

2018/1/23 (火)

学校数学 (岡崎)

於：岡崎市総合学習センター

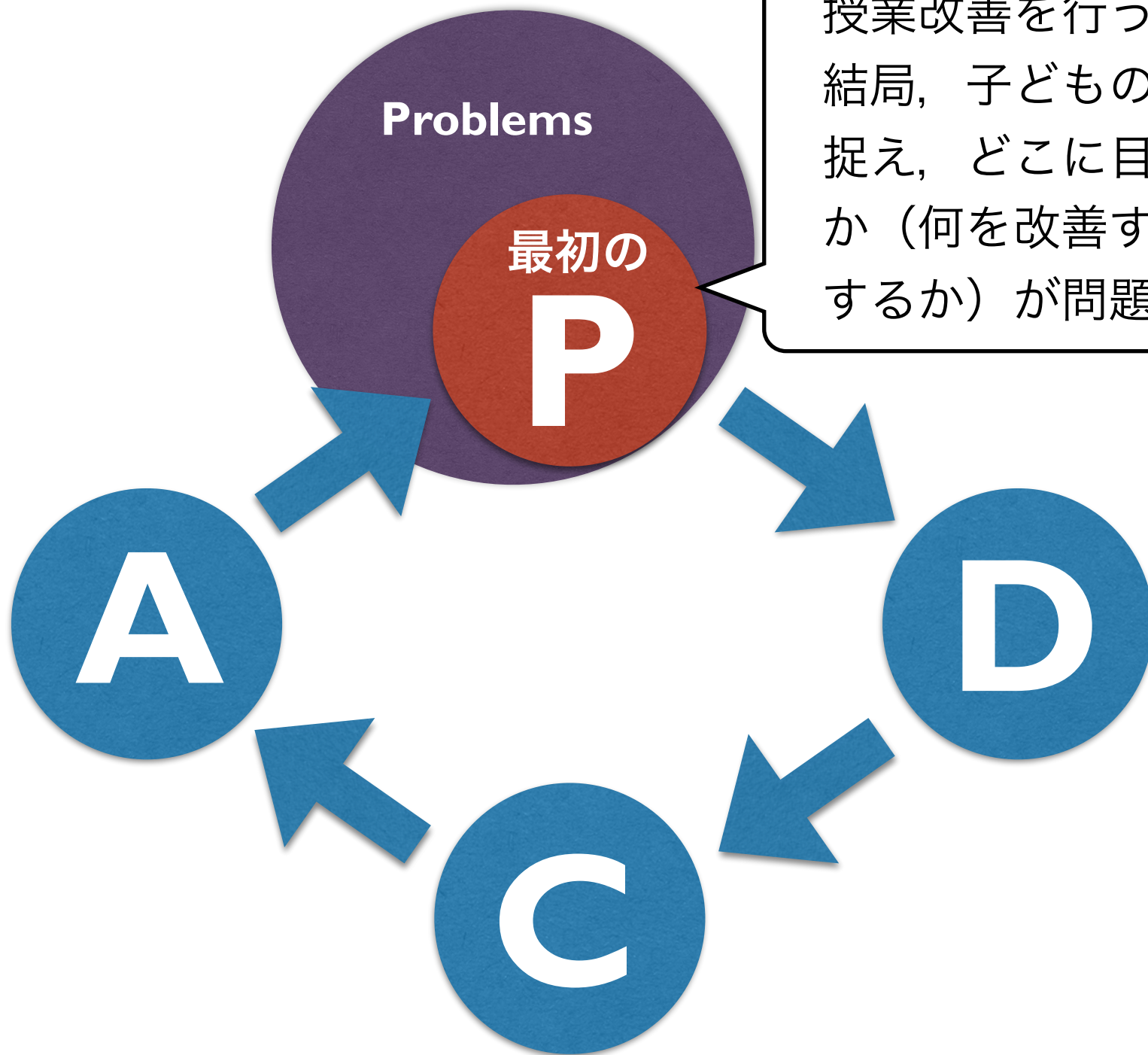
児童・生徒の実態と 算数・数学科における 深い学び

愛知教育大学・数学教育講座

山田篤史

はじめに

- 私は「全国学力・学習状況調査」推進論者ではありません。
- 学習指導要領が変わりましたが、「算数・数学の指導」をどう変えたらよいのでしょうか？
- 「主体的・対話的で深い学び」を視点とした指導改善を図るためには、「児童・生徒の実態を踏まえて」、一貫した方針に基づく指導改善をしていかなければなりません。
- 皆さんは、児童・生徒の実態をどう捉え、どのような方針で授業改善を図ろうとしていますか？



授業改善を行うにしても、結局、子どもの実態をどう捉え、どこに目標を定めるか（何を改善すべき問題とするか）が問題。

はじめに

- 私は「全国学力・学習状況調査」推進論者ではありません。
- 学習指導要領が変わりましたが、「算数・数学の指導」をどう変えたらよいのでしょうか？
- 「主体的・対話的で深い学び」を視点とした指導改善を図るためには、「児童・生徒の実態を踏まえて」、一貫した方針に基づく指導改善をしていかなければなりません。
- 皆さんは、児童・生徒の実態をどう捉え、どのような方針で授業改善を図ろうとしていますか？

はじめに

- 私は「全国学力・学習状況調査」推進論者ではありません。
- 学習指導要領が変わりましたが、「算数・数学の指導」をどう変えたらよいのでしょうか？
- 「主体的・対話的で**深い学び**」を視点とした指導改善を図るためには、「**児童・生徒の実態を踏まえて**」，**一貫した方針に基づく指導改善**をしていかなければなりません。

はじめに

- 私は「全国学力・学習状況調査」推進論者ではありません。
- 学習指導要領が変わりましたが、「算数・数学の指導」をどう変えたらよいのでしょうか？
- 「主体的・対話的で**深い学び**」を視点とした指導改善を図るためには、「**児童・生徒の実態を踏まえて**」，**一貫した方針に基づく指導改善**をしていかなければなりません。
- **（想定される先生方の問い）児童・生徒の実態と深い学びに向けた授業改善の方針は？**

今日の主題

深い学びを導くために、一般的には
どういうことが必要とされるのか？
そして、算数・数学における児童・
生徒の実態はどのようなもので、
(教科書を反省の鏡として) 具体的
指導をどう考えたらよいのだろうか？

今日の主題

深い学びを導くために、一般的には
どういうことが必要とされるのか？
そして、算数・数学における児童・
生徒の実態はどのようなもので、
(教科書を反省の鏡として) 具体的
指導をどう考えたらよいのだろうか？

今日の主題

深い学びを導くために、一般的には
どういうことが必要とされるのか？
そして、算数・数学における児童・
生徒の実態はどのようなもので、

(教科書を反省の鏡として) 具体的
指導をどう考えたらよいのだろうか？

今日の主題

深い学びに関わる素朴な
イメージは....?

- L字型の面積（小4）
- 多角形の外角の和（中2）

今日の主題



知識の深い学習 vs 伝統的な教室実践

ソーヤー, R.K. (2017). 「イントロダクション：新しい学びの科学」, In R.K.ソーヤー(編), 『学習科学ハンドブック〔第二版〕第3巻：領域専門知識を学ぶ / 学習科学研究を教室に持ち込む』 (pp.1-13), 森敏昭(訳). 北大路書房.

深い学びに必要なこと(1)

- 学習者が、新しいアイデアや概念を既有知識や先行経験と関連づけること
- × 学習者は、教材を自分たちが既に知っているものとは無関係なものとして扱ってしまう

全国学力・学習状況調査(A問題)

- 小学校 A 問題の例 ((1):H24 ; (2):H28)

$$(1) 4.6 - 0.21$$

$$(2) 4.65 + 0.3$$

- 正答率は？

全国学力・学習状況調査(A問題)

- 小学校 A 問題の例 ((1):H24 ; (2):H28)

$$(1) 4.6 - 0.21$$

$$(2) 4.65 + 0.3$$

- 正答率は？

(1) 63.5%

愛知公立:56.4%

全国学力・学習状況調査(A問題)

- 小学校 A 問題の例 ((1):H24 ; (2):H28)

$$(1) 4.6 - 0.21$$

$$(2) 4.65 + 0.3$$

- 正答率は？

(1) 63.5%

愛知公立:56.4%

(2) 77.3%

愛知公立:71.8%

全国学力・学習状況調査(A問題)

- 小学校 A 問題の例 ((1):H24 ; (2):H28)

$$(1) 4.6 - 0.21$$

$$(2) 4.65 + 0.3$$

- 正答率は？

(1) 63.5%

愛知公立:56.4%

(2) 77.3%

愛知公立:71.8%

- 愛知がどうのこうのというより，子どもに，この程度の出来しか，期待しませんでしたか？

3 年下 (小数の加減)

4 年上 (小数の加減)

たし算とひき算の筆算

1 2つのコースの道のりは、
5.4kmと3.2kmです。
あわせて何kmですか。



しき
式

おたづけ 計算のしかたを考えましょう。



0.1の何こ分かを
考えると……



位ごとに分けて
考えると……
5.4 3.2
5 0.4 3 0.2

km

筆算では、次のようにします。

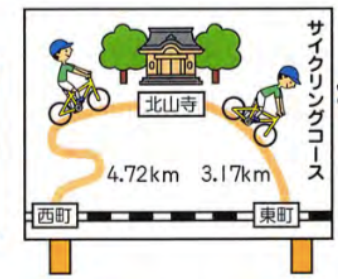
まとめ

- 1 位をそろえてかく。
- 2 整数のたし算と同じように計算する。
- 3 上の小数点にそろえて答えの小数点をうつ。

	5.4
+	3.2
	8.6

3 小数のたし算・ひき算

1 西町から北山寺へ行って、東町に
出ると、全体の道のりは、どれだけに
なりますか。



式

めあて 小数のたし算のしかたを考えよう。



0.01が何こかを
考えると……
4.72-0.01が472こ
3.17-0.01が317こ

位ごとに分けて考えると……
4.72 3.17
4 0.7 0.02 3 0.1 0.07



おたづけ 筆算で計算しましょう。

4.72
+3.17

km

3年下（小数の加減）

重要なポイントは
どこだ？

たし算とひき算の筆算

1

2つのコースの道のりは、
5.4kmと3.2kmです。
あわせて何kmですか。



しき
式



計算のしかたを考えましょう。



0.1の何こ分かを
考えると……



位ごとに分けて
考えると……

5.4 3.2
5 0.4 3 0.2

 km

ひっさん

つき

筆算では、次のようにします。

まとめ

- 1 位をそろえてかく。
- 2 整数のたし算と同じように計算する。
- 3 上の小数点にそろえて答えの小数点をうつ。

	5	4
+	3	2
	8	6

啓林館、『わくわく算数』，
H27年度版

3年下（小数の加減）

重要なポイントは
どこだ？

たし算とひき算の筆算

1

2つのコースの道のりは、
5.4kmと3.2kmです。
あわせて何kmですか。



しき
式



計算のしかたを考えましょう。



0.1の何こ分かを
考えると……



位ごとに分けて
考えると……

5.4 3.2
5 0.4 3 0.2

 km

筆算では、次のようにします。

まとめ

- 1 位をそろえてかく。
- 2 整数のたし算と同じように計算する。
- 3 上の小数点にそろえて答えの小数点をうつ。

	5.4
+	3.2
	8.6

啓林館、『わくわく算数』，
H27年度版

3年下（小数の加減）

たし算とひき算の筆算

1

2つのコースの道のりは、
5.4kmと3.2kmです。
あわせて何kmですか。



しき
式



計算のしかたを考えましょう。



0.1の何こ分かを
考えると……



位ごとに分けて
考えると……

5.4 3.2
5 0.4 3 0.2

 km

筆算では、次のようにします。

まとめ

- 1 位をそろえてかく。
- 2 整数のたし算と同じように計算する。
- 3 上の小数点にそろえて答えの小数点をうつ。

	5.4
+	3.2
	8.6

重要なポイントは
どこだ？

- ① 既習には、単位の
考えと位の考えが
ある
- ② 単位の考えでも、
位の考えでも、
結局、位は揃える
- ③ **そもそも既習の
整数計算に帰着
させよう、という
考えは、最初に出
てきて欲しい**

3年下（小数の加減）

たし算とひき算の筆算

1

2つのコースの道のりは、
5.4kmと3.2kmです。
あわせて何kmですか。



しき
式



計算のしかたを考えましょう。



0.1の何こ分かを
考えると……



位ごとに分けて
考えると……

5.4 3.2
5 0.4 3 0.2

 km

筆算では、次のようにします。

まとめ

- 1 位をそろえてかく。
- 2 整数のたし算と同じように計算する。
- 3 上の小数点にそろえて答えの小数点をうつ。

	5.4
+	3.2
	8.6

子どものまとめの 理想的第一段階

- ① 整数の筆算と同じように計算したい
- ② 0.1を単位と考えれば全部整数の計算になる
- ③ 整数計算の結果は0.1が単位なので、それに注意して小数点を打つ
- ④ 位を揃えれば、いつでもこの考えで計算できる

3年下（小数の加減）

子どものまとめの理想型第二段階

たし算とひき算の筆算

1

2つのコースの道のりは、
5.4kmと3.2kmです。
あわせて何kmですか。



しき
式



計算のしかたを考えましょう。



0.1のどこ分かを
考えると……



位ごとに分けて
考えると……

5.4 3.2
5 0.4 3 0.2

 km

筆算では、次のようにします。

まとめ

- 1 位をそろえてかく。
- 2 整数のたし算と同じように計算する。
- 3 上の小数点にそろえて答えの小数点をうつ。

	5.4
+	3.2
	8.6

- ① 整数計算にするために、0.1を単位にした筆算にする
- ② 整数の筆算をする
- ③ 0.1が結果の数あると考えると、小数点を打つ

3年下（小数の加減）

子どものまとめの理想型第三段階

前2段階を踏まえた後であれば、手続きの目的が消えた左下の「手続きのみのまとめ」でもよい（「事実の記憶と手続きの実行」だけで「手続きの構成とその妥当性の理解」が学習から取り残されないように）。

たし算とひき算の筆算

1

2つのコースの道のりは、
5.4kmと3.2kmです。
あわせて何kmですか。



しき
式



計算のしかたを考えましょう。



0.1の何こ分かを
考えると……



位ごとに分けて
考えると……

5.4 3.2
5 0.4 3 0.2

 km

ひっさん

つき

筆算では、次のようにします。

まとめ

- 1 位をそろえてかく。
- 2 整数のたし算と同じように計算する。
- 3 上の小数点にそろえて答えの小数点をうつ。

	5	.	4
+	3	.	2
<hr/>			
	8	.	6

深い学びに必要なこと(2)

- 学習者が、パターンや基礎となる原則を探ること
 - 算数・数学は、数学自体が、パターンを記述することを目指し、少数の原理・原則から多数の事実・手続きを導くことを旨とする科学・文化なので、一般化や統合を目指し数学をする・楽しむ授業を行うことが肝要
- × 学習者は、事実を記憶し、手続きを実行するのみで、理由について理解することがない

教科書の2位数×2位数の筆算

2 (2けた)×(2けた)の筆算


1 1こ23円のみかんを34こ買います。
何円になりますか。

しき式

前のページの
 $23 \times 30 = 690$ (円)
より多くなります。



ア 計算のしかたを考えましょう。

 おたすけ 30こ分のねだんと4こ分のねだんに分けて考えましょう。

30こ分 $23 \times 30 =$



4こ分 $23 \times 4 =$



あわせて

円

教科書の2位数×2位数の筆算

① ひっさん 筆算のしかたを考えましょう。

考え方

$$\begin{array}{r} 23 \\ \times 34 \\ \hline 92 \cdots 23 \times 4 \\ 690 \cdots 23 \times 30 \\ \hline 782 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 23 \\ \times 34 \\ \hline 92 \\ 690 \end{array}$$



この0は
かきません。

だから、23に3を
かけるとき、十の位
からかいていきます。

$$\begin{array}{r} 23 \\ \times 34 \\ \hline 92 \end{array}$$

23に4を
かける。

$$\begin{array}{r} 23 \\ \times 34 \\ \hline 92 \\ 69 \end{array}$$

23に3を
かける。

$$\begin{array}{r} 23 \\ \times 34 \\ \hline 92 \\ 69 \\ \hline 782 \end{array}$$

たす。

教科書の2位数×2位数の筆算

イ ひっさん 筆算のしかたを考えましょう。

考え方

$$\begin{array}{r} 23 \\ \times 34 \\ \hline 92 \cdots 23 \times 4 \\ 690 \cdots 23 \times 30 \\ \hline 782 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 23 \\ \times 34 \\ \hline 92 \\ 690 \end{array}$$



これは
た
せん。

だから、23に3を
かけるとき、十の位
からかいていきます。

- ・ 23×30 を2桁×1桁の既習で考えるために、 $(23 \times 3) \times 10$ とみる。
- ・ だから、 23×3 をしたときの結果は、十の位からかいていく。
- ・ $(23 \times 3) \times 10$ に戻したときには690だけれど、69を十の位からかいているので、一の位の0はかかなくてもよい。

教科書の2位数×2位数の筆算

イ ひっさん 筆算のしかたを考えましょう。

考え方

$$\begin{array}{r} 23 \\ \times 34 \\ \hline 92 \cdots 23 \times 4 \\ 690 \cdots 23 \times 30 \\ \hline 782 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 23 \\ \times 34 \\ \hline 92 \\ 690 \end{array}$$



この0は
かきません。

だから、
に3を
とき、十の位
からかいて
きます。

- ・ 23×30 を2桁×1桁の既習で考えるために、 $(23 \times 3) \times 10$ とみる。
- ・ だから、 23×3 をしたときの結果は、十の位からかいていく。
- ・ $(23 \times 3) \times 10$ に戻したときには690だけれど、69を十の位からかいているので、一の位の0はかかなくてもよい。

教科書の2位数×2位数の筆算

① ひっさん 筆算のしかたを考えましょう。

考え方

$$\begin{array}{r}
 23 \\
 \times 34 \\
 \hline
 92 \cdots 23 \times 4 \\
 690 \cdots 23 \times 30 \\
 \hline
 782
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 23 \\
 \times 34 \\
 \hline
 92 \\
 690
 \end{array}$$



この0は
かきません。

だから、23に3を
かけるとき、十の位
からかいていきます。

$$\begin{array}{r}
 23 \\
 \times 34 \\
 \hline
 92
 \end{array}$$

23に4を
かける。

$$\begin{array}{r}
 23 \\
 \times 34 \\
 \hline
 92 \\
 69
 \end{array}$$

23に3を
かける。

$$\begin{array}{r}
 23 \\
 \times 34 \\
 \hline
 92 \\
 69 \\
 \hline
 782
 \end{array}$$

たす。

教科書の2位数×2位数の筆算

① ひっさん 筆算のしかたを考えましょう。

考え方

$$\begin{array}{r}
 23 \\
 \times 34 \\
 \hline
 92 \quad \dots 23 \times 4 \\
 690 \quad \dots 23 \times 30 \\
 \hline
 782
 \end{array}$$

右は上の見方・考え方（単位の考えや計算のきまり）を働かせた結果の手順のまとめ

$$\begin{array}{r}
 23 \\
 \times 34 \\
 \hline
 92 \\
 690 \\
 \hline
 \end{array}$$



この0は
かきません。

だから、23に3を
かけるとき、十の位
からかいていきます。

$$\begin{array}{r}
 23 \\
 \times 34 \\
 \hline
 92
 \end{array}$$

23に4を
かける。

$$\begin{array}{r}
 23 \\
 \times 34 \\
 \hline
 92 \\
 69
 \end{array}$$

23に3を
かける。

$$\begin{array}{r}
 23 \\
 \times 34 \\
 \hline
 92 \\
 69 \\
 \hline
 782
 \end{array}$$

たす。

教科書の2位数×2位数の筆算

イ ^{ひっさん}筆算のしかたを考えましょう。

考え方

$$\begin{array}{r} 23 \\ \times 34 \\ \hline 92 \text{ } 23 \times 4 \\ 690 \text{ } 23 \times 30 \\ \hline 782 \end{array}$$

1

1こ23円のみかんを34こ買います。
何円になりますか。

位ごとに分けて計算すると考えやすいので

まずは 30こ分 $23 \times 30 =$

次に 4こ分 $23 \times 4 =$

あわせて

多数桁×多数桁の筆算の原理

$$\begin{array}{l} 23 \times 34 \\ \left. \begin{array}{l} \dots\dots\dots 23 \times 4 = 92 \\ \dots\dots\dots 23 \times 30 = 690 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \dots\dots\dots \frac{20 \times 4 = 80}{3 \times 4 = 12} \\ \dots\dots\dots \frac{20 \times 30 = 600}{3 \times 30 = 90} \\ \dots\dots\dots \frac{23 \times 4 = 92}{23 \times 30 = 690} \end{array} \end{array}$$

- 2位数×1位数の筆算を基礎にするが、アイデアは一貫して「位毎に分解」「位の値毎の計算」「分配則」の利用（小計を出してから総計を出すイメージ）
- ただし、とりあえず 23×30 の計算ができることは重要で、この説明は、「 23×10 の計算をもとにして、 $((23 \times 10) \times 3) = 690$ 」か「 $((23 \times 3) \times 10) = 690$ 」と考えることができるようにする

多数桁×多数桁の筆算の原理

$$\begin{array}{r}
 23 \times 34 \\
 \swarrow \quad \searrow \\
 23 \times 4 = 92 \quad \cdots \quad \begin{array}{r} 20 \times 4 = 80 \\ 3 \times 4 = 12 \\ \hline 23 \times 4 = 92 \end{array} \\
 23 \times 30 = 690 \quad \cdots \quad \begin{array}{r} 20 \times 30 = 600 \\ 3 \times 30 = 90 \\ \hline 23 \times 30 = 690 \end{array} \\
 \end{array}
 \quad \begin{array}{r}
 20 \times 4 = 80 \\
 3 \times 4 = 12 \\
 20 \times 30 = 600 \\
 3 \times 30 = 90 \\
 \hline
 23 \times 34 = 782
 \end{array}$$

こう考えると、教科書の書き方は、上や右の書き方の縮約形に過ぎないことが分かる（深い学びにおける、重要な気づき）

$ \begin{array}{r} (20+3) \\ \times (30+4) \\ \hline 12 \\ 80 \\ 90 \\ 600 \\ \hline 782 \end{array} $	$ \begin{array}{r} 23 \\ \times 34 \\ \hline 12 \\ 80 \\ 90 \\ 600 \\ \hline 782 \end{array} $	$ \begin{array}{r} 23 \\ \times 34 \\ \hline 92 \\ 690 \\ \hline 782 \end{array} $
--	--	--

深い学びに必要なこと(3)

- 学習者が自らの知識を，相互に関連する概念システムと統合すること
 - 算数・数学は科目の内容構成自体が系統性を重視しているので，既習事項との関連づけを行えば，概念システム（算数・数学カリキュラムのシステム）への統合はかなりできるが，有効な関連づけが容易かは疑問
- × 学習者は，教材を相互に切り離された知識の断片として扱ってしまう

3年下（小数の加減）

たし算とひき算の筆算

1

2つのコースの道のりは、
5.4kmと3.2kmです。
あわせて何kmですか。



しき
式



計算のしかたを考えましょう。



0.1の何こ分か
考えると……



位ごとに分けて
考えると……

5.4 3.2
5 0.4 3 0.2

 km

筆算では、次のようにします。

まとめ

- 1 位をそろえてかく。
- 2 整数のたし算と同じように計算する。
- 3 上の小数点にそろえて答えの小数点をうつ。

	5.4
+	3.2
	8.6

重要なポイントは
どこだ？

- ① 既習には、単位の
考えと位の考えが
ある
- ② 単位の考えでも、
位の考えでも、
結局、位は揃える
- ③ **そもそも既習の
整数計算に帰着
させよう、という
考えは、最初に出
てきて欲しい**

3 小数のたし算とひき算

1

水がポットに1.75L、やかんに2.64L入っています。水はあわせて何Lありますか。



だいたい
何Lかな。



ゆみ



式

計算のしかたを考えよう。

② 小数のたし算, ひき算



しんじ

位ごとに分けて考えると
1.75は 1 と0.7と0.05
2.64は 2 と0.6と0.04

あわせて と と
だから…。

0.01 をもとにして考えると
1.75は 0.01が こ
2.64は 0.01が こ

あわせて0.01が こ
だから…。



かおり

位の 考え

位ごとに分けて考えると
 1.75は 1 と 0.7 と 0.05
 2.64は 2 と 0.6 と 0.04

あわせて と と
 だから…。



単位の 考え

0.01 をもとにして考えると
 1.75は 0.01が こ
 2.64は 0.01が こ

あわせて0.01が こ
 だから…。



$$\begin{array}{r} 1.75 \\ + 2.64 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 1 \quad 0.7 \quad 0.05 \\ + 2 \quad 0.6 \quad 0.04 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1.75 \\ + 2.64 \\ \hline \end{array} \quad \rightarrow \quad \begin{array}{r} 175 \\ + 264 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 100 + 70 + 5 \\ + 200 + 60 + 4 \\ \hline \end{array}$$

単位の考え
 の下での統合

位の 考え

位ごとに分けて考えると
 1.75は 1 と 0.7 と 0.05
 2.64は 2 と 0.6 と 0.04

あわせて と と
 だから…。



単位の 考え

0.01 をもとにして考えると
 1.75は 0.01 が こ
 2.64は 0.01 が こ

あわせて0.01が こ
 だから…。



$$\begin{array}{r} 1.75 \\ + 2.64 \\ \hline \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} 1 \quad 0.7 \quad 0.05 \\ + 2 \quad 0.6 \quad 0.04 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1.75 \\ + 2.64 \\ \hline \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} 175 \\ + 264 \\ \hline \end{array}$$

全部

$$\begin{array}{r} 100 + 70 + 5 \\ + 200 + 60 + 4 \\ \hline \end{array}$$

単位の考え
の下での統合

$$\begin{array}{r} 4.72 \\ + 3.17 \\ \hline \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} 472 \\ + 317 \\ \hline \end{array}$$



0.01が何こかを
 考えると……
 4.72—0.01が472こ
 3.17—0.01が317こ

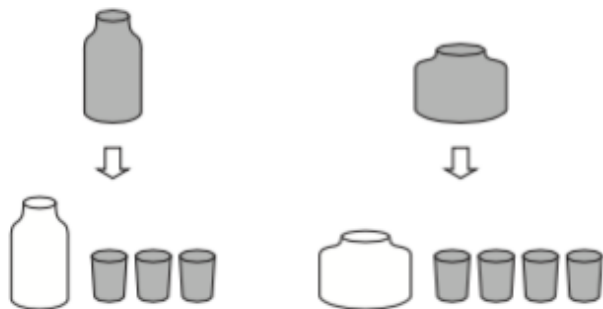
H29 全国学力・学習状況調査(A問題)

4

次の2つのびんにいっぱいに入れた水のかさを比べます。



2つのびんにいっぱいに入れた水のかさは、同じ大きさのコップに分けて、それぞれコップ何ばい分かて比べることができます。



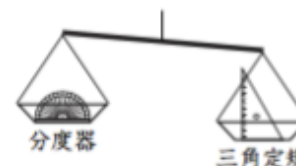
この比べ方と同じように、ものの重さや長さを同じ大きさのいくつかで比べているものは、右の1から4までの中のどれですか。

2つ選んで、その番号を書きましょう。

1 のりと消しゴムの重さを、てんびんを使って、同じ重さの積み木の個数で比べます。



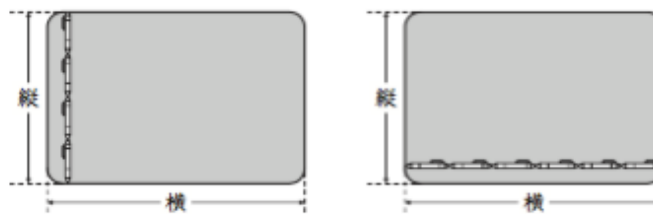
2 分度器と三角定規の重さを、てんびんを使って、どちらにかたむいているかで比べます。



3 2本のえんぴつの長さを、えんぴつのはしをそろえて立て、どちらのえんぴつの先が高いかで比べます。



4 ある机の縦と横の長さを、同じ長さのボールペンの本数で比べます。



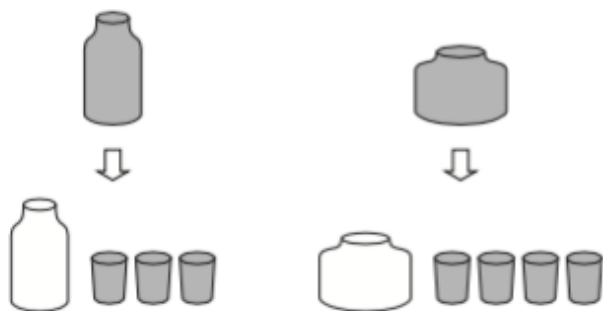
H29 全国学力・学習状況調査(A問題)

4

次の2つのびんにいっぱいに入れた水のかさを比べます。



2つのびんにいっぱいに入れた水のかさは、同じ大きさのコップに分けて、それぞれコップ何ばい分かて比べることができます。



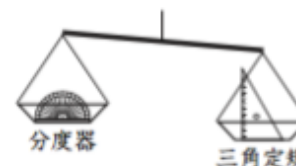
この比べ方と同じように、ものの重さや長さを同じ大きさのいくつかで比べているものは、右の1から4までの中のどれですか。

2つ選んで、その番号を書きましょう。

1 のりと消しゴムの重さを、てんびんを使って、同じ重さの積み木の個数で比べます。



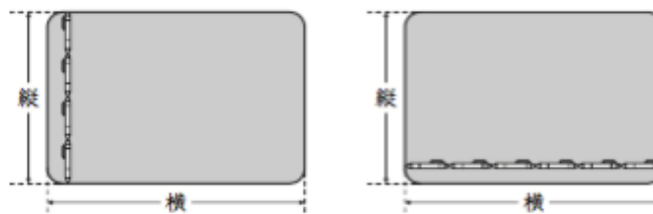
2 分度器と三角定規の重さを、てんびんを使って、どちらにかたむいているかで比べます。



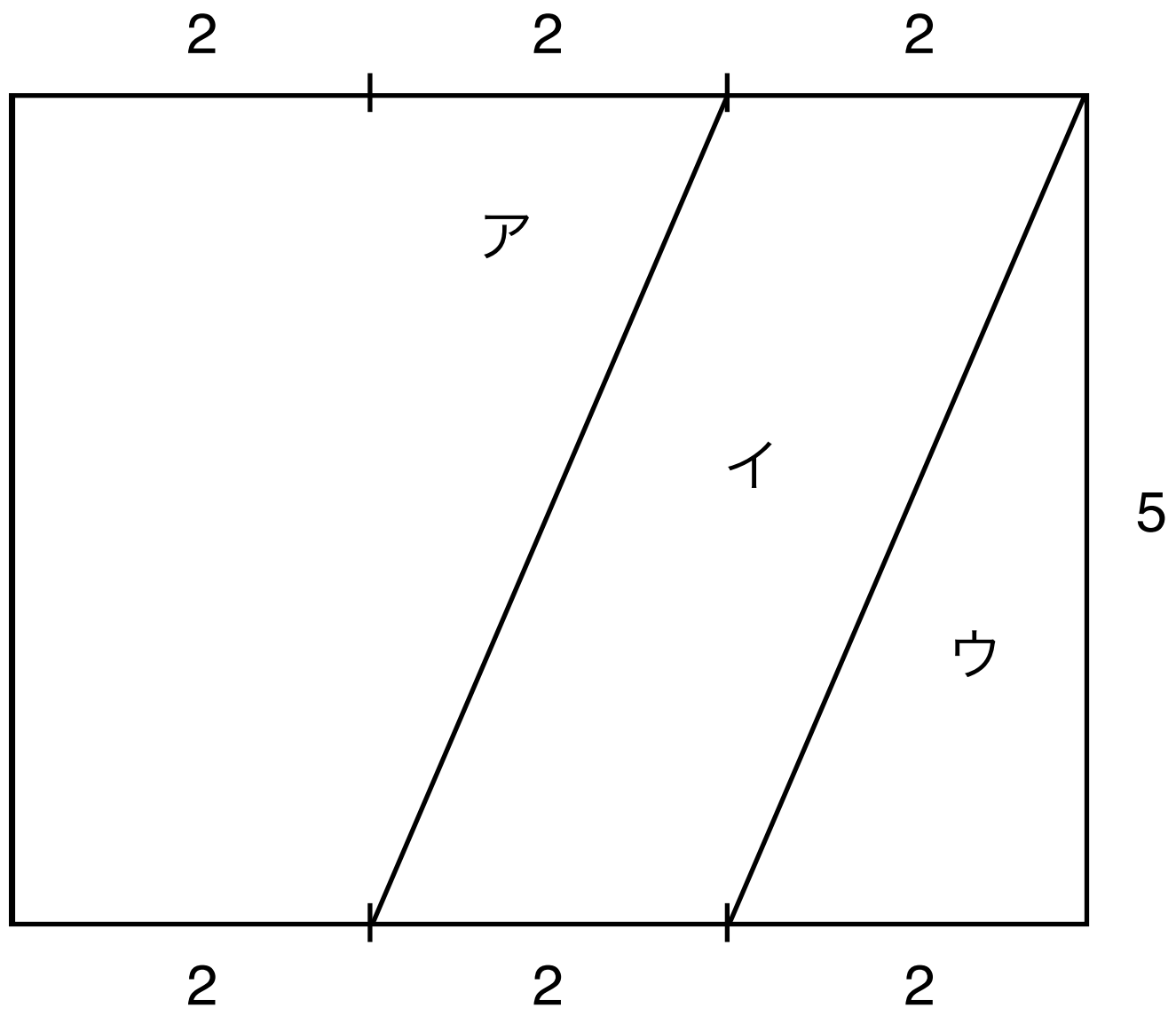
3 2本のえんぴつの長さを、えんぴつのはしをそろえて立て、どちらのえんぴつの先が高いかで比べます。



4 ある机の縦と横の長さを、同じ長さのボールペンの本数で比べます。



正答率：70.8% 愛知公立:69.3%



H28 全国学力・学習状況調査(A問題)

3 (1) 一次方程式 $x + 12 = -2x$ を解きなさい。

(2) 一次方程式 $2x = x + 3$ をの左辺と右辺それぞれの x に3を代入すると、次のような計算をすることができます。

$2x = x + 3$ について、 $x = 3$ にのとき、

$$\text{(左辺)} = 2 \times 3 = 6$$

$$\text{(右辺)} = 3 + 3 = 6$$

このとき、この方程式の解についていえることを、下のアからエまでのの中から1つ選びなさい。

ア この方程式の解は6である。 イ この方程式の解は3である。

ウ この方程式の解は3と6である。

エ この方程式の解は3でも6でもない。

H28 全国学力・学習状況調査(A問題)

3 (1) 一次方程式 $x + 12 = -2x$ を解きなさい。 **正答率：71.9%**

(2) 一次方程式 $2x = x + 3$ をの左辺と右辺それぞれの x に3を代入すると、次のような計算をすることができます。

$2x = x + 3$ について、 $x = 3$ にのとき、

$$\text{(左辺)} = 2 \times 3 = 6$$

$$\text{(右辺)} = 3 + 3 = 6$$

このとき、この方程式の解についていえることを、下のアからエまでのの中から1つ選びなさい。

ア この方程式の解は6である。 イ この方程式の解は3である。

ウ この方程式の解は3と6である。

エ この方程式の解は3でも6でもない。

H28 全国学力・学習状況調査(A問題)

3 (1) 一次方程式 $x + 12 = -2x$ を解きなさい。 **正答率：71.9%**

(2) 一次方程式 $2x = x + 3$ をの左辺と右辺それぞれの x に3を代入すると、次のような計算をすることができます。

$2x = x + 3$ について、 $x = 3$ にのとき、

$$\text{(左辺)} = 2 \times 3 = 6 \qquad \text{(右辺)} = 3 + 3 = 6$$

このとき、この方程式の解についていえることを、下のアからエまでのの中から1つ選びなさい。

ア この方程式の解は6である。 イ この方程式の解は3である。

ウ この方程式の解は3と6である。

エ この方程式の解は3でも6でもない。

正答率：48.2%

H28 全国学力・学習状況調査(A問題)

3 (1) 一次方程式 $x + 12 = -2x$ を解きなさい。 **正答率：71.9%**

(2) 一次方程式 $2x = x + 3$ をの左辺と右辺それぞれの x に3を代入すると、次のような計算をすることができます。

$$2x = x + 3 \text{ について, } x = 3 \text{ にのとき,}$$
$$\text{(左辺)} = 2 \times 3 = 6 \qquad \text{(右辺)} = 3 + 3 = 6$$

このとき、この方程式の解についていえることを、下のアからエまでのの中から1つ選びなさい。

ア この方程式の解は6である。 イ この方程式の解は3である。

ウ この方程式の解は3と6である。

エ この方程式の解は3でも6でもない。

正答率：48.2%

(1)を正答した生徒のうち、54.6%しか(2)で正答していない。

3		(1)		
		○	×	計
(2)	○	39.3	8.9	48.2
	×	32.6	19.2	51.8
	計	71.9	28.1	100

$$0.719 \times 0.546 = 0.392574$$

(1)を正答した71.9%のうち、54.6%しか(2)で正答していない。

(1)を正答した生徒のうち、54.6%しか(2)で正答していない。

3章 方程式

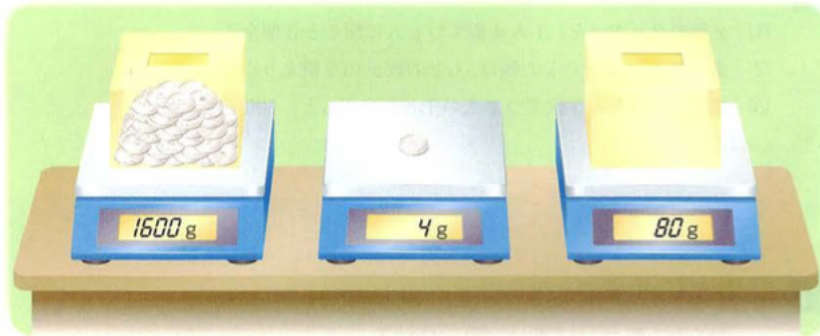
1節 方程式

何枚集まったのかな？

けいたさんの学校の生徒会では、病気や災害で困っている世界中の人々のために、50円玉ごまいを
おこないました。



けいたさんは、箱をあけないで中にはいつている硬貨ごうかの枚数を知りたいと思い、重さをはかってみることにしました。

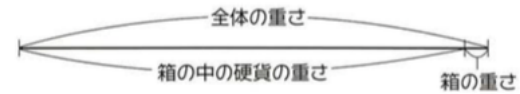


重さの関係から、箱の中の硬貨の枚数を求めてみましょう。

図を利用して考えてみましょう。

ふりかえり

重さの関係を図に表すと、



箱の中の硬貨の重さは、

$$1600 - \square = \square \text{ (g)}$$

硬貨1枚の重さは4gなので、

箱の中の硬貨の枚数は、

$$\square \div \square = \square \text{ (枚)}$$

硬貨の枚数を x 枚として、重さの関係を等式に表してみましょう。

箱の中の硬貨の枚数を x 枚とすると、重さの関係は、

$$(x \text{ 枚の硬貨の重さ}) + (\text{箱の重さ}) = (\text{全体の重さ})$$

となるので、

等式

が成り立ちます。

ふりかえりで求めた枚数が、上の等式の x にあてはまる値のはずだね



x の値は、いつもふりかえりのようにして求めるのかな

文字をふくむ等式の文字にあてはまる値を求めることを考えましょう。

1 方程式とその解

方程式とその解について学びましょう。

前ページの問題では、募金箱にはいつている 50 円硬貨を x 枚として、次の等式が成り立ちます。

$$4x + 80 = 1600 \quad \dots\dots ①$$

①の式の文字 x は、これから求めようとしているもので、まだわかっていない数を表しています。

このような文字をふくむ等式を **方程式** といいいます。

方程式
 $4x + 80 = 1600$
↑
まだわかっていない数

問 1 上の等式①の左辺 $4x + 80$ で、 x に 380 を代入して、その式の値を求めなさい。

前ページで求めた 380 は、上の方程式①にあてはまる x の値になっています。

50 円玉は何枚集まったかな？



このように、方程式にあてはまる文字の値を、その方程式の **解** といいいます。

また、その解を求めることを、**方程式を解く** といいいます。

ある値が方程式の解になっているかどうかは、次のようにして確かめることができます。

例 1 方程式の解

方程式 $2x - 3 = x + 1$ で、4 がこの方程式の解であるかどうかを調べる。

x に 4 を代入すると、

$$\text{左辺} = 2 \times 4 - 3 = 5, \quad \text{右辺} = 4 + 1 = 5$$

左辺と右辺が等しいので、4 はこの方程式の解である。

問 2 次の方程式のうち、3 が解であるものをいいなさい。

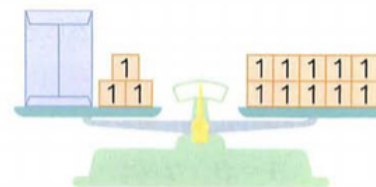
- (ア) $x - 8 = 5$ (イ) $4x - 7 = 5$ (ウ) $x + 2 = 3x - 4$

◆◆等式の性質◆◆

方程式を、等式の性質を使って解く方法を考えましょう。

ひろげよう どうすればいいかな

封筒と 3g、10g のおもりを、右の図のようにてんびんにのせると、ちょうどつりあいました。封筒の重さを求めてみましょう。



封筒の重さを x g とすると、つりあっているてんびんの両方の重さは等しいので、次の方程式がつくれます。

$$x + 3 = 10$$

この方程式の左辺と右辺から、それぞれ同じ数 3 をひいた残りは等しくなります。

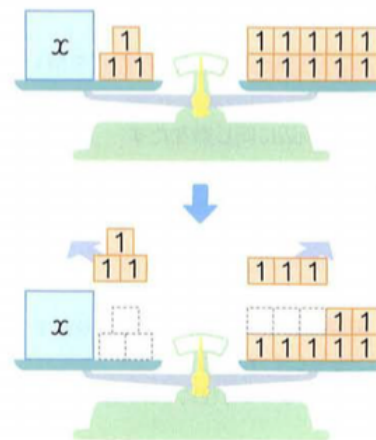
よって、

$$x + 3 - 3 = 10 - 3$$

が成り立ち、

$$x = 7$$

となり、封筒の重さが 7g であることがわかります。

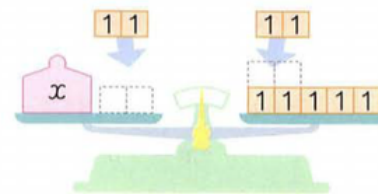


この解き方は、

等式の両辺から同じ数をひいても、等式が成り立つ

という等式の性質を利用しています。

問 3 等式の両辺に、同じ数をたしても両辺は等しいといえますか。



1 方程式とその解

方程式とその解について学びましょう。

前ページの問題では、募金箱にはいつている 50 円硬貨を x 枚として、次の等式が成り立ちます。

$$4x + 80 = 1600 \quad \cdots \textcircled{1}$$

①の式の文字 x は、これから求めようとしているもので、まだわかっていない数を表しています。

このような文字をふくむ等式を **方程式** といいます。

方程式
 $4x + 80 = 1600$
 ↓
 まだわかっていない数

問 1 上の等式①の左辺 $4x + 80$ で、 x に 380 を代入して、その式の値を求めなさい。

前ページで求めた 380 は、上の方程式①にあてはまる x の値になっています。

50 円玉は何枚集まったかな？



このように、方程式にあてはまる文字の値を、その方程式の **解** といいます。

また、その解を求めることを、**方程式を解く** といいます。

ある値が方程式の解になっているかどうかは、次のようにして確かめることができます。

例 1 方程式の解

方程式 $2x - 3 = x + 1$ で、4 がこの方程式の解であるかどうかを調べる。

x に 4 を代入すると、

$$\text{左辺} = 2 \times 4 - 3 = 5, \quad \text{右辺} = 4 + 1 = 5$$

左辺と右辺が等しいので、4 はこの方程式の解である。

問 2 次の方程式のうち、3 が解であるものをいいなさい。

(ア) $x - 8 = 5$ (イ) $4x - 7 = 5$ (ウ) $x + 2 = 3x - 4$

もし、このページ以降「そもそも方程式とは何で、方程式の解とは何で、方程式を解くとはどういうことだ？」という観点で、生徒たちに振り返りを迫る機会がなければ（計算の仕方と利用の学習に終始すれば）、「方程式の解」についての理解は、乏しいまま。

逆に、中2の二元一次連立方程式や中3の二次方程式で、より一般的な「方程式とその解」という観点での概念の統合化が可能なので、リベンジを忘れずにする必要があります。

深い学びに必要なこと(4)

- 学習者が対話を通して知識が創造される過程を理解し、議論の中の論理を批判的に吟味すること
- × 学習者は事実と手続きを、教師等の権威的存在から伝えられた静的知識として扱ってしまう



たしかめましょう

→「答え」266, 267ページ

- ⑤ 下の分数の計算はまちがっています。
どこがまちがっているのか説明しましょう。

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{4} = \frac{3}{7}$$



たしかめましょう

「答え」266, 267ページ

⑤

下の分数の計算はまちがっています。
どこがまちがっているのか説明しましょう。

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{4} = \frac{3}{7}$$

答え

⑤ (例) 分母どうし、分子どうしをたしている。

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{4} = \frac{11}{12}$$



たしかめましょう

「答え」266, 267ページ

⑤

下の分数の計算はまちがっています。
どこがまちがっているのか説明しましょう。

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{4} = \frac{3}{7}$$

答え でも，答えは1種類？

⑤ (例) 分母どうし，分子どうしをたしている。

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{4} = \frac{11}{12}$$

「正解はこうだから」という説明だけでOKか？



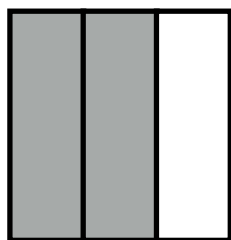
たしかめましょう

「答え」266, 267ページ

⑤

下の分数の計算はまちがっています。
どこがまちがっているのか説明しましょう。

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{4} = \frac{3}{7}$$



$\frac{2}{3}$

これが $\frac{2}{3}$ はよいですか？



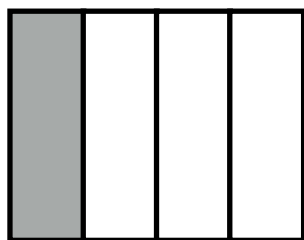
たしかめましょう

「答え」266, 267ページ

⑤

下の分数の計算はまちがっています。
どこがまちがっているのか説明しましょう。

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{4} = \frac{3}{7}$$



$$\frac{1}{4}$$

では、これが1/4はよいですか？



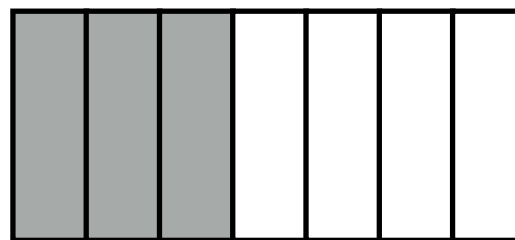
たしかめましょう

「答え」266, 267ページ

⑤

下の分数の計算はまちがっています。
どこがまちがっているのか説明しましょう。

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{4} = \frac{3}{7}$$



$$\frac{3}{7}$$

では、これが $\frac{3}{7}$ もよいですね？



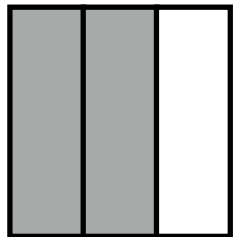
たしかめましょう



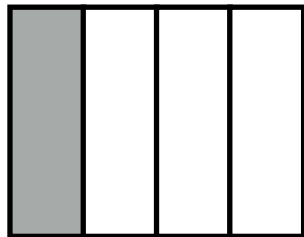
「答え」266,267ページ

⑤

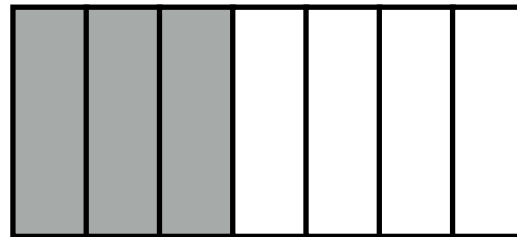
では



$$\frac{2}{3}$$



$$\frac{1}{4}$$



$$\frac{3}{7}$$



たしかめましょう

「答え」266, 267ページ

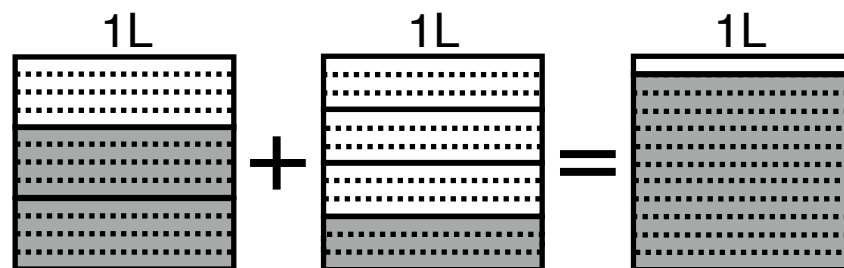
□ ⑤

では

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{4} = \frac{3}{7}$$

どこがまちがっているのですか？

- 正しい式 ($2/3 + 1/4 = 11/12$) を示して間違いを正す (悪くはないが, そもそもそれがなぜ正しいかについての振り返りはできないかもしれない)
- 見積りから間違いと推論 ($2/3$ は半分より大きいので, $1/4$ を足しても半分より大きいはず)
- 整数で同じ計算をすると, 整数計算が破綻することを指摘 ($2/1 + 3/1 = 5/2$?)
- 量分数の意味に基づいて間違いを指摘し (基準の1の大きさが違っている), 標準的計算の正しい説明をする



深い学びに必要なこと(5)

- 学習者自身の理解と学習過程を振り返ること
- × 学習者は記憶するのみで、目的や自身の学習方略を振り返ることがない

4 暗算

1

1本23円のおめを4本買うと、何円になりますか。



$$23 \times 4$$

めあて 暗算でしてみよう。

ア 23の20に目をつけて、答えの見当をつけましょう。

20×4=80だから、答えは
80より大きくなります。



イ 80よりいくつ大きくなるかを考えて、23×4の計算を
しましょう。

3×4=12だけ大きくなります。
80と12で92です。



$$23 \times 4 = \square$$

 円

23×4の計算は、暗算では次のようにします。

$$\begin{array}{r} 23 \times 4 \\ \hline 20 \quad 3 \end{array}$$

四二が 8, 80
四三 12
あわせて、 92



$$23 \times 4$$

かんたんなかけ算は、暗算でできるようにしましょう。

啓林館、『わくわく算数3』，
H27年度版，p.31

暗算では、

- ・上の桁からかけること
- ・明示的な分配則の強調
をするエンピツくん

ア 23の20に目をつけて、答えの見当をつけましょう。

20×4=80 だから、答えは
80より大きくなります。



イ 80よりいくつ大きくなるかを考えて、23×4の計算を
しましょう。

3×4=12 だけ大きくなります。
80と12で92です。

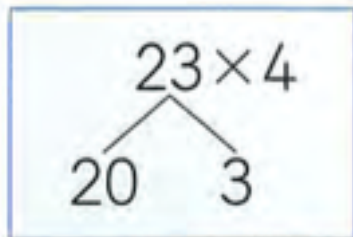


$$23 \times 4 = \square$$

暗算では、

- ・上の桁からかけること
- ・明示的な分配則の強調
をするエンピツくん

23×4の計算は、暗算では次のようにします。



四二が 8, 80
四三 12
あわせて, 92



A diagram showing the calculation of 23×4. The numbers 23 and 4 are written. An arrow labeled ① points from 4 to 23, and another arrow labeled ② points from 4 to 3. A dotted box encloses the entire calculation.

かんたんなかけ算は、暗算でできるようにしましょう。

でも、筆算では
どうでした？

筆算でも、上の
位から計算して
よいの？

ア 23の20に目をつけて、答えの見当をつけましょう。

20×4=80 だから、答えは
80より大きくなります。



学習の振り返りという
観点からすると、
ここが一番まずいか？

イ 80よりいくつ大きくなるかを考えて、2
しましょう。

3×4=12 だけ大きくなります。
80と12で92です。

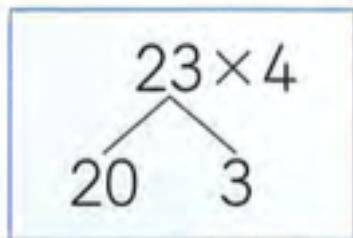


$23 \times 4 = \square$

暗算では、

- ・上の桁からかけること
- ・明示的な分配則の強調
をするエンピツくん

23×4の計算は、暗算では次のようにします。



四二が 8, 80
四三 12
あわせて、 92



①
23×4
②

かんたんなかけ算は、暗算でできるようにしましょう。

でも、筆算では
どうでした？
筆算でも、上の
位から計算して
よいの？

ア 23の20に目をつけて、答えの見当をつけましょう。

20×4=80 だから、答えは
80より大きくなります。



学習の振り返りという
観点からすると、
ここが一番まずいか？

イ 80よりいくつ大きくなるかを考えて、2
しましょう。

3×4=12 だけ大きくなります。
80と12で92です。



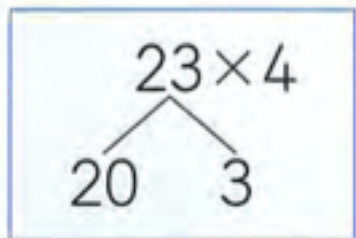
暗算では、

- ・上の桁からかけること
- ・明示的な分配則の強調
をするエンピツくん

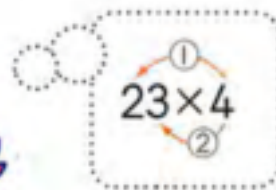
23×4=



~~23×4の計算は、暗算では次のようにします。~~



四二が 8, 80
 四三 12
 あわせて, 92



でも、筆算では
どうでした？

筆算でも、上の
位から計算して
よいの？

かんたんなかけ算は、暗算でできるようにしましょう。

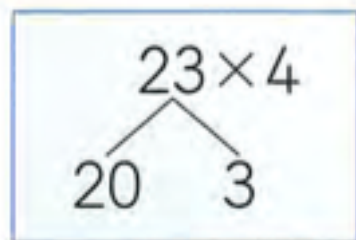
【目的の振り返り】

筆算は何のために（どういうときに）するの？そして、
暗算は何のために（どういうときに）するの？

【学習方略の振り返り】

筆算はどのように学習した？筆算の手順は分かるが、
筆算の仕組みは学習したかな？筆算と比べて、暗算は
どのように計算すればよいのかな？

~~23×4の計算は、暗算では次のようにします。~~



四二が 8, 80
四三 12
あわせて, 92



23×4

かんたんなかけ算は、暗算でできるようにしましょう。

目指す子ども像

内容・場合に応じて、学習の仕方を工夫できる子ども

深い学びに必要なこと(5)

- 学習者自身の理解と学習過程を振り返ること
- × 学習者は記憶するのみで、目的や自身の学習方略を振り返ることがない

【我々の指導の反省ポイント1】

我々は学習のまとめを考えてから授業の流れを構想するが、そもそも、子どもに「まとめ」を任せた場合、子どもは我々が想定するまとめをしてくれるだろうか？

例えば、授業の最後にこんな発問を

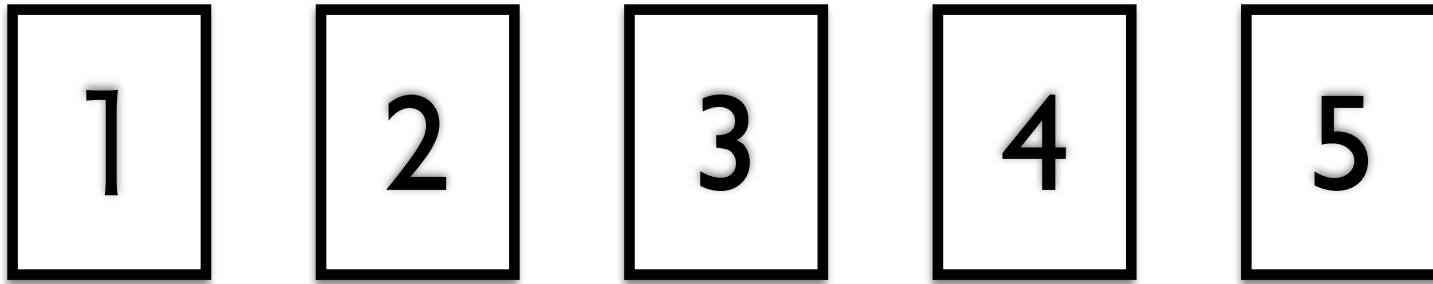
- 今日の問題と目当ては何でした？（あなたのハテナは何でした？）
- 今日、気づいたこと/分かったこと/できるようになったことは何ですか？（あなたのハテナは取れましたか？どこで？どうして？どうやって？）
- 今日気づいたこと/分かったこと/できるようになったことを、友だちに伝えられるよう、まとめをしてみましよう（短い言葉で、順序よく）。
- 次に学習してみたいことは何ですか？（残ったハテナ、新しいハテナは何ですか？）

深い学びに必要なこと(5)

- 学習者自身の理解と学習過程を振り返ること
- × 学習者は記憶するのみで、目的や自身の学習方略を振り返ることがない

【我々の指導の反省ポイント2】

実は、記憶に頼れば学習が成立したかに見える内容・問題ばかりを扱い、評価も、そうした評価問題にばかりに頼っているのが現状ではないか？

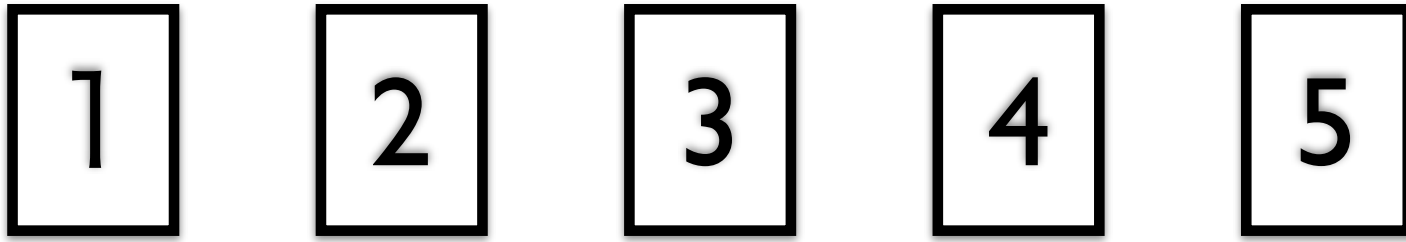


- (1) 1～5のカードから2枚選ぶ。
- (2) 選んだカードで2けたの数を2つ作る。1と5なら51と15。
- (3) その2けたの数の大きい方から小さい方を引く。
1と5なら, 51と15なので, $51-15=36$ 。



- (1) 1～5のカードから2枚選ぶ。
- (2) 選んだカードで2けたの数を2つ作る。1と5なら51と15。
- (3) その2けたの数の大きい方から小さい方を引く。51と15なら、 $51-15=36$ 。

$$\begin{array}{r} \boxed{5} \boxed{1} \\ - \boxed{1} \boxed{5} \\ \hline 36 \end{array}$$

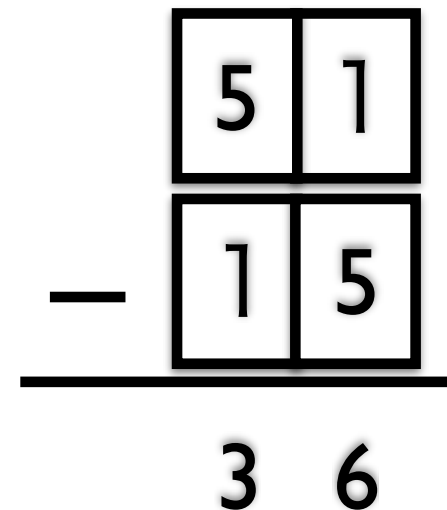
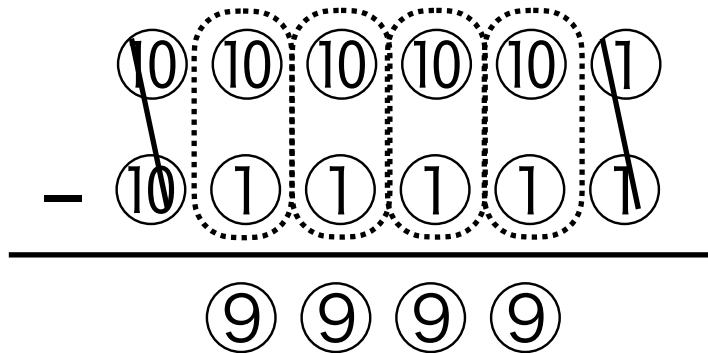


【一般化された結果を振り返り，簡潔に表現する】

「答えは常に 9 の段の数」

「答えは常に 『 $9 \times (2 \text{枚の数の差})$ 』」

【一般化されたプロセスを振り返り，簡潔に表現する】



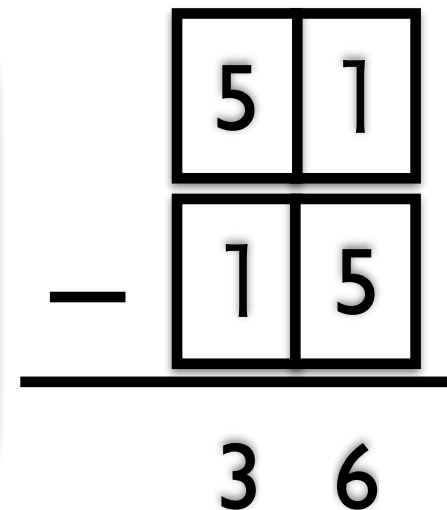
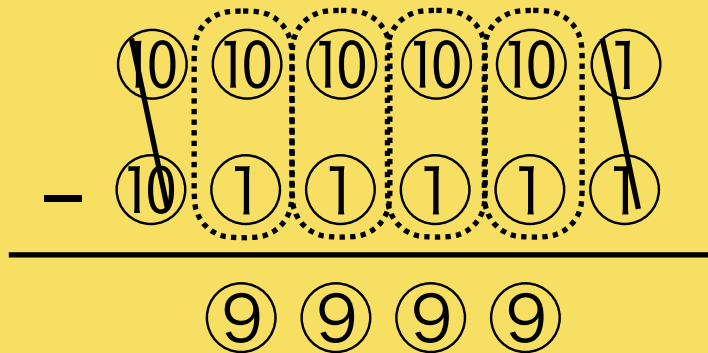


【一般化された結果を振り返り，簡潔に表現する】

「答えは常に 9 の段の数」

「答えは常に『 $9 \times (2 \text{枚の数の差})$ 』」

【一般化されたプロセスを振り返り，簡潔に表現する】



こちらの方が難しい (しかし重要)



考えを広げよう、深めよう

順々に調べて

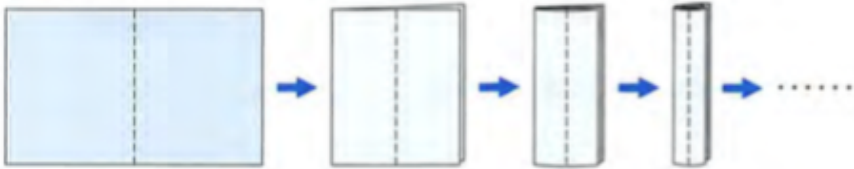


少ない場合から順に調べて

啓林館, 『わくわく算数5』, H27年度版,
p.164

1

長方形の紙を下の図のように2つに折り、それをまた2つに折り、さらに2つに折っていきます。



6回折って広げると、折り目で分けられた長方形の数は何個になりますか。



考えを広げよう、深めよう

順々に調べて

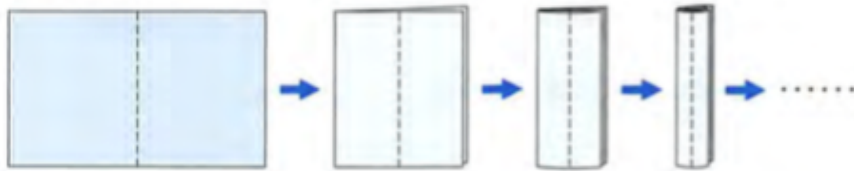


少ない場合から順に調べて

啓林館, 『わくわく算数5』, H27年度版,
p.164

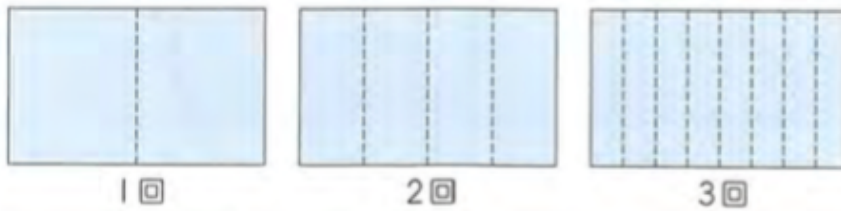
1

長方形の紙を下の図のように2つに折り、それをまた2つに折り、さらに2つに折っていきます。



6回折って広げると、折り目で分けられた長方形の数は何個になりますか。

ア 折った回数が少ない場合から順に、長方形の数を調べてみましょう。



イ 折った回数と長方形の数を表にかいて、きまりをみつけて、長方形の数を求めましょう。

折った回数	1	2	3	
長方形の数	2	4		

2

1で、長方形の紙を8回折ると、折り目の数は何個になりますか。

折った回数	1	2	3	
折り目の数				

折った回数	1	2	3	4	5	6	...
長方形の数	2	4	8	16	32	64	...
折り目の数	1	3	7	15	31	63	...

1 長方形の紙を下の図のように2つに折り、それをまた2つに折り、さらに2つに折っていきます。

6回折って広げると、折り目で分けられた長方形の数は何個になりますか。

① 折った回数と長方形の数を表にかいて、きまりをみつけて、長方形の数を求めましょう。

折った回数	1	2	3	
長方形の数	2	4		

ア 折った回数が少ない場合から順に、長方形の数を調べてみましょう。



2 ①で、長方形の紙を8回折ると、折り目の数は何個になりますか。

折った回数	1	2	3	
折り目の数				

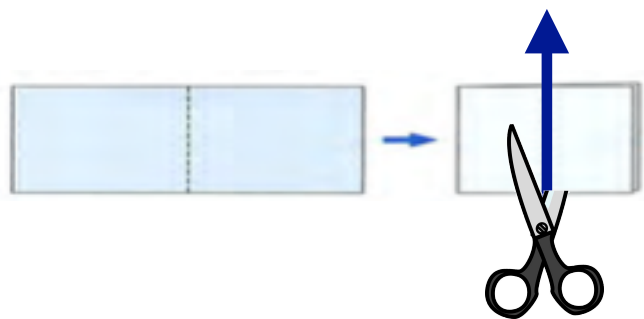
折った回数	1	2	3	4	5	6	...
長方形の数	2	4	8	16	32	64	...
折り目の数	1	3	7	15	31	63	...

Arrows above the table indicate the relationship between the number of folds and the number of rectangles, showing that each fold doubles the number of rectangles. A squiggly arrow on the right points to the '64' cell in the second row.

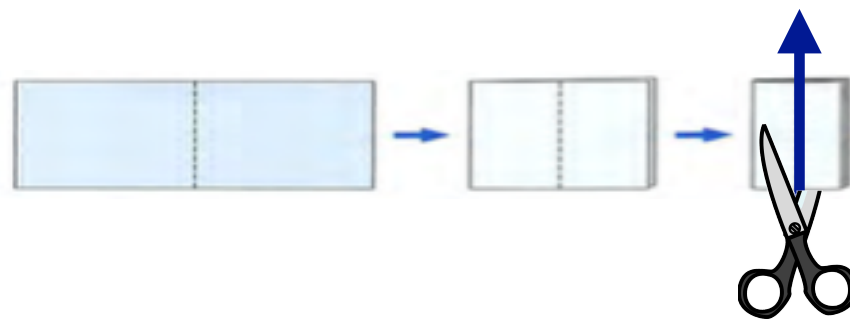
細い紙を，下図のように真ん中で1回折り，折り目を切らない向きに，折った紙の真ん中を切ります。これを「1回折って切る」と言います。

次に，細い紙を，同じように真ん中で折り，もう1回真ん中で折り（つまり，真ん中で2回折り），折り目を切らない向きに，折った紙のまん中を切ります。これを「2回折って切る」と言います（子どもには「折って，折って，切る」がよい）。

3回折って切ると，また4回折って切ると，細い紙は幾つの長方形に分かれますか？



1回折って切る



2回折って切る

今日のまとめ

所謂「アクティブラーニングを視点とした授業の改善」と言われるところの「児童・生徒の主体的・対話的で、深い学び」の実現をめざし、特に、算数・数学科での「深い学び」を支える授業の在り方について、できるだけ「児童生徒の実態」と「教科書の指導の実態」を踏まえて考えてみました。

「深い学び」を支えるポイントは次頁。

「深い学び」を目指して授業改善で心掛けること

《関連づけ》 学習者が、新しいアイデアや概念を既有知識や先行経験と関連づけられるように

《原理探索》 学習者が、パターンや基礎となる原則を探す機会を設け、それを励ますように

《統合》 学習者が自らの知識を、相互に関連する概念システムと統合できるように

《知識創造プロセス》 学習者が対話を通して知識が作られる過程を理解できるように、また議論中の論理を批判的に吟味できる雰囲気醸成するように

《振り返り》 学習者自身の理解と学習過程を振り返ることができるよう