

平成27年度 算数・数学教育研究部会（読書会）報告

第6回

平成27年11月17日（火） 午後6時00分～ 総合学習センター

（1）研究的実践より学ぶ

『自ら考え、表現し、算数の楽しさを共感する児童の育成』

～小4「垂直・平行と四角形」の実践を通して～ 竜美丘小 畑 小普 先生

（2）研究的実践より学ぶ

『既習内容をもとに課題を見つけ、数学の有用性を実感できる生徒の育成』

～3年生「平方根」の実践を通して～ 矢作北中 橋本 祥太 先生

（1）『自ら考え、表現し、算数の楽しさを共感する児童の育成』

～小4「垂直・平行と四角形」の実践を通して～ 竜美丘小 畑 小普先生

《研究の仮説と手立て》

研究の仮説

- ① 授業の導入で、児童が興味をもつ課題を設定すれば、自ら問題意識をもち、主体的に課題を追究するであろう。
- ② 課題を追究する手段を工夫して設定し、自分の考えを伝え合い、学び合うことができるように学習を進めるようにすれば、級友と共に算数の楽しさを味わうことができるであろう。

研究の手立て

【手立て1】身近で興味をもつ課題の工夫 仮説①に対する手立て

児童にとって身近で興味をもつ課題を設定する。

【手立て2】追究する場の設定・発問の工夫、助言による支援 仮説②に対する手立て

課題追究が深まるように個人、ペア、グループ、学級全体での追究する場を適宜設定する。

その際の発問内容を吟味する。また、児童への助言を、タイミングを逃さずに行う。

【手立て3】板書、掲示の工夫 仮説②に対する手立て

本時の学習内容がすっきりとみえる板書、既習事項を振り返りやすくするための掲示を探る。

《研究の実際》

（1）【手立て1】身近で興味をもつ課題の工夫 の実践

①身のまわりの角をはかろう

教科書にある「かたむき分度器」を今回の単元「垂直・平行と四角形」の導入前に取り入れることにした。測ってみると意外と角度が小さいことに気づくことができた児童もいて、楽しみながら積極的に学習を進めていった。

②教室で直角をさがそう

小学校3年生で習った直角の復習を兼ねた内容ではあるが、児童は直角を見つけては付箋に自分の名前を書いて貼っていった。直角が身近にあふれていることが実感でき、興味をもって取り組めた。

(2)【手立て2】 追究する場の設定・発問の工夫、助言による支援 の実践

①平行な辺がある四角形をいろいろかこう

児童が興味を示しながら、頂点を自由にかつ簡単に動かし、四角形を作成することができるように、自作のドットボードを作成した。

第1段階 ペア追究

2人に1枚ドットボードが手元にあるように準備し、ペア追究した。ペアによって個数に差があるが、児童たちは2個から5個の四角形をかくことができた。

第2段階 グループ追究

ペアでの追究の成果を必ず発表できるようにするため、4・5人のグループでの発表の場をまず設けた。「自分たちが作った形の中で、今までに習っていないものを班の子たちに発表してもらいます。その形をドットボードに表し、発表しましょう。」と発問し台形や平行四辺形、ひし形が選ばれるようにした。

第3段階 学級全体での学習を深める問題提示

児童が作った四角形の中から、右図の四角形には、平行である辺があるかといった共通課題ができた。右図の四角形は1組も平行な辺がない。しかし、ぱっとみて1組平行があると判断した児童が多くいた。ある児童は、見る角度を変え観察し、「なんかあやしい。」とつぶやいた。個人追究で問題になった右図の四角形をまず取り上げて平行な組の数を確認することで、学級全体で1つの図形を追究することができた。



提案をする畑先生



②平行四角形はどんな形？

普段ほとんど発表をしない児童や算数が苦手な児童がかいた四角形をプリントにしたことで、そういった児童にとっても授業に対する関心が高まった。

第1段階 個人追究

「どんな形か調べるのに便利な道具があるよ」と声を掛けると、すぐに「定規」「分度器」「コンパス」と答えた。個人追究では、辺の長さを測り、『向かい合う辺の長さは等しい』ことを見つけた児童は多くいた。同じく、角度を測って『向かい合う角の大きさは等しい』ことを見つけた児童も多くいた。

第2段階 学級全体での追究から次時へ

学級全体での追究に入った瞬間、児童は角度の内容の『向かい合う角の大きさは等しい』、『4つの角を合わせれば360°』、『一つの角度が分かれば全部分かる』と次々に発言していった。『向かい合う辺の長さは等しい』という発言があったので、「コンパスでも確認できるよね。」と確認し、児童に黒板の前で実演させ、コンパスの使い方も紹介した。「3つ目の特徴は他にあるよ。」と話すとき児童は追究に意欲をみせた。そこで、次時に対角線に関する特徴を取り扱うことを伝えた。

③平行四角形の3つ目の特徴は？

第1段階 個人追究から 第2段階 学級全体への追究へ

個人追求では、平行四角形であれば『2本の対角線はそれぞれのまん中の点で交わる』ことをすぐに見つけることができた。学級全体での追究では、児童から「長方形ではどうなる？」「正方形では？」と発言が続いた。児童が進んで追究したい内容を見つける姿があった。

第3段階 個人追究から 第4段階 学級全体への追究へ

児童の中には、平行四角形ではいえることが台形ではいえないことをまよう子がいた。長方形や正方形ではいえることは簡単に理解していた。学級全体での追究に入ると、長方形や正方形が平行四角形の仲間であることが、児童の発言からおさえることができた。

④ひし形の特ちょうは？

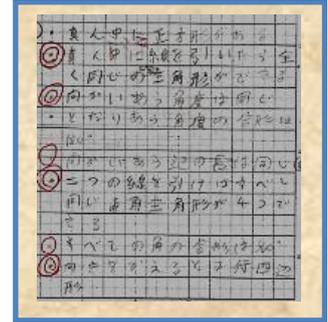
児童が作ったひし形を提示すると、「ひし形について調べたい。」という声もあがり、個人追究に入っていた。

第1・2段階 個人追究からグループ追究へ

既習事項の掲示で復習しながら、ひし形の特徴をノートに記述しながら個人追求を行った。その後、グループ追究に入り、一人一人自分の意見を発表していった。

第3段階 学級全体での追究へ

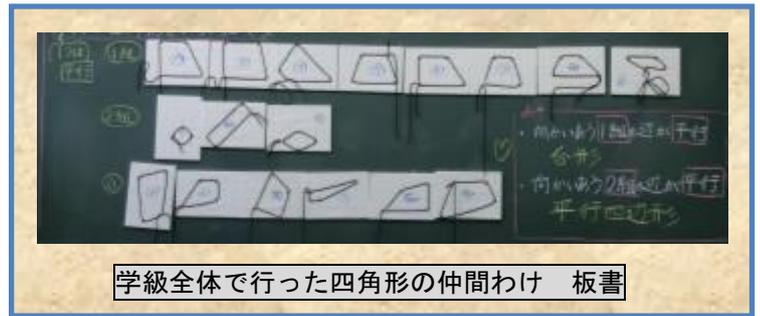
ひし形の定義となる『辺の長さがすべて等しい』という内容の発表を意図的指名した後、各グループで出た意見を学級全体でまとめていった。自分の意見と同じ意見は赤丸をつけることにした。二重丸はグループでも全体でも出た意見となる。



(3)【手立て3】板書、掲示の工夫 の実践

①板書の工夫

毎時間の板書は、児童の発言内容をすっきりとまとめる必要がある。右図のように四角形の仲間分けも、見れば授業内容が明確になる板書を心がけた。また、授業の中で重要な内容は、「みそ」と名付け、赤で囲むようにした。児童は、「みそ」と書かれた部分については、しっかりノートに書き写すようになってきた。



②掲示の工夫

板書は1時間で消えてしまうが、掲示であれば、学習の跡を残しておくことができる。そこで、「みそ」として書いた重要な内容を掲示した。また、学習の際に授業で用いた用紙も掲示し、児童が既習事項を振り返ることができるようにした。

【意見交換】

- ドットボードはノートにまとめたのか。
 - ・ノートではなく、プリントにまとめた。
- 四角形の平行な辺、平行ではない辺については、どのように説明したのか。
 - ・ドットボードで、「右へ2つと上に1つ、右へ3つと上に1つだから、平行ではない」などと説明した。小学生が理解するには、難しいとも感じた。
- 「算数のよさ」の「よさ」は、なぜ平仮名なのか。
 - ・書物には「よさ」が平仮名で書いてあることが多いから。
好き？ 快さ？ など、様々な漢字が考えられる。中学生になると学問の美しさを感じてほしい。漢字ではないほうが良いと感じる。

【ご助言】

- 思考・表現では、はっきりと物事が話せることが大切。
- 平行線を見ただけで判断することは難しい。
根拠づけてははっきりさせるよさ（角度を測るなど）
⇒ 算数のよさが出てくる
- 今回のおもしろいところは、4つの線の中で平行はあるのかというところ。
教師が定規を使って、平行線を作るときと同じ作業をして説明したい。
三角定規を使えば、角度が同じであるという根拠が言えたのではないか。
- 友達と関わることで、子どもたちが学ぶ楽しさをもてたのがよかった。



三浦先生のご助言

(2) 『既習内容をもとに課題を見つけ、数学の有用性を実感できる生徒の育成』

～3年生「平方根」の実践を通して～ 矢作北中 橋本 祥太 先生

＜研究の仮説＞

① 既習内容の学習から新しい発見を見つける場面を設定し、その発見をうながす個人追究や全体追究の時間を確保すれば、主体的に問題解決に取り組むだろう。

② 生徒が自由に操作できる教材を取り入れることで、効果的な数学的活動から数学で扱われる記号や規則の有用性を感じることができるだろう。

＜具体的な手立て＞

【仮説①に対する手立て】

『新しい発見をうながすための展開順の変更』

既習内容を利用する学習を単元の導入に取り組むことで、導入における新しい発見を魅力的にし、かつ、その発見の手助けとなる引き出しを増やす。

『積極的な既習内容の復習場面の設定』

単元を通して、毎時間の授業の中で、既習内容を振り返る時間を意図的に設定することで、本時の内容の定着をより深いものにする。

【仮説②に対する手立て】

『修学旅行を題材にした単元の構成』

修学旅行のまとめをする紙を題材とし、単元を通して、その掲示までを考えることで、問題を身近に感じることができ、学級の課題、個人の課題として意欲的に取り組むことができる。

『具体物を利用した数学的活動の深化』

実際に手にとって個人追究ができるように教材を利用することで、数学的活動がより深いものとなり、実感をとめないながら根号の有用性を感じることができる。

＜研究の実際＞

(1) 既習内容から新しい概念の発見へとつなげる「無限小数」

平方根のほとんどは「循環しない無限小数」であるため、小学校を含めたこれまでの学習の中で、「無限小数」に対して深く扱っていない状態では、平方根の概念の理解の仕方を難しくすることもあると考えた。そこで、単元の途中で取り上げられている「有理数と無理数」を、あえて導入前の授業として取り扱った。

資料1のような問題を出題した。この分数は、有限小数にはならないため、生徒は $0.432432\cdots$ となる。循環する無限小数の登場である。これによって、分数で表すことのよさを実感することができたようである。

資料2にあるような循環する無限小数 $0.\dot{2}4$ を分数にする問題を出題した際には、さすがに生徒はみな戸惑っていた。

(資料1)

問. $\frac{16}{37}$ を小数で表しなさい。

(資料2)

問. $0.\dot{2}4$ を分数で表しなさい。

個人追究の時間をさらに確保すると、ある生徒は、有限小数である 0.24 が $\frac{6}{25}$ であることから、それに近い数ではないかと、既習内容と関わらせながら考え始めていた。

(2) - ① 具体物から数学へ「1辺の長さの計測」

前時を受けて、「平方根」の学習に入った。修学旅行後の授業であったために、修学旅行の掲示物を教材として利用した。資料3のような学習課題で、背面掲示板の面積から、40人の学級全員のまとめを掲示しようとする、1人分がどれくらいの面積になるかから考えた。それによって、1人分の面積が 500 cm^2 であることが分かった。

(資料3)
問. まとめ用紙(正方形)の
1辺の長さを求めよう。

500 cm^2

その後、定規を利用して、実際に正方形の1辺の長さを測る作業に入った。やはり、生徒によって誤差があり、 22.2 cm 、 22.3 cm 、 22.5 cm の3種類の長さが出た。そこで、どの長さが正しいのかを見つけるために、その値から計算で面積を求めることになった。電卓を利用して面積を出していくのだが、どの長さも面積が 500 cm^2 になるものがないことに気付く生徒が出てきた。

全体追究の場面では、ちょうど 500 cm^2 になるものがないことはもちろん、面積がすべて百の位までの数で表現されていることや、1辺の長さが 1 mm 変わるだけで面積は大きく変化することなどの意見も出された。

(2) - ② 実感をともなった新しい概念「循環しない無限小数の表現」

個人追究の時間で机間指導をしたときに、「 22.3 cm と 22.5 cm の間に 500 cm^2 になる数がある」と書いていた生徒がいた。その生徒が発言をすると、計測した桁数が小数第1位までであったために 500 cm^2 になる数が見つからなかったことに学級全体が気づき、 500 cm^2 をぎりぎり越えない数を見つけていくことに方向が定まっていた。

学級全体が小数点以下の桁数を増やしていくことに焦点が定まったところで、自然と電卓(8桁)を利用して、はさみうち法で見つける作業に入った。はさみうちでの求め方を確認して個人追究を始めた。どの生徒もすぐに方法を理解して、2乗して500になる数を求め始めた。

ある生徒は、 500.00001 まで電卓で求めることができ、それ以上は不可能であるが、電卓と向き合って、次はどうすればよいのかを考えていた。そのとき、「この電卓は8桁までしかないから、これ以上は求められないじゃないの？」の発言が出て、電卓のキーをたたくほとんどの手が止まった。

(2) - ③ 新しい数の発見「表現できない数の表現の仕方」

2乗して500になる数は電卓を利用して求めることができないことを確認した上で、エクセルを利用して計算した500の平方根300桁の巻物を生徒の前で披露した。電卓の桁数をはるかに超えた数字の列に、生徒たちは歓声をあげて驚いていた。「300桁まで求めても、それでもまだ終わらない」という説明と、行を変えずに横1列に並んでいる数を自由に見ることによって、2乗して500になる数が、小数では表せないことに気づき始めていた。



ここで重要であるのが、小数でも表せない数が目の前の正方形の1辺として存在していることである。目の前に存在しているのに、定規で正確な長さを求めることができない辺であることに、数学の奥深さを感じることができる。

では、どのように表現すればよいのかという疑問が浮かんでくる。気づいたことを自由に発表させると、前時に学習した「無限小数」という言葉が生徒から出てきた。「無限小数」の説明をしている場面で、「無限小数」の中に「循環小数」があり、その範囲ではすべての数を分数で表すことができたが、今回の数は循環しておらず、「無限小数」には『循環しない小数』も存在しているという結論に達した。

【意見交換】

- 根号の有用性を数学の世界でどのように考えるか。
 - ・ 計算や作業における、便利さ。
- 身のまわりでは、平方根と同じようなものとして、どんなものを紹介したか。
 - ・ 円周率 (π) を紹介した。
- 既習事項をどのように用いているか。
 - ・ 大切なので、毎時間復習する機会をもつようになっている。授業の前半部分に、既習事項を含んだ問題を解くなど。
- 平方根と出会わせるためには、正方形の面積を扱った方が良かったのでは。
 - ・ 教科書では、正方形の面積を扱っている。たしかに、存在を意識させることが大切だと感じた。



橋本先生の意見交換の様子

【ご助言】

- 平方根を教えるとき、数の拡張を意識することが大事。
 - ⇒ 「前と同じようなやり方でできるんだね」と指導すべき。
- 有用性とは、生活に利用できなくてもOK。
 - 使えればよい⇒公式を作り出す
 - ⇒活用できる (算数・数学のよさ) ⇒有用性
- アクティブラーニング
 - ⇒単純に子供がやるだけではない。主体的に発表しているだけでなく、頭の中の働きも自分で考えて追究していく。
(目に見えない思考の学びも重要)
- 数の拡張で、意識して指導すること。
 - ⇒ ①演算構造 ②順序構造 ③位相構造
- 大事なことは、子どもが自分の目で見て、考えて、表現すること。
 - ⇒小学校の正の整数、小数、分数でも、表記方法は異なってくる。



柴田先生のご助言

今回の読書会では、2つの研究的実践が提案されました。共通して出てきたキーワードは、「算数・数学のよさ」でした。課題に対して、根拠づけてはっきりさせる「よさ」や既習内容をもとに新しい概念へと拡張していく「よさ」。様々な場面で子供たち自身が算数・数学の「よさ」を実感できるよう、教材の工夫や準備、授業研究が大切だと感じました。 (文責：林 秀)