１４	岡　崎	梅園小学校	カワカミ　ショウタ 氏名　河上　翔太

分科会番号	４	分科会名	数学教育（算数）

研究テーマ

数学的な考え方を用いて　主体的に学ぶ子供の育成

～　実験単元3年「さいころの目はいくつ」の指導を通して　～

１　研究概要

（１）主題設定の理由

私は、これまで「数学的な考え方」について、その意味をはっきりと答えられないまま、日々の授業を行っていた。そのため、子供たちの「数学的な考え方は育てているか」と問われたとき、「育てています」と自信をもって答えることができなかった。この「数学的な考え方」がどんなものかを意識して指導をすれば、知識や技能のみを身に付けさせることをねらいとして学習を進めたときよりも、子供たちは問題解決の力をさらに伸ばしていけるのではないだろうか。

そこで、数学的な考え方とはどのような考え方なのかを明らかにし、また、そのような数学的な考え方を育てる指導のあり方に焦点をおいて研究することが必要であると考えた。特に、知識や技能だけではよりよい考えに辿り着くことが難しい問題を設定し、授業展開も意図的・計画的に進めようと考えた。

このようなことから、教材を開発し実験単元として、学級担任の３年生の子供を対象として、いかに数学的な考え方を育てていくのかを追究することにした。

（２）目指す子供像

数学的な考え方を用いて　主体的に学ぶ子供

数学的な考え方について、数学（算数を含める）にかかわる創造的、発展的な考え方とした。すなわち、既知のものから既知のものを使って未知のものをつくり出したり、未知のものへひろげたりするときの考えとした。また、主体的に学ぶことについては、主体とは子供主体であって、他者のものによって導かれるのではない。たとえ影響を受けたとしても、そのときは、自ら価値判断をしたり、自ら意思決定をしたりする姿であるととらえた。

（３）研究の仮説

仮説１　数学的な考え方によって解決が容易となる学習場面を設定し、学習場面や子供の考え等の共通点に着目して展開すれば、数学的な考え方を育てることができるであろう。

仮説２　子供の思考の中に知的葛藤を生むように授業を展開し、子供の価値判断・意思決定を大切にすれば、主体的に学ぶようになるであろう。

２　授業実践と考察　～３年「さいころの目はいくつ」～

（１）本単元の学習問題

本単元では、さいころに潜む数理を追究する中で、数学的な考え方を育て、主体的に学びに取り組むことをねらいに、〈資料１〉のような問題場面を設定した。

〈資料１〉【学習問題の内容】

「右図のように、さいころを４つ積んだとき、４つのさいころの見えない目の数をぜんぶたすといくつでしょう。」

さいころの目の数は、３から８までの連続する整数として、３と８、４と７、５と６が向かい合っている。

※見えない目の数：右図でさいころとさいころ等が接することで見えなくなっている目の数

本研究では、２時間の授業を構想した。この２時間の中で、授業の中の（ア）指向問題を考える場面、（イ）本時の問題を考える場面（仮の問い）、（ウ）さいころのひみつを解き明かす場面、（エ）さいころの条件を発展的に考える場面の４つの場面を設定し、手だての有効性を子供の姿から検証していくことにする。

（ア）指向問題を考える場面（手だて①の検証）

第１時の授業の冒頭で、学習問題で使用するさいころの目は、３～８の連続する整数が使われていることを確認した。そして、（資料４）に示したように、①では一面、②では隣り合う２面、③では向かい合う２面を隠して、見えない目の数を求めることにした。

〈資料４〉指向問題①～③の流れと本時の問題

①

見えない
１つの目の数

→

②

見えない
２つの目の数

→

③

さいころ１つの
向かい合う目の数

→

本時の
学習問題

さいころ４つの
見えない目の数

まず指向問題①を考える場面では、１つの目の数を「？」で隠してさいころを提示した（資料４の①）。このとき、子供たちには「？」しか見えないようにさいころを意図的に示した。（資料５）の C4「でてきてない数字があれば」からは、子供が解決の方法を探っていることが分かる。

なお、見える目を調べていけば、見えない目が分かるということを意識させるため、見える目の数を順に黒色のペンでチェックした（資料６）。

次に指向問題②を考える場面を設定した（資料４の②）。指向問題②は、隣り合う２面を隠した場合である。C10「さっきと同じように」からは、子供が指向問題①で考えたことをもとにして、解決の方法を見通していることが分かる。子供は、類推的な考え方を用いてさいころを回しながら見える目の数を調べた（資料７）。指向問題③では、本時の学習問題にもつながる、向かい合う面を隠した場合（資料８）について考える場を設定した。指向問題③は、これまでの問題と違って、見えない目に「？」が貼られていないため、見えない目の数がどこにあるのかを、子供に指さしで確認させることで、見えない目の場所について共通理解をもった上で学習を進めた。

（資料９）の C24「周りの数字を見て表に記録してみれば」からは、子供が解決の方法に見通しを持っていることが分かる。

〈資料５〉第１時　授業記録①

（前略）

指向問題①：１面を隠した場面

T1:これはいくつでしょう。
C2:ヒント出して。ぐるぐる回して。
T3:どうして回してほしいの？
C4:回すと３から８までの数字が全部出てきて、でてきてない数字があれば隠れている数字だから、回してほしい。

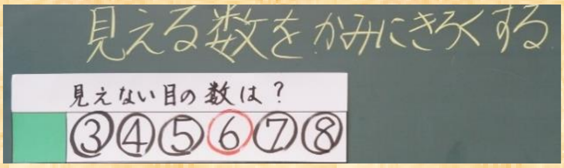
（中略）

指向問題②：隣り合う２面を隠したとき

T9:隠れた目の数は、いくつといくつでしょうか。
C10:さっきと同じように、回してみればわかると思う。
T11:では、回して調べてくれる人はいますか？

（後略）

〈資料６〉調べた目の数をまとめた表

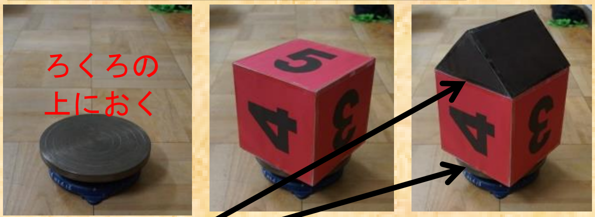


〈資料７〉見えない目の数を調べるこども

（イ）本時の問題を考える場面
（手だて①の検証）

指向問題を解決した後に、本時の問題を考える場面を設定した。本時の問題は、さいころを４つ縦に積んだ場合である（資料４）。まず、指向問題③と同じように、見えない目がどこにあるのかを確認する場を設定した。（資料９）の C32「間にもまだあります」からは、さいころの数が増えたことによって、見えない目の数も増えたことに気付いていることが分かる。見えない目の場所を明らかにした後、見えない目の数はどのように調べていくのか、方法を見通す場を設定した。

〈資料８〉指向問題③：向かい合う目の数



※見えない目の数
さいころとさいころ等が接することで見えなくなっている目の数のこと。

（資料９）のC34「さっきと同じように回せば分かる」やC35「見える数を紙に記録すれば分かる」からは、指向問題で考えたことをもとにして、本時の問題の解決の方法に見通しをもっていることが分かる。これは、子供の意識をつなげられるように配慮して展開した成果であると考えられる。指向問題を順に示すことにより、本時の問題を考える場面では、ほとんどの子供が解決の方法を類推的に考えることができた。

〈資料９〉第１時　授業記録②

（前略）

指向問題③：向かい合う面を隠したとき

T19:では、見えない目の数を調べてくれる人はいますか。
C20:どうやって調べるかというと…屋根とっていいの？
T21:屋根をとらずに調べる方法はないかな。
C22:６と７です。
T23:本当かな？確かめる方法はないかな？
C24:周りの数字を見て表に記録してみれば分かります。

（中略）

T30:まずは、見えない目がどこにあるのかたしかめてみようか。
C31:ここ（一番上の面）と、ここ（一番下の面）。
C32:間にもまだあります。（全て確認）

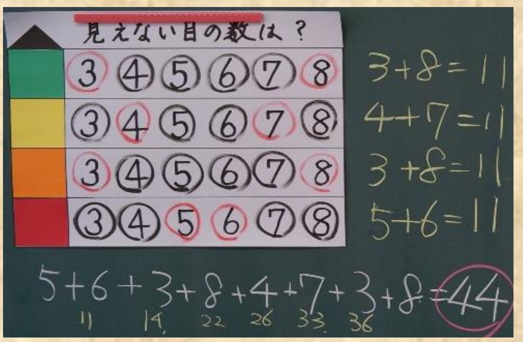
（中略）

T33:では、見えない目の場所が分かったので、その目の数をぜんぶたすといくつかという問題だったね。どうすれば分かるかな？
C34:見える目の数は、さっきと同じように回せば分かると思います。
C35:見える数を紙に記録すれば分かると思います。

（後略）

本時の問題は、子供の意見（C34・C35）をもとに指向問題と同じように表に記録して見えない目の数を調べた。そして赤は５と６、橙は３と８、黄は４と７、緑は３と８が見えない数であることを明らかにした後、たし算の式に表し見えない目の数の和を求めた（資料１０）。

〈資料１０〉表と式



（ウ）さいころのひみつを解き明かす場面（手だて①②の検証）

・手だて②の検証について

子供の思考の中に知的葛藤を生み「真の問い」を導くために、一度積んだ４段のさいころを崩し、再度積み直した４つのさいころの見えない目の数の和はどうなるか思考実験を行う場を設定した。そのとき、子供一人一人が明確な考えを持つことができるように、学習プリントを配付した。そして、問題に対する自分の考え（表の中から選択させて）とその理由を書かせる場を設定した。次の資料は子供の考えとその理由をまとめたものである（資料１１）。

〈資料１１〉子供の考えとその理由

分類	子供の考えとその理由
〈ア‐①〉	・最初は、さいころの目の隠れているところに、３と４が多くきたけど、８などを多くすると４４より大きくなると思います。（２２人）
〈ア‐②〉	・初めにたした数より小さい数があるので、それを重ねるかもしれないから、４４より小さくなる思います。（６人）
〈イ〉	・ますの裏側とますの表をたすと、全部１１になって、分からんところは４つだから、１１×４＝４４だから、変わらないと思います。（６人）

（資料１１）の〈ア‐①〉と〈ア‐②〉からは、子供たちが、見えない目の数を変えて積むということを理由に、見えない目の数の和が４４と違う数になると考えていることが分かる。３４人中２８人の子供が、全部足した数は４４と違う数になると考えた。

そして「新たに積むさいころの目の数を変えられることから、その和が変わる」と考える子供に、和が変わらない事実を直面させた。ここで、より強い知的葛藤を生むために、和が４４と変わると考える子供を意図的指名し（資料１２）、変わるように積んだかどうかあらかじめ確認した（T45）。その結果、C50「さっきと変わらない。なんでかな。」やC53「したい！したい！」からも分かるように、多くの子供が疑問を持ち、謎を解き明かしたいと自らの意思を決定していることが分かる。これは、子供たちが「４４と違う数になると思ったのに、変わらない。それはなぜなのか。」というように、知的葛藤を感じ、「謎を解き明かしたい」と自らの意思を決定している姿であると言える。

このことは、授業後の学習記録からも考察することができる。（資料１３・１４）は、第１時の学習記録から分かった子供たちの考えである。（資料１３）からは、子供が「積み直しても見えない目の数の和が変わらない」という友達の考えに対して疑問をもっていることが分かる。（資料１４）からは、見えない目の数の和が変わらない理由について疑問をもっていることが分かる。

・手だて①の検証について

まず、さいころの規則性を調べていく過程で、帰納的に考えることができるように、さいころのきまりに気付いている子供を意図的に指名した。すると、C55 はさいころの規則性について自分なりに説明したが、多くの子供は何が１１になるのか理解できていないようだった。C55 が１１×４と立式していることから推察すると、C55 はさいころの規則性に気付いていると考えられる。しかし C56「３から８はどの数をたしても答えは１１…」という説明では不十分である。そこで、どこをたすと１１になっているのかを考えさせた（T59）ところ、C60「さっき調べた見えない目の数を足すと１１」・C62「見えない数を足した数が全部１１」のようにさいころの規則性に気付くことができた。これは、子供の発言から得た「どの数をたしても１１」ということについて共通点をさぐる場を設定することで、帰納的な考え方を育てられることを示している。

次に、その理由がさいころの目の配列にあることに気付かせるため、さいころを使って１１という数の意味を考えさせた（資料１５）。その結果、子供たちは、さいころの目の数と表からみつけた共通する「１１」とを対応させて考えることにより、裏側の目の数（向かい合う面の数）を足すと全部１１になっているという規則性に気付くことができた（C64）。

このように、１つのさいころの見えない（向かい合う）目の数１つ１つに着目し、共通性を探る場を設定することで、それぞれの規則性「さいころの向かい合う目の数の和が１１になる」ことを帰納的な考え方を用いて見出すことができたと考えられる。このことは、授業後の学習記録からも考察することができる。

〈資料１２〉第１時　授業記録③

（前略）

T41：崩したお家を、もう一度積み直します。積み直すときに、積み方はさっきと変えていいことにします。…

（中略）

T42：㋐だと思う人（28 人）。㋑だと思う人（6 人）。㋐と考えた人で、積み直してくれる人はいますか。

C43：どういう積み方で？

T44：どういう積み方でもいいよ。変わると思ったら変わるように積み直してほしいな。

T45：変わりそうに積んでくれた？

C46：はい。

（中略）

T48：答えはいくつですか？

C49：４４です。

C50：さっきと変わらない。なんでかな。

C51：先生、理由分かるよ。

T52：このなぞ、はっきりさせたい？

C53：したい！したい！

（中略）

C55：全部のさいころが３から８で、全部たしても変わらないと思ったからです。

C56：理由は、見えない目の数が変わっても、３から８の数はどの数を足しても答えは１１になるから、４階建てで、１階が１１で、１１が４個あるから１１×４＝４４で変わらないと思いました。

T57：今の言っている意味わかったかな。もう一回言ってくれる人はいますか。

C58：３から８を全部足しても１１になって、それで…

T59：３から８を全部足したら１１になるかな。C さんは、どこを足すと１１になると考えているのかな。

C60：さっき調べた見えない目の数を足すと１１になっています。

C61：あ、全部１１だ。

C62：さいころの見えない数を足した数が全部１１になっています。

T63：では、このさいころを使って何が１１になるのか説明してくれる人はいますか。

C64：１１っていうのは、たとえば４の裏側は７で、足して１１になります。他には、３の裏側は８で、３＋８＝１１。

（前略）

C75：向かい合う面の数を足すとどれも１１になっていて、それが４個あるから、１１×４でこたえが４４になる。

T76：では、１１×４の１１とは何の数でしたか。

C77：さいころの向かい合う面同士を足した数。

T78：４は？

C79：４回１１を足した数だと思います。

C80：ちがいます。全部のさいころの数だと思います。

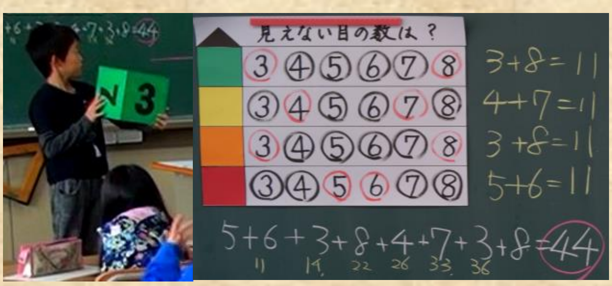
〈資料１３〉第１時のこどもの学習記録

・さいしおは「かわらないと思う。」と言って わたしは なんでだろう。と思ったけれど さいごに「むかい合う面は11です。」と言ってやっとどういう意味かわかったからスッキリしてよかったです。

〈資料１４〉第１時の子供の学習記録

あと、かみにきろくしてるときに なんでずっと答えが44となるかきになりました。なのでアかイでっちかなと思いました

〈資料１５〉きまりを説明する子供と板書



（資料１６）からは、答えが４４なる理由を考える過程で、１つのさいころの見えない（向かい合う）目の数１つ１つに着目し、１回目も２回目も共通しているところをさぐることを通して、それぞれの規則性「さいころの向かい合う目の数の和が１１になる」ことを見出していることが分かる。これは、共通点に着目できるように展開することによって、帰納的な考え方を育てることができることを示している。

〈資料１６〉帰納的な考え方で規則性に気付く子供

一ばんはじめは、きまりがないとおもっていたけど、
りゆうを考えたら、1回目も2回目もみえない
目をたすと11になることがきずきました。

（資料１７）の C75「向かい合う面の数を足すとどれも１１になっていて、それが４個あるから、１１×４」からは、向かい合う面の数を合わせると、どれもが１１になっていることに気付き、それが４セットあることからかけ算の式を導いていることがわかる。さらに、１１と４の数の意味を問うことで、「(さいころの向かい合う目の数の和) ×（さいころの数）＝（見えない目の数の和)」という言葉の式を導き第１時を終えた。

〈資料１７〉第１時　授業記録④

（前略）

C75：向かい合う面の数を足すとどれも１１になっていて、それが４個あるから、１１×４でこたえが４４になる。

T76：では、１１×４の１１とは何の数でしたか。

C77：さいころの向かい合う面同士を足した数。

T78：４は？

C79：４回１１を足した数だと思います。

C80：ちがいます。全部のさいころの数だと思います。

さいころの秘密を解き明かす場面において、初めは、一部の子供しかさいころの規則性に気付いていなかったが、子供の発言から１１という数について共通点をさぐり、表から見えない目の数をたすとどれもが１１となっていることに気付いたり、その１１とさいころの目の数とを対応させて考えることにより、向かい合う面をたした数が１１となっていることに子供たちは気付いたりすることができた。つまり帰納的な考え方を用いて問題を解決することができたのである。

第２時では、演繹的な考え方と一般化の考えのよさを感得させるための学習の展開を心掛けた。

（エ）さいころの条件を発展的に考える場面
（手だて①の検証）

授業の冒頭では、演繹的な考え方を育てるために、積み直したときの見えない目の数の和の求め方をたずねた（資料１８の T8)。C9「見えない目の数を足すと１１になることが分かったから、積み直しても同じ」からは、既に分かっていることをもとにして、演繹的に見えない目の数の和について説明していることが分かる。この子供は前時の学習記録に次のようなことを書いていた（資料１９)。この記録からは、この子供が、帰納的な考え方を用いて見つけたさいころの規則性に、驚きを感じると同時に、その規則を覚えていれば、次に考えるときにも使えそうだと感じていることが分かる。この子供は、帰納的に考えることによって見つけた規則を使って、積み直したさいころの見えない目の数の求め方を根拠立てて説明できたのである。これは、演繹的な考え方を用いている姿ととらえることができる。

〈資料１８〉第２時　授業記録⑤

（前略）

T8：では、さいころを積み直します。もう一度表を書いてしらべますか。

C9：調べなくていいと思います。理由は、昨日、見えない目の数を足すと１１になることが分かったから、積み直しても同じだから表を書いて調べなくても分かります。

（後略）

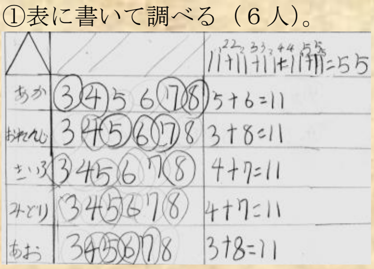
〈資料１９〉子供の考えとその理由

向かい合う面がぜんぶ11になってつぎにでてくるときもこのことをおぼえていればたくさんはつけんできると思います 3～8 の見えない目のかずを調べるのもいっしょにやってけいさんしてぜんぶ11になってさいしょはまぐれかなと思っていたらまぐれじゃなかったのでビクりしました

前時のふりかえりを終えた後に、一般化の考え方のよさを感得させるために、積むさいころの数やさいころの目の数を変えたときの見えない目の数について考える場を設定した。その結果、さいころを５個（具体物の提示あり）に増やした場合では、子供たちの考え方は（資料２０～資料２２）の３つに分かれた。（資料２０）からは、本時の問題で考えたことをもとにして、表を使って答えを求めていることが分かる。この６人の子供は、一般化の考えを用いることはできなかった。（資料２１）からは、一般化の考えは用いていないものの、向かい合う目の数の和は１１であるとい

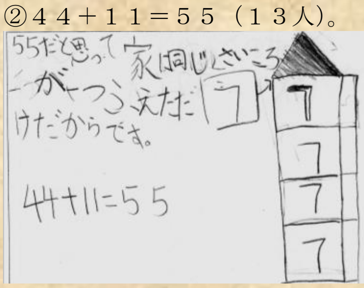
〈資料２０〉考えとその理由

①表に書いて調べる（６人)。



〈資料２１〉Ａ児の考えとその理由

②４４＋１１＝５５（１３人)。



うさいころの規則性を理解していることが分かる。向かい合う面が１セット増えたことから４４+１１と立式したのであろう。（資料２２）からは、一般化の考えを用いて考えていることが分かる。

〈資料２２〉子供の考えとその理由

一般化した式を用いて考える（１５人）。

5つにすると55になると思います。
りゆうは、4このときは、向かいあっためん×
さいころのかずなので、11×5＝55。
こたえ55になります。

次に、一般化の考えを用いることにより解決が容易となる場面として、さいころが９個に増えた場合を考えさせた。さいころ５個の場合で表を用いて考えていた子供を含めたほとんどの子供が１１×９というように、一般化した式を用いて考えることができた（資料２３の C26)。

〈資料２３〉第２時　授業記録⑥

（資料１９の続き）

T24:ではさいころを９個積んだときはどうですか。
C25:え、できるの？
C26:１１×９で、見えない目の数を全部足すと９９になります。

（中略）

T29:では次の問題です。次はさいころの種類を変えます。…
C30:先生。さいころをよく見せてほしい。

（中略）

C32:４から９のさいころが４つあって、向かい合っている面の数を足すと１３だから、１３が４個あるから答えは５２になる（２０名が同じ考え)。
T33:あれ、表で考える子が減ってきたな。どうして１つずつ調べないでこのような式を使ったのかな。
C34:はやく計算ができるからです。
C35:すぐにできるからです。
C36 コツをつかんだからです。
C37:やりやすくてかんたんだからです。

授業の終末になると、だんだんと一般化した式を使って答えを求めようとする子供たちが増えてきた。そこで、表を使わずに式で考える理由をたずねると、子供は C34「はやく計算できるから」、C37「やりやすくて簡単だから」と答えた。この発言からは、子供が一般化の考え方のよさを感得していることが分かる。一般化の考えの価値を判断しているのであろう。また、C30「さいころをよくみせてほしい」からは、この子供がさいころの規則性を確かめようとしていることを推察することができる。まさに、本単元で身につけた数学的な考え方を用いて主体的に問題を解決しようとしている姿であるといえよう。このように、一般化の考え方によって解決が容易となる学習問題を子供に与えることで、その考え方のよさを感得することができたと考えられる。このことは、学習記録からも分かる（資料２４)。

〈資料２４〉第２時を終えた後の子供の学習記録

始めて新しいことに気付いてよかったです。なぜかというと、一番初めは難しいと思ったけど、新しいことに気付いたら難しくなくなったからです。表に表さないと分からないと思っていたけど､向かい合う数×さいころの数で考えるとだんだんと分かってよかったです。

この子供は、初めは難しいと思っていた問題でも、帰納的な考え方によって規則性に気付き、それもとに一般化した式を用いて計算すれば、簡単に解決することができると考えている。

３　研究の成果と課題

（１）　仮説１について

導入での指向問題を解くこと（見える目の数をもとに見えない目の数を求めたこと）をもとに、本時の問題を考える場面では、ほとんどの子供が解決の方法を類推的に考えることができた。（資料９）の C34,C35 の発言からは、子供が類推的な考え方を用いて、方法を見通していることが分かる。また、さいころのひみつを解き明かす場面では、板書の工夫や子供の発言に対しての問い返しにより、１つのさいころの見えない（向かい合う）目の数１つ１つに着目し、共通性を探る場を設定することで、それぞれの規則性「さいころの向かい合う目の数の和が１１になる」ことを帰納的な考え方を用いて見出すことができた。（資料１６）からは、子供が帰納的にさいころの規則性を見つけた姿がみてとれる。

第２時では、帰納的に見つけた規則性を用いることで、いつでも見えない目の数が変わらないことを根拠立てて説明できた。また、さいころを９個積んだ場合を考える場面では、ほとんどの子供が一般化の考えを用いて考えることができた。

（２）　仮説２について

子供の思考の中に知的葛藤を生み「真の問い」を導くために、一度積んだ４段のさいころを崩し、再度積み直した４つのさいころの見えない目の数の和を求める場面を設定した。(資料１４）の C50 や C53 の発言からも分かるように、多くの子供が疑問を持ち、謎を解き明かしたいと自らの意思を決定しているようであった。これは、子供たちが「４４と違う数になると思ったのに、変わらない。それはなぜなのか。」というように、知的葛藤を感じ、「謎を解き明かしたい」と自らの意思を決定している姿であると言える。

しかし、この実践を終えれば、子供たちの数学的な考え方を満足に育てられたのかというと、けしてそうではないと考える。日々の授業でも、授業者が本時で育てたい数学的な考え方を明確にもった上で、計画的・意図的に指導することが必要となるであろう。したがって、今後も別の単元や他学年を対象にして「数学的な考え方を用いて主体的に学ぶ子供の育成」というテーマで研究していきたい。