ことを説明できる生徒は多かった。この実態から、前単元「図形の調べ方」の学習のとき以上に、筋道を立てられる生徒は増えたと感じる。しかし、いざ証明となると取りかかれぬ生徒も多くいたため、証明を穴埋めで練習したり、教科書を見ずに図を用いて級友と説明し合ったりする活動を取り入れた。生徒の中には、まるで台本でも覚えるかのように暗唱する生徒もいた。それよりも、証明の筋道を理解することの大切さを伝え続けた。また、「 $\triangle ABC$ で、 $\angle B=\angle C$ ならば、 $AB=AC$ である。」の証明でも、同様な活動を行った。生徒は少しずつ単元を貫く学習課題を達成してきている。

(3) 準 備

①生徒…筆記用具、教科書、ノート、ファイル、のり、Myタブレット

②教師…掲示用拡大プリント、目標別ワークシート、模範解答、確認テスト、タブレット端末

(4) 展開

段階	生徒の活動	教師の活動
導入 (5)	<p>1 三角形を合同な三角形の組に分ける。</p>  <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px auto; width: fit-content;"> <p>学習課題：直角三角形の合同条件を使って証明ができる。 A目標…全証明をすることができる。 B目標…証明の穴埋めによる証明ができる。</p> </div> <p>2 目標達成のための方法を考え、本時の手だてを理解する。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px auto; width: fit-content;"> <p>手だて：全員が目標を達成できるように、みんなに自分の考えを聞いてもらったり、みんなから考えを聞かせてもらったりして助け合う。</p> </div>	<ul style="list-style-type: none"> 直角三角形の合同条件を確認する。 黒板にタイムスケジュールを書く。 <div style="border: 1px dashed black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <ul style="list-style-type: none"> 例題1…15分(説明10分, 発表4分) 問3…20分(15分, 説明5分) 確認テスト…5分(3分+答え合わせ2分) 整理5分 </div> 本時の目標と評価基準を示す。 <ul style="list-style-type: none"> 本時の手だてを示す。 自分にとって最良の方法での追究を促す。
追究 (40)	<p>3 証明問題の例題1を理解し、口頭で説明し合う。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>∠XOYの内部の点Pから、2辺OX, OYに、それぞれひいた垂線PH, PKの長さが等しいとき、OPは∠XOYを2等分することを証明しなさい。</p>  </div> <ul style="list-style-type: none"> 教科書を読んで理解する。 分からない場合は級友に聞く。 一通り分かったら、教科書の図を使って、友達同士で説明し合う。 数学的な根拠を用いて説明する。 分からない生徒に教える。 <p>4 証明問題(問3)に取り組む。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>∠XOYの二等分線上の点Pから、2辺OX, OYに、垂線PH, PKをそれぞれひくとき、PH=PKとなることを証明しなさい。</p> </div> <ul style="list-style-type: none"> 全員が理解できるまで教え合う。 一通り分かったら、図を使った口頭の証明にチャレンジする 	<ul style="list-style-type: none"> 仮定と結論、着目する2つの三角形を押しやる。 後で数名指名して、証明することを予告する。 図を使って、客観的な説明を心がけるよう指示する。 生徒の状況に応じて、席を自由に移動してよいことを勧める。 他との積極的な関わりがあった場合には褒め、さらなる関わりを促す。 困っていない生徒に声をかけ、周りに質問するとよいことを助言する。 早く理解できた生徒には、互いに証明し合うよう働きかけたり、周りに困っている生徒がいないか確認するよう声かけをしたりする。 全員が理解できた段階で、2人指名して全体で発表する場を設ける。 目標別のワークシートを配付する。 目標が生徒の力と合っていない場合、意思確認をし、別の目標を提案する。 教科書を見ずに解くよう指示する。 B標を早く達成できた生徒には、A目標に挑戦してもよいことを伝える。 残り5分になったら模範解答のプリントを取ってよいことを伝え、説明し合うことを勧める。 ワークシートをノートに貼るよう指示する。 確認テストを配付する。 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>【評価基準】 本時の学習課題を達成できる。</p> </div>
整理 (5)	<p>5 確認テスト(教科書p131練習問題①)を行い、目標を達成する。</p> <ul style="list-style-type: none"> 全員が、本時の目標を達成できる。 <p>6 振り返りをする。</p> <div style="border: 1px dashed black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <ul style="list-style-type: none"> 最初は穴埋めの挑戦だったけど、図だけで説明できるようになったよ。 〇〇さんが困っていたので教えていたら、自分の考えもまとまったよ。 </div>	<ul style="list-style-type: none"> スクールタクトで振り返りを配付する。 各項目で、1行程度で簡単に記述するよう指示する。 提出された記述から生徒を見取り、個別または全体にフィードバックする。

※板書計画

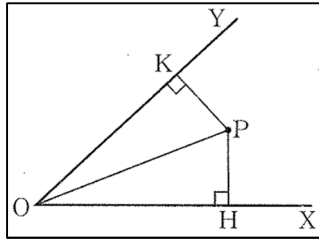
課題：直角三角形の合同条件を使って証明ができる

A目標…全証明をすることができる。 B目標…証明の穴埋めによる証明ができる。

＜直角三角形の合同条件＞
 斜辺と1つの鋭角が、それぞれ等しい
 斜辺と他の1辺が、それぞれ等しい

問3

例題1



＜仮定＞
 $\angle PHO = \angle PKO = 90^\circ$
 $PH = PK$
 ＜結論＞
 $\angle POX = \angle POY$
 ＜着目する三角形＞
 $\triangle POH$ と $\triangle POK$

問3
 $\angle XOY$ の二等分線上の点 P から、2辺 OX, OY に、
 垂線 PH, PK をそれぞれひくとき、
 $PH = PK$ となることを証明しなさい。

＜証明＞
 $\triangle POH$ と $\triangle POK$ で、
 仮定より、
 $\angle \square = \angle \square = \square^\circ$ …①
 $\angle \square = \angle \square$ …②
 また、 PO は \square だから、
 $\square = \square$ …③
 ①、②、③から、
 \square ので、
 $\triangle \square \equiv \triangle \square$
 合同な図形では、対応する \square は等しいので、
 $\square = \square$

○活動4でA目標の生徒に配付するワークシート
 (活動後、ノートに貼る。)

A目標 直角三角形の合同条件を使って、全証明をすることができる。

問3
 $\angle XOY$ の二等分線上の点 P から、2辺 OX, OY に、
 垂線 PH, PK をそれぞれひくとき、
 $PH = PK$ となることを証明しなさい。

＜証明＞

○活動4でB目標の生徒に配付するワークシート
 (活動後、ノートに貼る。)

B目標 直角三角形の合同条件を使って、証明の穴埋めをすることができる。

問3
 $\angle XOY$ の二等分線上の点 P から、2辺 OX, OY に、
 垂線 PH, PK をそれぞれひくとき、
 $PH = PK$ となることを証明しなさい。

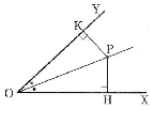
＜証明＞
 $\triangle POH$ と $\triangle POK$ で、
 仮定より、
 $\angle \square = \angle \square = \square^\circ$ …①
 $\angle \square = \angle \square$ …②
 また、 PO は \square だから、
 $\square = \square$ …③
 ①、②、③から、
 \square ので、
 $\triangle \square \equiv \triangle \square$
 合同な図形では、対応する \square は等しいので、
 $\square = \square$

○活動4で、全員に配付する模範解答
(答え合わせ後、ファイルに綴じる。)

解答

③

∠XOYの二等分線上の点Pから、2辺OX,OYに、垂線PH,PKをそれぞれひくとき、PH=PKとなることを証明しなさい。



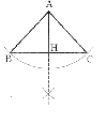
<証明>

△POHと△POKで、
仮定より、
∠PHO=∠PKO=90° …①
∠POH=∠POK …②
また、POは共通だから、
PO=PO …③
①、②、③から、
直角三角形の斜辺と1つの鋭角が、それぞれ等しいので、
△POH≡△POK
合同な図形では、対応する辺は等しいので、
PH=PK

○活動5で、全員に配付する確認テスト
(活動後、ファイルに綴じる)

確認テスト

AB=ACの二等辺三角形ABCで、頂点Aから底辺BCに垂線をひき、その交点をHとします。BH=CHとなることを証明しなさい。



<証明>

△ABHと△ACHで、
仮定より、
∠[] = ∠[] = []° …①
∠[] = ∠[] …②
AHは [] だから、
[] = [] …③
①、②、③から、
[] ので、
△[] ≡ △[]
合同な図形では、対応する[]は等しいので、
[] = []

○活動6で、全員にスクールタクトで配付する振り返り（記入後、スクールタクトで提出）

振り返り

① 今日の授業でできるようになったこと（伸ばせた力、何が足りなかったか、どこまでできたか。）は何ですか。
※教科の本質（思考・技能・知識）についての振り返り

② ①でできるようになったことは、なぜ（どんなことをしたから）できるようになりましたか。（一人も見捨てない、という視点を含めて。）
※学び方についての振り返り